Gradient topologique pour une équation du 4^e ordre et application à la détection de structures fines dans des images 2D et 3D

Audric Drogoul, Université de Nice Sophia Antipolis

Gilles Aubert, Université de Nice Sophia Antipolis

En traitement d'images, segmentation / restauration ou détection de structures d'intérêt sont des problèmes classiques ayant des applications dans de nombreux domaines (imagerie satellitaire, médicale, biologique, etc.). Dans ce travail on propose et expérimente un modèle variationnel pour la détection de structures fines (filaments 2D, surface en 3D), basé sur la notion de gradient topologique. Introduite par Sokolowski [1] et Masmoudi [2], cette méthode consiste à étudier les variations d'une fonction $j(\Omega) = J_\Omega(u_\Omega)$ où $u \mapsto J_\Omega(u)$ est de la forme $J_\Omega(u) = \int_\Omega F(u, \nabla u, \nabla^2 u, ...)$ et où u_Ω est la solution d'une EDP définie sur Ω. Pour calculer le gradient topologique on enlève à Ω un objet ω_ϵ centré en un point $x_0 \in \Omega$, de taille $\epsilon \to 0$ (généralement une boule ou une fissure) et on calcule $\mathcal{I}(x_0) = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{j(\Omega \setminus \overline{\omega_\epsilon}) - j(\Omega)}{|\omega_\epsilon|}$. $\mathcal{I}(x_0)$ est le gradient topologique au point x_0. Une particularité de la méthode est que l'expression du gradient topologique ne dépend que de la perturbation, du modèle direct u_Ω et d'un modèle adjoint v_Ω solution d'une équation du même type que celle vérifiée par u_Ω sur le domaine non perturbé, ce qui rend le gradient topologique facilement et rapidement calculable. Cette notion, initialement utilisée en mécanique des structures, a ensuite été appliquée au traitement d'image par divers auteurs et notamment Belaid et al [3], pour la restauration et la segmentation d'images en prenant pour fonction coût $F(\nabla u) = |\nabla u|^2$ et où u_Ω est la solution d'une équation de Poisson. Le but de la méthode est de trouver les points contenant le plus d'énergie (appartenant à une structure que l'on souhaite détecter) et donc associés à un gradient topologique très négatif. Si pour la détection de contours d'objets, il est classique d'utiliser des opérateurs utilisant le gradient spatial, il est connu [4] que ce choix est inadapté pour la détection de filaments : le gradient "ne voit pas "ce type de structures. Dans cet exposé, on présente un nouveau modèle inspiré de l'équation d'équilibre d'une plaque fine soumise à des forces extérieures. Dans ce cas $F(\nabla^2 u) = \|\nabla^2 u\|^2$ et u_Ω est solution d'une équation basée sur l'opérateur bilaplacien. Le modèle présenté permet de détecter des filaments dans des images 2D (et des surfaces dans des images 3D) floutées et/ou bruitées par du bruit Gaussien. On donnera les idées principales du calcul du gradient topologique, puis nous donnerons quelques résultats expérimentaux.

Références

[1] J. Sokolowski and A. Zochowski, *On the Topological Derivative in Shape Optimization*, SIAM J. Control Optim., 1999

[2] M. Masmoudi, *The topological asymptotic*, Vol 16, Computational Methods for Control Applications, GAKUTO Internat. Ser. Math. Appl., Tokyo, Japan, 2001

[3] L. Jaafar Belaid, M. Jaoua, M. Masmoudi, L. Siala, *Image restoration and edge detection by topological asymtotic expansion*, CRAS, Paris, Ser. I 342, 2006

[4] C. Steger, *An Unbiased Detector of Curvilinear Structures*, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 1998

Audric Drogoul, Université de Nice Sophia Antipolis, CNRS, LJAD, UMR 7351, 06100 Nice, France
drogoula@unice.fr
Gilles Aubert, Université de Nice Sophia Antipolis, CNRS, LJAD, UMR 7351, 06100 Nice, France
gaubert@unice.fr