

Prise en compte des singularités géométriques pour le préconditionnement d'équations intégrales pour le problème de Helmholtz.

Séverine MOLKO-DAUGAS, ONERA / Université Paris-Sud XI

François ALOUGES, Ecole Polytechnique, CMAP

David LEVADOUX, ONERA / Université Paris-Sud XI

Mots-clés : équations intégrales, singularités géométriques, théorie pseudo-différentielle sur variétés singulières, préconditionnement, problème de Helmholtz

Pour la résolution numérique de la diffraction d'une onde électromagnétique par un objet, plusieurs méthodes sont utilisables dont une grande classe consiste à ne poser le problème que sur le bord de l'objet à l'aide d'une formulation intégrale de la solution. Le problème linéaire sous-jacent à résoudre peut néanmoins être de taille respectable si le bord de l'objet est finement discrétisé, et l'emploi de méthodes itératives devient incontournable pour résoudre le système linéaire sous-jacent. Ceci conduit naturellement à se poser la question de préconditionner ce système afin d'en accélérer sa résolution.

Une technique efficace (la GCSIE) a été développée assez récemment dans le cas de surfaces lisses par S. Borel [1], qui consiste à utiliser une approximation de l'opérateur admittance (Dirichlet-to-Neumann). Lorsque la surface possède des singularités (arêtes, coins, pointes, etc.), comme c'est souvent le cas dans les applications, la technique fonctionne sensiblement moins bien, la qualité de l'approximation (fondée intrinsèquement sur une approximation de la surface par son plan tangent) étant mauvaise près de ces endroits.

L'idée que nous proposons consiste à garder le schéma numérique de la GCSIE classique, mais en utilisant l'admittance de surfaces canoniques (plan tangent comme pour les surfaces lisses, arête, coin, ou cône). Cela suppose donc de connaître l'admittance de surfaces canoniques, mais aussi de pouvoir étudier les opérateurs sur des surfaces non lisses.

Pour l'instant, nous nous concentrons sur le cas du problème de Helmholtz en dimension 2, à l'extérieur de surfaces à pointes. L'admittance du cône infini pour le problème de Laplace se calcule explicitement grâce à la transformée de Mellin. En ce qui concerne le problème de Helmholtz, nous avons utilisé une décomposition spectrale [2] pour donner une expression explicite sous forme de série de l'admittance du cône infini, utilisable en pratique.

D'autre part, la théorie pseudo-différentielle de Kondrat'ev [3], [4] sur des ouverts singuliers, nous permet de faire l'analyse et de montrer le caractère bien posé de la formulation GCSIE. Enfin, nous avons implémenté la nouvelle GCSIE comme définie plus haut et nous présenterons donc quelques résultats numériques.

Références

- [1] S. BOREL, *Etude d'une équation intégrale stabilisée pour la résolution itérative de problèmes de diffraction d'ondes harmoniques en électromagnétisme*, Thèse de doctorat de l'Université Paris XI, 2006.
- [2] M. CESSENAT, *Sur quelques opérateurs liés à l'équation de Helmholtz en coordonnées polaires, transformation H.K.L. (Hankel-Kantorovich-Lebedev)*, C. R. Acad. Sci. Paris, 1989.
- [3] V. A. KONDRAT'EV, *Boundary-value problems for elliptic equations in domains with conical or angular points*, Transactions of the Moscow mathematical society, 1967.
- [4] B.-W. SCHULZE, *Pseudo-differential operators on manifolds with singularities*, Studies in mathematics and its applications, vol. 24, 1991.

Séverine MOLKO-DAUGAS, ONERA, DEMR-SFM, Chemin de la Hunière, 91761 Palaiseau cedex, France
severine.molko@math.u-psud.fr

François ALOUGES, Ecole Polytechnique, CMAP, Route de Saclay, 91128 Palaiseau cedex, France
alouges@cmpax.polytechnique.fr

David LEVADOUX, ONERA, DEMR-SFM, Chemin de la Hunière, 91761 Palaiseau cedex, France
david.levadoux@onera.fr