

Condensation de Bose-Einstein : problèmes mathématiques et numériques

Ionut DANAILA, LMRS, Université de Rouen

La condensation de Bose-Einstein est un domaine récent de la physique moderne avec une dynamique très rapide. Le grand investissement en recherche sur ce sujet est motivé non seulement par les questions fondamentales, mais également par les applications pratiques qui sont possibles à partir de ce nouvel état de la matière. Les mathématiciens appliqués ont commencé à s'intéresser à ce domaine relativement récemment ; cependant ils ont déjà apporté une contribution importante à la compréhension théorique des phénomènes observés expérimentalement [1, 2].

Le condensat de Bose-Einstein est décrit mathématiquement par l'équation de Gross-Pitaevskii, qui est une forme particulière de l'équation de Schrödinger non-linéaire. La forme stationnaire de cette équation permet d'analyser les états d'équilibre du condensat, tandis que la forme instationnaire décrit l'évolution en temps réel du condensat. La résolution numérique de l'équation stationnaire a fait l'objet des études récentes [3, 4, 5] qui ont montré que des méthodes numériques modernes d'ordre élevé sont nécessaires pour simuler des configurations complexes avec vortex quantiques. Les méthodes pour résoudre l'équation instationnaire doivent garder la haute précision en espace et répondre à d'autres contraintes mathématiques et numériques (stabilité, conservation des invariants, comportement asymptotique, etc) [6].

L'exposé passera en revue les méthodes numériques utilisées et développées dans le cadre de l'ANR BECASIM (Bose Einstein Condensation Advanced Simulation, ANR Modèles Numériques, 2013-2016) [7], et mettra en évidence les difficultés numériques et techniques rencontrées dans la mise en place de simulations réalistes correspondant aux configurations expérimentales.

Références

- [1] A. Aftalion, Vortices in Bose-Einstein Condensates, Birkhauser, 2006.
- [2] E. Sandier, S. Serfaty, Vortices in the Magnetic Ginzburg-Landau Model, Birkhauser, 2007.
- [3] I. Danaila, F. Hecht, A finite element method with mesh adaptivity for computing vortex states in fast-rotating Bose-Einstein condensates. *Journal of Computational Physics*, 229:6946-6960, 2010.
- [4] I. Danaila, P. Kazemi, A new Sobolev gradient method for direct minimization of the Gross-Pitaevskii energy with rotation. *SIAM Journal of Scientific Computing*, 32:2447-2467, 2010.
- [5] X. Antoine, R. Duboscq, Robust and efficient preconditioned Krylov spectral solvers for computing the ground states of fast rotating and strongly interacting Bose-Einstein condensates, *Journal of Computational Physics*, 258:509-523, 2014.
- [6] X. Antoine, W. Bao and C. Besse, Computational Methods for the Dynamics of the Nonlinear Schrödinger/Gross-Pitaevskii Equations, *Computer Physics Communications* 184:2621-2633, 2013.
- [7] <http://becasim.math.cnrs.fr/>