

Généralisation de la méthode des Perfectly Matched Layers à des géométries non nécessairement convexes.

Sophie LAURENS, Institut de Mathématiques de Bordeaux, INRIA

Mots-clés : Equations de propagation d’ondes, Systèmes de Friedrichs, Perfectly Matched Layers, Milieux fictifs absorbants, Variétés pseudo riemanniennes

Depuis l’introduction par Bérenger [1] des milieux fictifs de type Perfectly Matched Layer, cette technique est assez largement utilisée pour réduire à un domaine borné la résolution des problèmes de diffraction associés à des systèmes de Friedrichs (élastodynamique, aéroacoustique, électromagnétisme). Les formulations les plus courantes concernent uniquement des domaines dont les géométries sont parallélépipédiques, voire simplement convexes.

Le changement de variables complexes introduit par Chew et Wheedon [2] sera interprété ici, pour un système a priori de Friedrichs quelconque, comme l’écriture de ces mêmes équations dans un fibré tangent complexe d’une variété réelle plate de \mathbb{C}^n . Dans le cas d’un système général, deux cas se présentent alors.

Le premier cas où les équations (Maxwell, Ondes), admettent une forme intrinsèque à l’aide de différentielles extérieures et de transformées de Hodge de celles ci. Auquel cas, on peut étudier leurs inverses intégraux directement et obtenir une théorie PML assez générale permettant d’envisager de réduire, au plus près du domaine d’étude, le domaine PML non convexe mais étoilé par axe. On aboutit alors à une formulation “dispersive” : l’opérateur est local spatialement et pseudo-différentiel en temps, mais il se localise aussi par l’intermédiaire d’équations différentielles ordinaires (EDO) ajoutées, comme dans le cas des matériaux de type Lorentz ou Debye anisotropes.

A l’inverse dans le deuxième cas, celui des équations de l’aéroacoustique avec convection, une telle formulation est impossible à obtenir. Cela amène des difficultés quant à aux démonstrations d’existence et unicité de la solution, mais on peut montrer qu’il existe une solution dans tout l’espace exponentiellement absorbante et bien entendu non réfléchissante. Les résultats, obtenus à ce jour, montrent que le système instationnaire à coefficients “gelés” est bien posé au sens d’Hadamard Petrovsky, et qu’il existe une formulation Galerkin Discontinu d’ordre 1 sur laquelle on a de bons résultats numériques (les problèmes sont faiblement hyperboliques, mais l’on peut garantir le caractère bien posé du système à coefficients constants).

On présentera une théorie PML générale pour des géométries non nécessairement convexes, associées aux systèmes de type Friedrichs, assortie d’exemples académiques 2D, ainsi que l’état théorique et numérique des travaux sur la résolution d’Euler linéarisé autour d’un écoulement porteur convecté (guide d’ondes). A la différence des travaux de [3], le domaine PML pourra être choisi aussi petit que l’on souhaite tout en garantissant une décroissance exponentielle des ondes, et une étude des problèmes instationnaires (aussi bien que les problèmes harmoniques) est réalisée.

Références

- [1] J.P. BERENGER, *A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves*, Journal of Computational Physics, 1994.
- [2] W.C. CHEW AND W.H. WHEEDON, *3D Perfectly Matched Medium from modified Maxwell’s equations with stretched coordinates*, Microwave and Optical Technology Letters, 1994.
- [3] M. LASSAS, J. LIUKKONEN, AND E. SOMERSALO, *Complex Riemannian Metric and Absorbing Boundary Conditions*, Helsinki University of Technology, 2001.
- [4] S. LAURENS, *Approximation de Haute Précision des problèmes de diffraction*, Thèse de l’Université Paul Sabatier, 2010.