Modélisation d'un câble coaxial

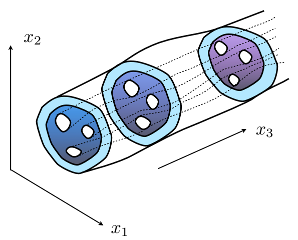
<u>**Geoffrey BECK**</u>, UMR POEMS (ENSTA/CNRS/INRIA)

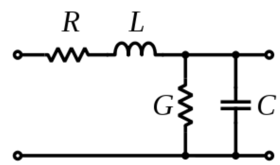
Sebastien IMPERIAL, M3DISIM, INRIA

Patrick Joly, UMR POEMS (ENSTA/CNRS/INRIA)

Mots-clés : Analyse asymptotique, câble coaxial, équation de Maxwell

Le travail présenté tente de reconstituer l'équation 1D, dite des télégraphistes, modélisant la transmission des courants **I** et des potentiels électriques **V** le long d'un "fin" câble coaxial Ω inhomogène, avec pertes, défauts géométriques (non cylindricité de Ω) et contenant N âmes parfaitement conductrice à l'aide d'un développement asymptotique des équations de Maxwell 3D en continuant les efforts des articles [1] et [2].





Considérons le "petit" paramètre géométrique $\delta > 0$ représentant l'ordre de grandeur des dimensions transverses x. Nous supposons que les solutions des équations de Maxwell 3D dans le câble Ω peuvent s'exprimer la forme d'un développement asymptotique polynomiale :

$$\widehat{E}^{\delta} = \widehat{E}^{\,0} + \delta\,\widehat{E}^{\,1} + \cdots, \qquad \widehat{H}^{\delta} = \widehat{H}^{\,0} + \delta\,\widehat{H}^{\,1} + \cdots.$$

L'analyse asymptotique nous permet d'établir les formules de reconstitution des champs électromagnétiques dans le domaine fréquentiel (de fréquence ω):

$$\widehat{E}^{\,0}(x, x_3, \omega) = \sum_{n=1}^{N} \begin{pmatrix} V^n(x_3,\omega)\nabla_x \widehat{\varphi}_e^n(\frac{x}{\delta}, x_3, \omega) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \widehat{H}^{\,0}(x, x_3, \omega) = \sum_{n=1}^{N} \begin{pmatrix} I^n(x_3,\omega)\nabla_x \widehat{\psi}_m^n(\frac{x}{\delta}, x_3, \omega) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{où}$$

- $\widehat{\varphi}_e^n(\cdot, x_3, \omega)$ et $\widehat{\psi}_m^n(\cdot, x_3, \omega)$ sont solutions d'EDP elliptiques posées sur chaque section S_{x_3}
- $\widehat{\mathbf{V}} = \big(\widehat{V}^n\big)_{n=1:N}$ et $\widehat{\mathbf{I}} = \big(\widehat{I}^n\big)_{n=1:N}$ sont solutions de l'équation des télégraphistes :

$$\left\{ \begin{array}{lr} \Big(i\omega\,\widehat{\mathbf{C}}(x_3,\omega) + \widehat{\mathbf{G}}(x_3,\omega)\Big)\,\widehat{\mathbf{V}}(x_3,\omega) \;+\; \partial_3\widehat{\mathbf{I}}(x_3,\omega) \;=\; \widehat{\mathbf{I}}_{\mathbf{s}}(x_3,\omega), & x_3 \in \mathbb{R}, \\[2mm] \Big(i\omega\,\widehat{\mathbf{L}}(x_3,\omega) + \widehat{\mathbf{R}}(x_3,\omega)\Big)\,\widehat{\mathbf{I}}(x_3,\omega) \;+\; \partial_3\widehat{\mathbf{V}}(x_3,\omega) \;=\; 0, & x_3 \in \mathbb{R}, \end{array} \right.$$

où les coefficients homogénéisés $\big(\widehat{\mathbf{C}}, \widehat{\mathbf{L}}, \widehat{\mathbf{G}}, \widehat{\mathbf{R}}\big)$ se calculent aisément à partir des potentiels introduits plus haut. Ils vous sera présenté l'obtention de ce modèle et l'étude de ses principales propriétés.

Références

[1] S. Imperiale and P. Joly, Mathematical modeling of electromagnetic wave propagation in heterogeneous lossy coaxial cables with variable cross section, Applied Num. Mathematics, (in Press).

[2] G.Beck, S. Imperiale and P. Joly, Mathematical modelling of multi conductor cables . American Institute of Mathematical Science,(AIMS), (submitted).

Geoffrey BECK, ENSTA ParisTech, 828 Boulevard des Maréchaux, 91762 Palaiseau, France
`geoffrey.beck@ensta-paristech.fr`
Sebastien IMPERIAL, Alan Turing, 1 rue Honoré d'Estienne d'Orves, 91120 Palaiseau, France
`sebastien.imperial@inria.fr`
Patrick Joly, ENSTA ParisTech, 828 Boulevard des Maréchaux, 91762 Palaiseau, France
`patrick.joly@inria.fr`