

Méthodes multigrilles pour des problèmes de jeux stochastiques à somme nulle

Sylvie Detournay, Inria Saclay & CMAP Ecole Polytechnique

Marianne Akian, Inria Saclay & CMAP Ecole Polytechnique

La fonction valeur d'un problème de jeu répété stochastique, à deux joueurs et somme nulle avec information complète, vérifie l'équation de la programmation dynamique. Cette équation non linéaire peut être résolue par l'algorithme d'itération sur les politiques qui généralise en un certain sens l'algorithme de Newton (pour les cas non réguliers) et s'avère donc rapide en moyenne. Chaque itération de base de cet algorithme utilise la résolution d'un système d'équations linéaires ayant des bonnes propriétés de monotonie. Nous avons développé un algorithme pour résoudre ces problèmes de jeux, combinant itérations sur les politiques et méthodes multigrilles algébriques (dont l'implémentation est en C).

En effet, l'équation de la programmation dynamique pour des jeux différentiels stochastiques à horizon infini est une équation aux dérivées partielles elliptique de type Isaacs (pour le cas à deux joueurs) ou de type Hamilton-Jacobi-Bellman (pour le cas à un joueur). La discrétisation d'une telle équation par des schémas monotones conduit à l'équation de la programmation dynamique d'un problème de jeu répété à deux joueurs et somme nulle en temps discret et espace d'états fini. Dans ce cas, les systèmes linéaires rencontrés dans l'application de l'algorithme d'itération sur les politiques sont équivalents à des EDP linéaires elliptiques discrétisées. Nous résolvons ces systèmes par la méthode multigrille algébrique de Ruge et Stüben (86), la méthode résultante que nous appellerons $AMG\pi$ s'applique soit à des problèmes de jeux à deux joueurs et somme nulle à temps discret et espace d'états fini, soit à des discrétisations d'équations de type Isaacs ou Hamilton-Jacobi-Bellman.

Une telle association entre méthodes multigrilles et itérations sur les politiques a déjà été utilisée et étudiée pour les problèmes de contrôle stochastique actualisé qui correspondent au cas des jeux à un joueur (voir par exemple les travaux de Hoppe (86,87) et d'Akian (88, 90) sur les équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman, et les travaux de Ziv et Shimkin (05) combinant méthodes multigrilles algébriques et méthodes d'apprentissage). Pour le cas de problèmes de jeux à deux joueurs et somme nulle, cette approche n'a pas encore été considérée dans la littérature. La méthode $AMG\pi$ a été testé sur des équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman et d'Isaacs, ainsi que sur des inéquations variationnelles. Nous présenterons des résultats numériques pour ces problèmes.

Comme pour l'algorithme de Newton, le nombre d'itérations sur les politiques peut être réduit en partant d'une bonne approximation initiale de la solution. C'est dans cet esprit que nous avons développé un algorithme $AMG\pi$ avec raffinement de grilles dans le style de la méthode FMG. Des exemples sur des inéquations variationnelles montrent que ce raffinement de grilles associé à la méthode $AMG\pi$ améliore de façon non négligeable le temps de résolution de ces inéquations.

Sylvie Detournay, CMAP Ecole Polytechnique, Route de Saclay, 91128 Palaiseau Cedex
sylvie.detournay@inria.fr

Marianne Akian, CMAP Ecole Polytechnique, Route de Saclay, 91128 Palaiseau Cedex
marianne.akian@inria.fr