Analyse d'un algorithme pouvant être utilisé pour le mouvement de foule et l'écoulement biphasique.

Anthony PREUX, Paris-Sud bat 425 bureau 258

Dans le cadre d'une description macroscopique de la foule, il est assez naturel d'écrire un modèle analogue au modèle microscopique (voir [1]), en stipulant simplement que les gens cherchent à se déplacer selon un champ de vitesse "souhaité" (correspondant à ce que chacun ferait s'il était tout seul), et à projeter (au sens des moindres carrés) sur l'ensemble des vitesses admissibles, c'est à dire qui préservent la contrainte de densité maximale. Ce modèle, d'expression très simple, se présente sous la forme d'une équation de transport dont le champ advectant est obtenu par projection d'un champ donné (ce champ de vitesse souhaité) sur un cône convexe fermé. Du fait de son caractère non lisse et des effets non locaux induits par la projection, ce problème ne rentre pas dans le cadre classique des équations de conservation non linéaires. Des premiers travaux ont été effectués pour donner un cadre sain à cette formulation (travaux de thèse d'Aude Roudneff Chupin, coencadrés par B. Maury et F. Santambrogio, au LMO). L'approche suivie repose sur la distance de Wasserstein, construite sur le coût de transport entre deux mesures (cot quadratique). Cette première approche a permis d'obtenir des résultats d'existence pour le problème d'évolution, et a suggéré des algorithmes numériques de résolution effective de ce problème. Elle a aussi suscité un certain nombre de questions, théoriques ou de modélisation, dont la portée dépasse le cadre de la modélisation de mouvement de foule.

L'approche suivit en microscopique est inspirée des travaux sur l'écoulement granulaire, que l'on peut voir comme des versions d'ordre 2 en temps (du fait de l'inertie) des modèles de mouvements de foules. On peut renverser l'analogie et se demander s'il est possible d'écrire une version d'ordre 2 en temps du modèle macroscopique, qui décrirait l'évolution d'un milieu de type granulaire, inertiel, avec contrainte de densité maximale. Ce type de modèle a déjà été proposé dans la littérature (sous l'appellation de gaz sans pression, voir [2] et [3]), et correspond à une équation de type Euler sans pression (le "gaz" ne génère aucune pression tant que la densité maximale n'est pas atteinte). Aucun cadre n'existe à l'heure actuelle pour ce type de modèle en dehors de la dimension 1, et l'approche Wasserstein proposée pour les foules pourrait permettre de construire des solutions, voire de les estimer numériquement, pour toutes les dimensions.

Le projet que je souhaite présenté reprend les idées du paragraphe précédent, en se servant du modèle des gaz sans pression nous cherchons à établir un modèle macroscopique du second ordre en temps pour le mouvement de foule. Conjointement à ses travaux, nous cherchons à analyser les similarités entre la distance de Wasserstein et une certaine distance duale, de type H^-1, très utilisée en théorie du potentiel. Cette dernière peut être vue comme l'énergie électrique qui serait crée par une distribution de charge correspondant à la différence des deux mesures dont on cherche à estimer la distance. Dans la situation qui nous intéresse, à savoir la projection d'une densité donnée sur l'ensemble des densités admissibles (i.e. inférieur à une valeur seuil fixée), ces deux distances semblent se comporter de facon très similaire, ce qui présente un grand intérêt notamment numérique, du fait que la distance duale est plus facile à estimer que la distance de Wasserstein.

Références

[1] B. Maury, A. Roudneff-Chupin, F. Santambrogio and J. Venel, *Handling Congestion in Crowd Motion Modeling*, Networks and Heterogeneous Media, vol 6 485-519, 2011.

[2] F.Bouchut, Y.Brenier, J. Cortes and J-F Ripoll, *A Hierarchy of Models for Two-Phase Flows*, NonLinear Science, vol 10 639-660, 2000.

[3] F.Berthelin, *Existence and weak stability for a pressureless model with unilateral constraint*, Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, vol 12 249-272, 2002.

Anthony PREUX, 16 rue montvinet 91310 Linas
`anthonypreux@gmail.com`