Estimateur d'erreur a posteriori pour le système de Reissner-Mindlin

Emmanuel VERHILLE, USTL - Laboratoire Paul Painlevé - Lille

Emmanuel CREUSÉ, USTL - Laboratoire Paul Painlevé - Lille / INRIA - Lille

Serge NICAISE, LAMAV - Valenciennes

Dans cette présentation, on considèrera le problème de Reissner-Mindlin avec des conditions aux bords de type Dirichlet homogènes posé sur un domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ par :

$$\begin{cases} -div\, \mathcal{C}\varepsilon(\phi) = \gamma & \text{dans } \Omega, \\ -div\, \gamma = g & \text{dans } \Omega, \\ \gamma = \lambda t^{-2}(\nabla\omega - \phi) & \text{dans } \Omega, \end{cases} \tag{1}$$

où les inconnues sont ω, le déplacement transversal du plan médian et ϕ, la rotation de la normale du plan médian. t représente l'épaisseur de la plaque, gt^3 la charge active sur la plaque, $\mathcal{C}\varepsilon(\phi)$ le tenseur d'élasticité linéaire, et λ est un coefficient de Lamé.

La solution du problème (1) est approchée par des éléments finis $\mathbb{P}_1$-conformes : on cherche $(\omega_h, \phi_h) \in \mathbb{P}_1 \times \mathbb{P}_1^2 \subset H_0^1(\Omega) \times H_0^1(\Omega)^2$ l'approximation de la solution exacte (ω, ϕ). On définit l'erreur d'approximation par

$$e_h^{rot} := \|\omega - \omega_h\|^2_{H_0^1(\Omega)} + \|\phi - \phi_h\|^2_{H_0^1(\Omega)} + \lambda^{-1}t^2\|\gamma - \gamma_h\|^2_{L^2(\Omega)} + \lambda^{-2}t^4\|rot(\gamma - \gamma_h)\|^2_{L^2(\Omega)} + \|\gamma - \gamma_h\|^2_{H^{-1}(\Omega)}.$$

L'objectif de ce travail est de trouver un estimateur a posteriori η robuste en t, totalement explicite, menant à une majoration de type $e_h^{rot} \leq \eta$ (fiabilité). Il est à noter que la constante multiplicative recherchée intervenant dans la majoration est égale à 1, ce qui constitue l'originalité du travail. La technique repose sur l'obtention d'un estimateur dit équilibré, faisant intervenir deux éléments x^* et y^*, construits entièrement à partir des approximations ω_h et ϕ_h dans des espaces fonctionnels ad hoc.
En outre, on donnera une minoration de l'erreur par l'estimateur sous la forme $\eta \leq Ce_h^{rot}$ (efficacité). Des tests numériques mettront en évidence la performance de l'estimateur.

Références

[1] C.Cartensen and J. Hu, *A posteriori error analysis for conforming MITC elements for Reissner-Mindlin plates*, Mathematics of computation, Volume 77, Number 262, Pages 611-632, 2008.

[2] R. Durán and E. Liberman, *On mixed finite element methods for the Reissner-Mindlin plate model*, Mathematics of computation, Volume 58, Number 198, Pages 561-573, 1992.

[3] M.E. Frolov, P. Neittaanmäki, S.I. Repin, *Guaranteed functional error estimates for the Reissner-Mindlin plate problem*, Journal of Mathematical Sciences, Volume 132, Number 4, Pages 553-561, 2006.

Emmanuel VERHILLE, USTL - UFR de Mathématiques - Laboratoire Paul Painlevé - 59655 Villeneuve d'Ascq Cédex
`emmanuel.verhille@math.univ-lille1.fr`
Emmanuel CREUSÉ, USTL - UFR de Mathématiques - Laboratoire Paul Painlevé - 59655 Villeneuve d'Ascq Cédex
`emmanuel.creuse@math.univ-lille1.fr`
Serge NICAISE, LAMAV, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis Le Mont Houy, 59313 Valenciennes Cedex 09
`serge.nicaise@univ-valenciennes.fr`