

Un modèle de type Fokker-Planck en neurosciences

Simona MANCINI, MAPMO, Université d'Orléans

José Antonio CARRILLO, UAB, Barcelone

Stéphane CORDIER, MAPMO, Université d'Orléans

Les évolutions temporelles des fréquences d'oscillation de deux populations (excitatrice ou inhibitrice) de neurones, qui interagissent, sont modélisées par un système de deux équations différentielles stochastiques (EDS) de type Wilson-Cowan (voir [5] et [3]).

Nous considérons l'équation de Kolmogorov progressive associée, aussi connue comme équation de Fokker-Planck (FP), complétée par des conditions aux bords de flux nul (ou de Robin). L'équation (FP) est caractérisée par le fait que le terme de flux n'est pas le gradient d'un potentiel. Ceci implique qu'on ne connaît pas l'expression explicite de la solution du problème stationnaire associé. Néanmoins (voir [2]), en faisant appel au théorème de Krein-Rutman, nous montrons l'existence, unicité et positivité d'une telle solution. De plus, en utilisant la théorie de l'entropie relative généralisée (voir [4]), nous montrons aussi la convergence en temps de la solution de l'équation (FP) vers la solution du problème stationnaire. Les résultats numériques, caractérisés par un long temps de calcul, sont en accord avec ceux obtenus par une méthode de moment à partir du système dynamique d'EDS (voir [3]). En particulier, nous obtenons un profil à double pic pour la densité en temps long. Les pics densité étant localisés autour de points d'équilibre stable du système d'EDS.

Enfin, nous soulignons le comportement "lent-rapide" de l'évolution temporelle des solutions. Cette structure particulière permet d'approcher le système par une équation (unidimensionnelle) posée sur la variété stable, voir [1] qui sera présentée.

Références

- [1] N. BERGLUND, B. GENTZ, *Noise-Induced Phenomena in Slow-Fast Dynamical Systems. A Sample-Paths Approach* Springer, Probability and its Applications, 2005.
- [2] JA. CARRILLO, S. CORDIER, S. MANCINI, *A decision-making Fokker-Planck model in neuroscience*, (submitted).
- [3] G. DECO, D. MARTÌ, *Deterministic Analysis of Stochastic Bifurcations in Multi-stable Neurodynamical Systems*, Biological Cybernetics, 2007.
- [4] P. MICHEL, S. MISCHLER, B. PERTHAME, *General relative entropy inequality: an illustration on growth models*, J.Math.Pures Appl., 2005.
- [5] HR. WILSON, JD. COWAN, *Excitatory and inhibitory interactions in localized populations of model neurons*, Biophysical Journal, 1972.

Simona MANCINI, MAPMO, Fédération D.Poisson, Université d'Orléans, Route de Chartres, BP 6759, 45067 Orléans cedex 2

`simona.mancini@univ-orleans.fr`

José Antonio CARRILLO, ICREA et Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona, E-08193 - Bellaterra, Espagne

`carrillo@mat.uab.es`

Stéphane CORDIER, MAPMO, Fédération D.Poisson, Université d'Orléans, Route de Chartres, BP 6759, 45067 Orléans cedex 2

`stephane.cordier@math.cnrs.fr`