

Couplage rayonnement relativiste-matière: théorie et approximation numérique

Thomas Leroy, LJLL/UPMC et CEA

Christophe Buet, CEA

Bruno Després, LJLL/UPMC

Mots-clés : Rayonnement, effets Doppler, régime hors équilibre, schémas well-balanced

Nous étudions un modèle de couplage rayonnement-matière prenant en compte les effets relativistes. Ce type de modèle a été dérivé historiquement sur des bases physiques [1]. Sur le plan mathématique, la théorie classique développée dans [2, 3] ne tient pas compte des effets relativistes; voir cependant une étude particulière [4] pour un régime de diffusion dit gris.

Dans ce travail, nous montrons pour la première fois un principe du maximum pour le modèle le plus général, ce qui permet d'obtenir l'existence et l'unicité des solutions fortes. Nous étudions aussi le régime hors équilibre, ce qui correspond à faire une remise à l'échelle en supposant que les phénomènes de scattering sont prépondérants devant les autres phénomènes physiques du problème. Ceci se traduit par l'introduction d'un paramètre ε . Dans un premier temps, on étudie la limite formelle de notre système lorsque ce paramètre tend vers 0. On établit dans un second temps une estimation rigoureuse de l'erreur entre la solution du système initial et la solution du régime hors équilibre.

Par ailleurs nous étudions des méthodes numériques pour approcher les solutions du régime hors équilibre. Ce régime fait apparaître une équation de drift diffusion sur la densité de photons ρ . Notre but est de construire des schémas numériques précis pour peu de nombres de groupes, et les schémas well-balanced sont une solution possible compte tenu de la physique du problème. Le terme de drift en fréquence, qui modélise les effets Doppler, dépend d'un paramètre κ que l'on suppose par la suite strictement positif. Une des difficultés est de construire un schéma qui soit consistant indépendamment du paramètre κ . Comme nous le montrons, des schémas du type Gosse Toscani ne respectent pas cette propriété. Le schéma que nous construisons utilise la notion de facteur intégrant. Nous démontrons ensuite un résultat de convergence uniforme par rapport au paramètre κ de ce schéma. Nos résultats numériques confirment certains résultats théoriques: nous vérifions la propriété well-balanced de notre schéma en étudiant l'évolution en temps de l'erreur relative entre les différents schémas et la solution analytique. Nous regardons dans un second temps l'évolution de cette erreur relative lorsque le paramètre κ tend vers 0. Ceci confirme les problèmes de consistance du schéma de Gosse Toscani introduit précédemment, et montre l'insensibilité de notre schéma par rapport à ce paramètre.

Références

- [1] D. MIHALAS, B. WEIBEL-MIHALAS, *Foundations of Radiation Hydrodynamics*, Dover Books, 1999.
- [2] F. GOLSE, B. PERTHAME, *Generalized Solutions of the Radiative Transfer Equations in a Singular Case*, Commun. Math Phys. 106, 211-239, 1986.
- [3] C. BARDOS, F. GOLSE, B. PERTHAME, R. SENTIS, *The Nonaccretive Transfer Equations: Existence of Solutions and Rosseland Approximation*, Journal of Functional Analysis 77, 434-460, 1988.
- [4] P. GODILLON-LAFITTE, T. GOUDON, *A Coupled Model for Radiative Transfer: Doppler Effects, Equilibrium, and Nonequilibrium Diffusion Asymptotics*, Multiscale Model. Simul. Vol. 4, 1245-1279, 2005.

Thomas Leroy, LJLL/UPMC, 75252 Paris Cedex 05 et CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpaçon Cedex

thomas.leroy@upmc.fr

Christophe Buet, CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpaçon Cedex

christophe.buet@cea.fr

Bruno Després, LJLL/UPMC, 75252 Paris Cedex 05

despres@ann.jussieu.fr