Propriétés qualitatives et approximation numérique d'un couplage fluide particule

Nina AGUILLON, Université Paris Sud

On considère une particule ponctuelle de masse m et de position h, et un fluide de densité ρ et de vitesse u, dont l'interaction mutuelle est décrite par une force de rappel $D(\rho, u - h')$. Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la particule s'écrit

$$mh''(t) = D(\rho(t, h(t)), u(t, h(t)) - h'(t)).$$

Ainsi, si D a le même signe que $u - h'$, la particule accélère si elle va moins vite que le fluide. De même, la particule exerce la force $-D$ sur le fluide. Cette force ne s'applique qu'au point où est situé la particule. En écrivant également que la masse du fluide est conservé, on obtient un modèle de couplage entre les équations d'Euler isothermes et une particule ponctuelle:

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x(\rho u) = 0, \\ \partial_t(\rho u) + \partial_x(\rho u^2 + p(\rho)) = -\lambda\rho(u - h'(t))\delta_{h(t)}(x), \\ mh''(t) = \lambda\rho(t, h(t))(u(t, h(t) - h'(t)). \end{cases} \tag{1}$$

Les équations d'Euler sont non visqueuses, et u et ρ peuvent être discontinues le long de la trajectoire de la particule h. À notre connaissance, il n'existe que peu d'étude d'interaction entre chocs et objets ponctuels (voir [2] et [3] pour deux études utilisant des outils différents). On peut donner un sens précis à ce système en voyant la particule comme une interface mobile, à travers laquelle un petit nombre de relations les traces du fluide de part et d'autre de la particule à la vitesse de la particule. En particulier, on a toujours

$$\rho_-(u_- - h') = \rho_+(u_+ - h'),$$

ce qui correspond à la conservation de la masse du fluide à travers la particule. De même, la conservation formelle de l'impulsion totale permet d'écrire une nouvelle ODE pour la particule:

$$mh''(t) = (\rho_-(t) - \rho_+(t))(c^2 - (u_-(t) - h'(t))(u_+(t) - h'(t))).$$

Dans [1], on montre que sous certaines conditions sur le frottement D, le problème de Riemann *pour une particule immobile* est bien posé. Il est beaucoup plus difficile d'obtenir un tel résultat pour le système couplé (1), car la solution n'est pas autosemblable. Nous présentons quelques propriétés qualitatives de ce système, une étude de la solution dans un cas particulier et des simulations numériques.

Références

[1] N. Aguillon, *Riemann problem for a particle-fluid coupling*, Submitted, hal-00916234

[2] B. Andreianov, F. Lagoutière, N. Seguin and T. Takahashi, *Well-posedness for a one-dimensional fluid-particle interaction model*, To appear in SIAM J. Appl. Math.

[3] P. Borsche, R. Colombo and M. Garavello, *On the Interactions between a Solid Body and a Compressible Inviscid Fluid*, To appear in Interfaces Free Bound.

Nina AGUILLON, Bâtiment 425, Faculté des Sciences d'Orsay, Université Paris-Sud, 91405 Orsay cedex
nina.aguillon@math.u-psud.fr