

# Forme optimale des capteurs pour l'observation frontière de l'équation des ondes

**Pierre JOUNIEAUX**, Université Pierre et Marie Curie

**Yannick PRIVAT**, Université Pierre et Marie Curie

**Emmanuel TRÉLAT**, Université Pierre et Marie Curie

Le problème de l'optimisation du placement de capteurs est omniprésent dans quantité d'applications en ingénierie. Qu'il s'agisse par exemple d'acoustique, d'actionneurs piezo-électriques ou de contrôle de la vibration de structures mécaniques, déterminer le nombre, la forme ou la position optimales des capteurs est essentiel. Nous garderons dans cette présentation l'exemple de l'imagerie médicale où le bon placement des capteurs engage la qualité de la reconstruction. On considère donc l'équation des ondes sur un domaine  $\Omega$  à bord Lipschitz de  $\mathbb{R}^n$ . Pour tout sous-domaine observable  $\Gamma$  du bord  $\partial\Omega$ , représentant la surface de capteurs, la constante d'observabilité, rend compte de la qualité de la reconstruction. C'est en ce sens que notre propos sera de trouver le meilleur domaine  $\Gamma$ , en un sens à définir. On adopte dans toute la présentation un point de vue spectral. On introduira ensuite, suivant les travaux dans [2] concernant l'observabilité à l'intérieur du domaine, une *constante d'observabilité randomisée*, qui tend à rendre compte au mieux des données initiales propres à chaque cadre applicatif. C'est sur cette nouvelle constante que portera notre étude, constante qu'il s'agira de maximiser par rapport à l'ensemble des domaines  $\Gamma$  de surface prescrite  $|\Gamma| = L|\partial\Omega|$ , avec  $L \in ]0, 1[$ . Cette étude passe par une relaxation du problème d'une part, afin d'obtenir la valeur optimale pour notre critère, puis, dans l'optique de proposer des placements de capteurs explicites, par l'étude des domaines optimaux pour le critère tronqué en fréquences. Enfin on proposera plusieurs simulations numériques modélisant les domaines  $\Gamma$  optimaux pour un certain nombre de domaines  $\Omega$  explicites, mettant en lumière certaines pathologies dans la recherche numérique d'un placement optimal, comme par exemple l'effet de *spillover* développé dans [1].

## Références

- [1] P. HÉBRARD, A. HENROT, *A spillover phenomenon in the optimal location of actuators*, SIAM J. Control Optim. **44** (2005), 349–366.
- [2] Y. PRIVAT, E. TRÉLAT, E. ZUAZUA, *Optimal observability of the multi-dimensional wave and Schrödinger equations in quantum ergodic domains*, Preprint Hal (2013), 63 pages.

**Pierre JOUNIEAUX**, Laboratoire Jacques-Louis Lions, CNRS, UMR 7598, 4 place Jussieu, BC 187, 75252 Paris cedex 05, France.

`jounieaux@ann.jussieu.fr`

**Yannick PRIVAT**, Laboratoire Jacques-Louis Lions, CNRS, UMR 7598, 4 place Jussieu, BC 187, 75252 Paris cedex 05, France

`Yannick.Privat@upmc.fr`

**Emmanuel TRÉLAT**, Laboratoire Jacques-Louis Lions, CNRS, UMR 7598, 4 place Jussieu, BC 187, 75252 Paris cedex 05, France

`emmanuel.trelat@upmc.fr`