

Convergence du schéma MAC pour les équations de Navier-Stokes incompressible stationnaire en variables primitives

Khadidja MALLEM, Aix-Marseille Université

Raphaèle HERBIN, Aix-Marseille Université

Jean-Claude LATCHÉ, IRSN Cadarache

Mots-clés : Equation de Navier-Stokes incompressible, Schéma MAC, Convergence

Le schéma Marker-And-Cell (MAC) [2] est une des méthodes les plus populaires [4] pour l'approximation des équations de Navier-Stokes, en raison de sa simplicité et de ses propriétés mathématiques remarquables. Nous considérons ici les équations de Navier-Stokes stationnaires sur un maillage structuré (2D ou 3D) ; dans le cas d'un maillage uniforme, un résultat d'estimation d'erreur est connue [3] pour une formulation vorticité-pression avec des conditions de régularité sur la solution exacte plus fortes que les conditions naturelles (régularité H^2 pour la pression). Ici, nous étudions la formulation en variables primitives, sur un maillage non uniforme.

Dans le schéma MAC, les inconnues discrètes sont les composantes normales de la vitesse aux faces du maillage, et la pression au centre des mailles dites "primales". L'équation de continuité admet une discrétisation naturelle sur ces dernières. Le bilan discret de chaque composante $k = 1, \dots, d$ de la quantité de mouvement (où $d = 2$ ou 3 est la dimension de l'espace) est écrit sur les mailles duales attachées à la même composante k de la vitesse. Le terme de convection non linéaire est discrétisé de manière à être compatible avec une équation de continuité discrète sur les mailles duales, et co cide avec la discrétisation habituelle sur maillage uniforme, contrairement à celle du schéma de [1].

Le schéma est mis sous forme variationnelle, et nous montrons que la forme trilineaire associée aux termes de convection est antisymm trique. Ce résultat nous permet d'établir des estimations sur la vitesse et la pression, dont une conséquence (au delà de la stabilité du schéma) est la compacité des solutions approchées. Une analyse fine du terme de convection non linéaire permet d'obtenir que la limite éventuelle est une solution faible des équations de Navier-Stokes. On peut ainsi conclure à la convergence du schéma.

Références

- [1] E. Chénier, R. Eymard, T. Gallouët and R. Herbin. An extension of the MAC scheme to locally refined meshes : convergence analysis for the full tensor time-dependent Navier-Stokes equations. to appear in *Calcolo*, 2014.
- [2] F. Harlow and J. Welch. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with a free surface. *Physics of Fluids*, 8:2182–2189, 1965.
- [3] R. Nicolaides and X. Wu. Analysis and convergence of the mac scheme ii, Navier-Stokes equations. *Math. Comp.*, 65:29–44, 1996.
- [4] S. Patankar. *Numerical heat transfer and fluid flow. Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences*, volume XIII. Washington - New York - London: Hemisphere Publishing Corporation; New York. McGraw-Hill Book Company, 1980.

Khadidja MALLEM, Aix-Marseille Universit , CNRS, Centrale Marseille, I2M UMR 7373, 39 rue Joliot Curie, 13453 Marseille

khadidja.mallem@univ-amu.fr

Rapha le HERBIN, Aix-Marseille Universit , CNRS, Centrale Marseille, I2M UMR 7373, 39 rue Joliot Curie, 13453 Marseille

raphaele.herbin@univ-amu.fr

Jean-Claude LATCHÉ, IRSN, BP 3, 13115, Saint-Paul-lez-Durance cedex

jean-claude.latche@irsn.fr