

Modélisation macroscopique de mouvements de foule

Aude ROUDNEFF-CHUPIN, Université Paris-Sud, ORSAY

Nous proposons un modèle pour étudier les mouvements de foule qui interviennent par exemple lors d'évacuation de bâtiments. Ce modèle est la version macroscopique d'un modèle microscopique étudié précédemment (voir [3]).

La foule est représentée par une densité sur un domaine borné, représentant une pièce par exemple. La frontière du domaine est constituée d'une partie infranchissable (les murs), et d'une partie que les gens souhaitent atteindre (les sorties). Chaque individu possède une vitesse souhaitée, typiquement celle qui le mène vers la sortie.

Cependant, la foule ne peut avancer à cette vitesse souhaitée, du fait des effets de congestion. Ces effets sont modélisés en imposant une condition de densité maximale : le déplacement à vitesse souhaitée de la foule conduirait à violer cette contrainte, en particulier près des sorties. Il est donc nécessaire de définir une classe de vitesses dites "admissibles", au sens qu'elles n'augmentent pas la densité sur les zones où la contrainte de densité maximale est saturée. Le modèle proposé consiste à dire que la vitesse réelle de la foule est la projection L^2 de la vitesse souhaitée sur cet ensemble de vitesses admissibles.

L'équation de transport obtenue ne peut pas être étudiée par les méthodes classiques. En effet, même si la vitesse souhaitée est très régulière, sa projection ne l'est pas nécessairement (elle est a priori uniquement L^2). Il est possible cependant de montrer l'existence d'une solution en utilisant la théorie des flots-gradients dans l'espace de Wasserstein (voir [1], [2]).

La simulation numérique de cette équation pose également certains problèmes. Le schéma suggéré par le flot gradient associé à l'équation de transport fait intervenir un problème de minimisation linéaire avec un grand nombre d'inconnues et de contraintes, et est très coûteux. Nous proposons à la place un schéma qui comporte une étape de transport à vitesse réelle, puis une étape de projection sur l'ensemble des densités admissibles.

Figure 1: Exemple de géométrie.

Références

- [1] L. AMBROSIO, N. GIGLI, G. SAVARÉ, *Gradient flows in metric spaces and in the space of probability measures*, Lectures in Mathematics, ETH Zürich, 2005.
- [2] B. MAURY, A. ROUDNEFF-CHUPIN, F. SANTAMBROGIO, *A macroscopic crowd motion model of gradient flow type*, Math. Mod. Meth. Appl. Sci., à paraître.
- [3] B. MAURY, J. VENEL, *A mathematical framework for a crowd motion model*, C.R. Acad. Sci. Paris, Ser I **346**, 1245–1250, 2008.