

Résolution numérique de l'opérateur de gyromoyenne

Michel MEHRENERGER, Université de Strasbourg et INRIA

Nicolas CROUSEILLES, INRIA Grand Est

Hocine SELLAMA, INRIA Sud-Ouest

L'opérateur de gyromoyenne est défini par

$$J(f)(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x + \rho \cos(\theta), y + \rho \sin(\theta)) d\theta.$$

Dans un champ magnétique uniforme, les particules décrivent une trajectoire hélicoïdale et la projection sur le plan perpendiculaire est un cercle. L'opérateur de gyromoyenne traduit alors, dans la théorie gyrocinétique, l'idée de moyenner la fonction de distribution des particules autour d'un cercle d'un rayon caractéristique (le rayon de Larmor ρ) représentant le mouvement de gyration très rapide des particules autour des lignes de champs. On s'intéresse ici à la résolution numérique de cet opérateur en présentant et comparant différentes méthodes numériques. En géométrie cartésienne périodique, on peut aisément comparer les méthodes, en calculant $\frac{\widehat{J(f)}(k)}{\widehat{f}(k)} \approx J_0(\rho k)$, où J_0 est la fonction de Bessel. Dans le cas où l'on calcule exactement le membre de droite, il s'agit de la méthode de Bessel, qui est prise comme référence dans ce cadre. On la confrontera alors à la méthode de Padé et autres variantes, et des méthodes d'intégration avec interpolation linéaire ou par splines, avec un nombre de points de quadrature constant (LIN4-8-16, SPL4-8-16) ou qui s'adapte au rayon (IM-LIN ou IM-SPL). Les méthodes d'intégration montrent clairement leur avantage; néanmoins, dans le cas où le rayon devient grand, le nombre de points de quadrature doit augmenter pour garder une bonne approximation, ce qui engendre a priori un surcoût, mais en même temps, la contribution des grands rayons est en général faible... Pour ces méthodes d'intégration, on introduit une formulation matricielle qui ramène le calcul de la gyromoyenne à celui des éléments de base de l'espace d'approximation choisi, ce qui peut être fait une fois pour toutes. Ainsi, dans le cas d'une géométrie cartésienne périodique, cette approche a un coût similaire à la méthode de Bessel, la matrice ayant dans ce cas là le bon goût d'être circulante.

Références

- [1] N. CROUSEILLES, M. MEHRENERGER, H. SELLAMA, *Numerical solution of the gyroaverage operator for the finite gyroradius guiding-center model*, accepté pour publication dans CiCP.
- [2] Z. LIN, W. W. LEE, *Method for solving the gyrokinetic Poisson equation in general geometry*, Phys. Rev. E, **52**, p. 5646, (1995).

Michel MEHRENERGER, IRMA, 7 rue René Descartes, 67000 Strasbourg

mehrenbe@math.unistra.fr

Nicolas CROUSEILLES, IRMA, 7 rue René Descartes, 67000 Strasbourg

crouseil@math.unistra.fr

Hocine SELLAMA, INRIA Sud-Ouest Bordeaux. Bat A29 bis 351 cours de la libération 33400 Talence.

Hocine.Sellama@inria.fr

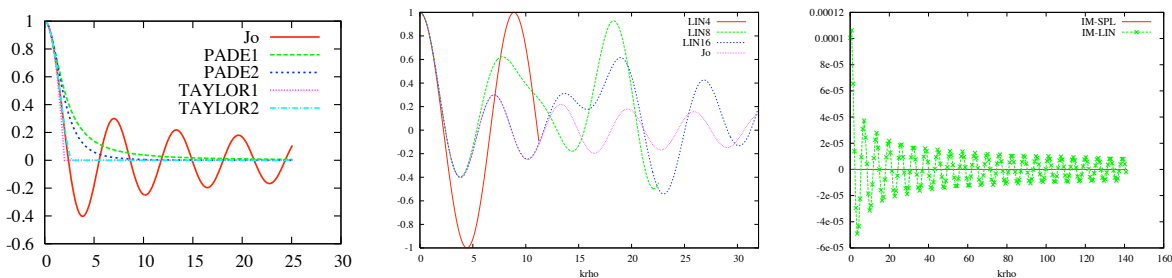


Figure 1: $\frac{\widehat{J(f)}(k)}{\widehat{f}(k)}$ (gauche et milieu) et erreur $\frac{\widehat{J(f)}(k)}{\widehat{f}(k)} - J_0(\rho k)$ pour différentes méthodes