Optimisation sans dérivées pour les fonctions partiellement séparables

Benjamin Marteau, IFPEN

L'optimisation sans dérivées voit son importance croître chaque année avec l'émergence de problèmes industriels nécessitant la minimisation d'une fonction coûteuse dont la dérivée n'est pas facilement accessible. Typiquement, la fonction objectif à optimiser est issue de la résolution d'équations aux dérivées partielles complexes qu'on considérera comme une boite noire. L'enjeu est alors d'obtenir l'optimum de cette fonction en effectuant le moins d'évaluations possible. Une des façons d'y parvenir est d'exploiter les structures particulières que peuvent posséder ces fonctions objectifs. Le problème de calage d'historique pour les champs pétroliers, qui est un enjeu majeur pour les industriels du secteur, implique par exemple des fonctions objectifs partiellement séparables [2]. Nous présenteront dans cet exposé une méthode d'optimisation sans dérivées basée sur des modèles d'interpolation adaptée aux fonctions partiellement séparables.

Une fonction $f : x \to f(x_1, \ldots, x_p)$ est dite partiellement séparable si elle peut s'écrire sous la forme :

$$f(x_1, ..., x_p) = \sum_{i=1}^{n} f_i(x_{1_i}, ..., x_{p_i})$$

avec $\forall i \in \{1, .., n\}$, $p_i < p$
Les méthodes d'optimisation comme la méthode NEWUOA de Powell reposent sur des modèles d'interpolation successifs de la fonction objectif. Il est possible de généraliser ces méthodes aux fonctions partiellement séparables en construisant non pas un unique modèle global pour la fonction objectif mais un modèle pour chaque sous fonction objectif f_i [1]. Les modèles ainsi construits sont plus précis tout en ne nécessitant qu'un nombre restreint de points d'interpolation. Cependant, le coût d'amélioration de ce plus grand nombre de modèles en cours d'optimisation peut très vite s'avérer trop important. Scheinberg et Toint présentent dans [3] une propriété d'auto-correction des modèles qui permet de réduire grandement le cette étape d'amélioration de la géométrie des points d'interpolation. On propose ici un algorithme adapté aux fonctions partiellement séparables qui exploite une généralisation de la propriété d'auto-correction de la géométrie des points d'interpolation.
Des résultats numériques sur des fonctions tests analytiques ainsi que sur des fonctions issues de cas industriels de calage d'historique seront présentés. Les tests sur les fonctions analytiques montrent que le nombre d'évaluations de la fonction objectif nécessaires pour notre algorithme ne dépend pas du nombre total de paramètres de la fonction objectif mais de la qualité de la séparation des variables. Le calage d'historique réalisé donne quant à lui de bien meilleurs résultats qu'un algorithme d'optimisation sans dérivées classique et montre la pertinence d'adapter les algorithmes existants au cas des fonctions partiellement séparables pour des problèmes industriels.

Références

[1] B. Colson and P.L. Toint, *Optimizing partially separable functions without derivatives*, Optimization Methods and Software, 20(4-5) pp. 493–508, 2005.

[2] D.Y. Ding and F. McKee, *Using partial separability of the objective function for gradient-based optimizations in history matching*, SPE Reservoir Simulation Symposium, 2011.

[3] K. Scheinberg and P.L. toint, *Self-Correcting Geometry in Model-Based Algorithms for Derivative-Free Unconstrained Optimization*, SIAM Journal on Optimization, 20(6) pp. 3512–3532, 2010.

Benjamin Marteau, IFP énergies nouvelles 1 & 4 avenue de Bois Préau, Rueil-Malmaison
benjamin.marteau@ifpen.fr
Laurent Dumas, Université de Versailles Saint Quentin en Yvelines, 45 avenue de Paris, Versailles
laurent.dumas@uvsq.fr
Didier Ding, IFP énergies nouvelles 1 & 4 avenue de Bois Préau, Rueil-Malmaison
didier-yu.ding@ifpen.fr