

# Un modèle asymptotique pour les solutions de faible amplitude du berceau de Newton

Brigitte BIDÉGARAY-FESQUET, Université de Grenoble

Éric DUMAS, Université de Grenoble

Guillaume JAMES, Université de Grenoble

**Mots-clés** : réseau non linéaire, interaction de Hertz, berceau de Newton, asymptotique à plusieurs échelles, breather, équation de  $p$ -Schrödinger

Nous nous intéressons à la dynamique d'un réseau uni-dimensionnel d'oscillateurs couplés par des potentiels d'interaction non linéaires. La classe de potentiels étudiée permet d'inclure le cas du berceau de Newton avec des interactions de contact de type Hertz entre voisins [2]

$$\ddot{x}_n + \Phi(x_n) = V'(x_{n+1} - x_n) - V'(x_n - x_{n-1}), \quad n \in \mathbb{Z},$$

où  $\phi(x) = x^2/2 + O(x^4)$  et  $V(r) = C(-r)_+^{\alpha+1}$ ,  $\alpha > 1$ . Pour ce système, nous savons étudier le problème de Cauchy et donner des bornes inférieures du temps d'existence.

Nous effectuons ensuite une asymptotique à plusieurs échelles pour des solutions de faible amplitude sur de grands temps et obtenons des solutions approchées

$$x_n \simeq 2\varepsilon \Re[A_n(\varepsilon^{\alpha-1}t)e^{it}]$$

décrites par une équation d'enveloppe qui est une équation de  $p$ -Schrödinger discrète

$$2i\tau \dot{A}_n = (A_{n+1} - A_n)|A_{n+1} - A_n|^{\alpha-1} - (A_n - A_{n-1})|A_n - A_{n-1}|^{\alpha-1}$$

où  $\tau$  dépend de  $\alpha$ . Nous montrons la validité de ces solutions approchées sur des temps d'ordre  $|\log \varepsilon| \varepsilon^{1-\alpha}$  lorsque  $\varepsilon$  est petit.

Nous obtenons en particulier l'existence de solutions de type breather pour le modèle de réseau initial. Pour une classe très large de conditions initiales localisées nous pouvons également estimer la dispersion maximale des solutions sous l'effet du couplage non linéaire.

Ce travail est publié dans [1].

## Références

- [1] B. BIDÉGARAY-FESQUET, E. DUMAS ET G. JAMES, *From Newton's cradle to the discrete  $p$ -Schrödinger equation*, SIAM Journal on Mathematical Analysis, **45**, 3404–3430, 2013.
- [2] S. HUTZLER, G. DELANEY, D. WEAIRE ET F. MACLEOD, *Rocking Newtons cradle*, American Journal of Physics, **72**, 1508–1516, 2004.

**Brigitte BIDÉGARAY-FESQUET**, Laboratoire Jean Kuntzmann, BP 53, 38041 Grenoble Cedex

Brigitte.Bidegaray@imag.fr

**Éric DUMAS**, Institut Fourier, BP 74, 100 rue des Mathématiques, 38402 Saint Martin d'Hères

Eric.Dumas@ujf-grenoble.fr

**Guillaume JAMES**, Laboratoire Jean Kuntzmann, BP 53, 38041 Grenoble Cedex

Guillaume.James@imag.fr