

Méthodes de relaxation d'onde en temps pour des écoulements réactifs

Sylvain GODEFROY, ONERA-DTIM, Université Paris 13

Les écoulements réactifs multi-espèces interviennent dans de nombreux phénomènes, et notamment dans l'étude des fronts de flamme dans les chambres de combustion. La combustion d'un carburant est à l'origine de fortes hausses de température, création d'ondes de pression, et déroulement de nombreuses réactions chimiques impliquant les espèces en présence.

Ces phénomènes de nature distincte se font à des échelles de temps très différentes, rendant coûteuse la résolution numérique. La complexité de la modélisation de ces phénomènes tri-dimensionnels nécessite donc de mettre au point des algorithmes performants tant en terme de précision, qu'en terme de coûts de calcul et temps machine.

Dans cette communication, on présente la méthode itérative dite de relaxation d'onde optimisée ("optimized waveform relaxation"), qui permet d'appliquer différentes méthodes de résolution adaptées à différents groupe d'espèces chimiques. Ces groupes d'espèces sont constitués selon la vitesse d'évolution de leurs concentrations, et leur traitement séparé permet de ne pas imposer un pas de temps très petit à toutes les espèces, ce qui, rapporté à l'ensemble du maillage en espace, alourdirait considérablement le calcul.

Plus précisément, le système d'EDO représentant la cinétique est décomposé en plusieurs sous-systèmes intégrés indépendamment les uns des autres, et dont les solutions sont transmises aux autres sous-systèmes au début de l'itération suivante. Il est donc important de pouvoir déterminer les conditions de transmission assurant une vitesse de convergence optimale de la méthode itérative.

Dans le cas linéaire, les différentes conditions de transmission correspondent à différentes décompositions $A = M - N$ de la matrice du système. L'étude du rayon spectral de l'opérateur d'itération associé permet de déterminer une décomposition correspondant à une méthode itérative convergeant à vitesse "optimale". Cette décomposition est ensuite utilisée pour la construction d'une méthode dans le cas non-linéaire par le biais d'une linéarisation du système global.

La figure de gauche représente le rapport de coût entre les méthodes itératives et globales en fonction du nombre d'itérations, pour un cas de cinétique CH₄-air. On peut voir que pour un nombre d'itérations ≤ 4 , la méthode itérative est moins coûteuse. La figure de droite représente, pour différentes conditions de transmission, l'erreur avec la solution numérique obtenue par la méthode globale. Cette dernière ayant dans cet exemple une erreur de l'ordre de 10^{-2} avec la solution exacte, ceci montre que l'on peut obtenir une solution numérique convenable pour un faible nombre d'itérations à condition d'optimiser la vitesse de convergence.

