

Un schéma de correction de pression consistant en volumes finis colocalisés pour des fluides compressibles

Chady ZAZA, CEA Saclay, DEN/DM2S/STMF/LMEC

Raphaèle HERBIN, Aix-Marseille Université, I2M, UMR 7373

Jean-Claude LATCHÉ, IRSN, BP3, 13115 St-Paul-lez-Durance Cedex

Mots-clés : Méthode de correction de pression, équations d'Euler, Volume Finis Colocalisés

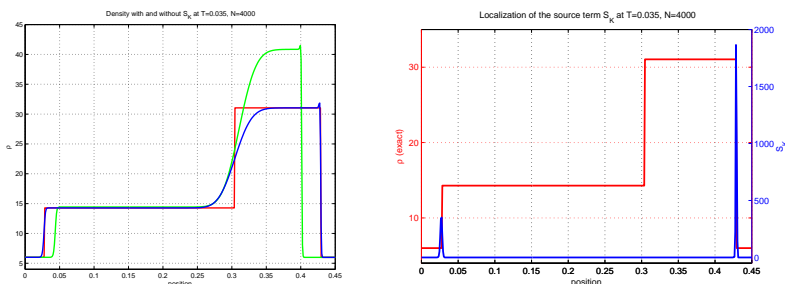


Figure 1: Problème de Riemann. A gauche : masse volumique, schéma avec terme correctif (bleu), sans (vert) et solution exacte (rouge). A droite : localisation du terme source (bleu) et solution exacte (rouge).

La résolution des équations d'Euler pour tout nombre de Mach est un problème difficile, et les méthodes de correction de pression peuvent être de bons candidats pour ce faire. Nous présentons ici un schéma original entrant dans cette classe. Basé sur une discrétisation en volumes finis colocalisés, il est construit en étendant les idées introduites dans [1] pour des volumes finis à mailles décalées.

Les idées directrices essentielles sont ainsi les suivantes :

- L'équation de quantité de mouvement est discrétisée de telle manière que l'on puisse établir un bilan d'énergie cinétique discret; ceci contraint la définition de l'opérateur de convection et, surtout, du gradient de pression : ce dernier doit s'écrire comme le dual de l'opérateur de divergence consistant, qui sera utilisé dans l'équation d'énergie, et prend ainsi une forme originale.
- L'équation d'énergie résolue est le bilan d'énergie interne. Toutefois, pour des raisons de consistance (notamment, pour obtenir numériquement les bonnes vitesses de choc, figure 1), la discrétisation doit permettre d'obtenir une forme consistante de l'équation d'énergie totale ; cela impose de compenser, dans le bilan d'énergie interne, les termes de reste d'origine numérique (les dissipations associées à la viscosité numérique) qui apparaissent dans l'équation d'énergie cinétique.
- Ces derniers étant positifs, un simple décentrement par rapport à la vitesse matérielle dans les bilans de masse et d'énergie assure la positivité de la masse volumique et de l'énergie interne.

Nous montrons dans cette présentation la consistance en dimension $d \in \{1, 2, 3\}$ du schéma ainsi obtenu, dans le sens suivant : toute limite d'une suite convergente de solutions discrètes obtenues avec des discrétisations dont les pas d'espace et de temps tendent vers zéro est nécessairement solution faible du problème. Les hypothèses de stabilité et de convergence utilisées sont "raisonnables" : convergence dans L^p , $p < +\infty$, et stabilité en norme BV. Ce résultat est conforté par les expérimentations numériques.

Références

- [1] R. HERBIN, W. KHERIJI AND J.-C. LATCHÉ, *Consistent pressure correction staggered schemes for the shallow water and Euler equations*, M2AN (accepted), 2013.
- [2] C. ZAZA, R. HERBIN AND J.-C. LATCHÉ, *A cell-centered pressure-correction scheme for compressible flows*, in preparation, 2013.

Chady ZAZA, CEA DEN/DM2S/STMF/LMEC. CEA Cadarache, bât 238. 13108 St-Paul-lez-Durance, France. chady.zaza@cea.fr

Raphaèle HERBIN, I2M UMR 7373, Aix Marseille Université, CNRS, Ecole Centrale de Marseille. 39 rue Joliot Curie. 13453 Marseille, France.

raphaele.herbin@univ-amu.fr

Jean-Claude LATCHÉ, IRSN, BP 13115, St-Paul-lez-Durance Cedex, France.

jean-claude.latche@irsn.fr