

Comment estimer la constante d'observabilité pour l'équation des ondes en dimension 1?

Alain Haraux, CNRS, LJLL, Univ. Paris 6

Thibault Liard, LJLL, Univ. Paris 6

Yannick Privat, CNRS, LJLL, Univ. Paris 6

Mots-clés : observabilité, équation des ondes, caractéristiques, inégalité d'Ingham, décomposition spectrale

Dans un domaine connexe borné de \mathbb{R}^n , la question du calcul de la constante d'observabilité associée à un opérateur des ondes, à un temps d'observation T et à un sous domaine générique d'observation constitue une tâche difficile, y compris dans le cas où $n = 1$.

Dans cet exposé, nous introduisons et décrivons deux méthodes qui fournissent des estimations de cette constante pour l'équation des ondes en dimension un. La première utilise une décomposition spectrale de la solution de l'équation des ondes dans une base hilbertienne adaptée tandis que la deuxième est fondée sur un argument de propagation le long des caractéristiques.

On commentera en s'appuyant sur des exemples précis chacune des deux méthodes, en mettant en avant leurs avantages et leurs inconvénients. Cette discussion sera illustrée par quelques simulations numériques. Enfin, on expliquera comment déduire de ces résultats des estimations du taux de stabilisation pour des équations des ondes avec amortissement, typiquement

$$u_{tt}(t, x) - u_{xx}(t, x) + 2k\chi_\omega(x)u_t(t, x) = 0,$$

avec $k > 0$ et ω un sous-ensemble mesurable de $(0, \pi)$.

Références

- [1] R. Courant and D. Hilbert. *Methods of mathematical physics. Vol. I*. Interscience Publishers, Inc., New York, N.Y., 1953.
- [2] A Haraux. Une remarque sur la stabilisation de certains systemes du deuxieme ordre en temps. *Portugaliae mathematica*, 46(3):245–258, 1989.
- [3] Alain Haraux. A generalized internal control for the wave equation in a rectangle. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 153(1):190 – 216, 1990.
- [4] A.E. Ingham. Some trigonometrical inequalities with applications to the theory of series. *Mathematische Zeitschrift*, 41(1):367–379, 1936.
- [5] Yannick Privat, Emmanuel Trélat, and Enrique Zuazua. Optimal observation of the one-dimensional wave equation. *J. Fourier Anal. Appl.*, 19(3):514–544, 2013.

Alain Haraux, CNRS, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France.
haraux@ann.jussieu.fr

Thibault Liard, Sorbonne Universités, UPMC Univ. Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France.
liard@ann.jussieu.fr

Yannick Privat, CNRS, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France.
yannick.privat@upmc.fr