Méthode de couche absorbante bien posée pour la modélisation de la propagation des ondes en milieu anisotrope

Ludovic MÉTIVIER, LJK, CNRS, Université Grenoble Alpes

Romain BROSSIER, ISTerre, Université Grenoble Alpes

Stéphane OPERTO, Géoazur, CNRS, Université Nice Sophia Antipolis

Jean VIRIEUX, ISTerre, Université Grenoble Alpes

Mots-clés : problèmes hyperboliques, propagation d'ondes, couches absorbantes, milieux anisotropes

La modélisation de la propagation des ondes sismiques dans le sous-sol nécessite l'utilisation de conditions absorbantes. De la sismique de surface à la sismologie lithosphérique, le sous-sol est considéré comme un milieu de propagation d'extension infinie ou semi-infinie. Le rôle des conditions absorbantes est de minimiser l'amplitude des réflexions parasites aux bords du domaine de calcul, par essence fini. En raison de son efficacité, la méthode de couche parfaitement adaptée (PML), introduite par Bérenger pour l'électromagnétisme [2], a connu un grand succès, et a été appliquée dans de nombreux domaines: propagation d'ondes acoustiques, élastiques, équations d'Euler linéariseés. Son principe repose sur l'introduction de conditions de raccord parfait entre des couches d'épaisseur plus ou moins fine et le domaine de calcul. Les ondes sont atténuées dans la couche et ne reviennent pas dans le milieu d'intérêt, suivant en cela la stratégie de couche absorbante [3]. Dans sa description continue, la couche est parfaitement adaptée: le coefficient de réflexion à l'interface entre la couche et le domaine de calcul est nul.

La méthode PML présente cependant certaines difficultés, notamment pour les modèles de propagation d'ondes anisotropes. Le phénomène a été mis en évidence par Bécache et al. [1], pour la propagation d'ondes élastiques en milieu transversalement isotropes (TI). La méthode PML est exponentiellement amplifiante et génère des artefacts numériques qui viennent corrompre la solution dans le domaine d'intérêt. Une analyse plus détaillée de ce phénomène, basée sur un développement asymptotique WKB de la solution, est proposée par Halpern et al. [4]. Les auteurs montrent que la modification de l'opérateur de propagation induite par la méthode PML est à l'origine de ce phénomène d'amplification.

Dans cette étude, nous nous intéressons à la méthode de couche absorbante SMART (Halpern et al. [4]). Son principe repose sur la diagonalisation des matrices définissant l'opérateur de propagation hyperbolique. Les composantes de la solution se propageant vers l'extérieur du domaine d'intérêt dans les différentes directions de l'espace sont séparées. Une atténuation sélective peut alors être appliquée dans la couche absorbante. La méthode n'est pas parfaitement adaptée mais plus robuste que la méthode PML, et moins coûteuse d'un point de vue numérique: seul un terme d'ordre zéro est introduit, sans duplication de variables. Nous montrons deux résultats. La méthode SMART est dissipative pour les systèmes hyperboliques vérifiant une condition de symétrisabilité plus restrictive que l'hyperbolicité forte au sens de Kreiss [5], qui ne requiert que la symétrisabilité du symbole de l'opérateur de propagation. Nous montrons ensuite que les systèmes de propagation d'ondes en milieu TI vérifient cette condition. Nous présentons des résultats numériques comparant la méthode PML et la méthode SMART qui illustrent la robustesse de la méthode SMART. La précision de la solution obtenue est comparable avec celle obtenue par une méthode PML au prix d'un accroissement raisonnable de la taille de la couche absorbante.

Références

[1] E. Bécache, S. Fauqueux, P. Joly, *Stability of Perfectly Matched Layers, Group Velocities and Anisotropic Waves*, Journal of Computational Physics, 188, 399-433, 2003.

[2] J.-P. Bérenger, *A perfectly matched layer for absorption of electromagnetic waves*, Journal of Computational Physics, 114, 185-200, 1994.

[3] C. Cerjan, D. Kosloff, R. Kosloff, M. Reshef, *A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations*, Geophysics, 4, 2117-2131, 1985.

[4] L. Halpern, S. Petit-Bergez, J. Rauch, *The Analysis of Matched Layers*, Confluentes Mathematici, 3, 159-236, 2011.

[5] H. O. Kreiss, J. Lorenz, *Initial-boundary value problems and the Navier-Stokes equations*, Classics in Applied Mathematics 47, SIAM, 2004.

Ludovic MÉTIVIER, LJK, 51 Rue des Mathématiques, BP 53 38041, Grenoble CEDEX 09
`ludovic.metivier@ujf-grenoble.fr`