Propagation d'ondes dans des milieux complexes et aléatoires

Maxime GAZEAU, INRIA – Lille

Dans cette communication, je présenterai une partie de mes travaux concernant la propagation de la lumière dans les fibres optiques. Les télécommunications par fibres optiques sont limitées par certains effets (linéaires et non linéaires) qui ont pour conséquence d'étaler les impulsions lumineuses et de dégrader le signal [1]. Un des effets les plus limitants pour ce type de transmission est la **Dispersion Modale de Polarisation** (Polarization Mode Dispersion (PMD) en anglais). Ce phénomène est lié au caractère vectoriel de la lumière et la **biréfringence** dans les fibres. La biréfringence est un phénomène qui apparaît dans les fibres non parfaitement symétriques et qui a pour effet de décomposer le champ électrique en deux modes de polarisation orthogonale.

Une étude asymptotique a permis de montrer que l'évolution de l'enveloppe lentement variable du champ électrique est décrite par un système d'équations aux dérivées partielles stochastiques, au sens de Stratonovich, dirigé par un bruit multidimensionnel et donnée par[2]

$$idX(t) + \left(\frac{d_0}{2}\partial_x^2 X(t) + F\left(X(t)\right)\right)dt + i\sqrt{\gamma}\sum_{k=1}^{3}\sigma_k\partial_x X(t)\circ dW_k(t) = 0, \tag{1}$$

où γ est un petit paramètre déterminé par les caractéristiques de la fibre, $W = (W_1, W_2, W_3)$ est un mouvement brownien de dimension 3 et $\circ$ correspond l'intégrale de Stratonovich. Les matrices $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sont les matrices de Pauli

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

et le terme non linéaire est donné par $F\left(X(t)\right) = \frac{8}{9}|X(t)|^2 X(t)$. Le signe de d_0 est ici important. On parle de régime de dispersion normale lorsque celui-ci est négatif et de dispersion anormale lorsqu'il est positif. Enfin lorsque $\gamma = 0$, cette équation est connue sous le nom de système de Manakov. Il s'agit d'une équation complètement intégrable dont on connaît l'expression des solitons.

Je présenterai quelques schémas numériques possibles pour l'équation (1) ainsi que des simulations numériques mettant en évidence l'impact de la biréfringence sur l'évolution de solitons de Manakov [3, 4]. En régime de dispersion normale je montrerai quelques résultats sur la stabilité des ondes planes.

Références

[1] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics, third edition*, Academic Press, 2001.

[2] A. de Bouard and M. Gazeau, *A diffusion approximation theorem for a nonlinear PDE with application to random birefringent optical fibers.*, Ann. Appl. Probab., **22**, 2460–2504, 2012.

[3] M. Gazeau , *Probability and pathwise order of convergence of a semidiscrete scheme for the stochastic Manakov equation*, to appear in SIAM Journal on Numerical Analysis.

[4] M. Gazeau , *Numerical simulation of nonlinear pulse propagation in optical fibers with randomly varying birefringence* published in JOSA B, Vol. 30, Issue 9, pp. 2443-2451

Maxime GAZEAU, Equipe SIMPAF INRIA Lille - Nord Europe Parc Scientifique de la Haute-Borne Park Plaza Bâtiment A 40 avenue Halley 59650 VILLENEUVE D'ASCQ Cedex FRANCE
`maximegazeau@inria.fr`