

# Conditions limites artificielles discrètes pour des écoulements compressibles externes

**Céline LAPUERTA**, Institut de Radioprotection et de Sûreté nucléaire, Cadarache

**Jean-Claude LATCHÉ**, Institut de Radioprotection et de Sûreté nucléaire, Cadarache

**Mots-clés** : Stabilité, écoulements externes, écoulements compressibles, schémas à mailles décalées

Dans les applications industrielles, il est courant d'étudier par simulation numérique des écoulements compressibles externes. Le domaine de calcul est alors nécessairement choisi borné, et délimité par une frontière, dite "artificielle", et au travers de laquelle le flux de masse peut être entrant ou sortant. On propose ici de construire des conditions aux limites adaptées à ces situations pour les équations de Navier-Stokes, en se donnant comme objectif d'assurer le contrôle de l'énergie cinétique. Pour ce faire, en supposant le bilan de masse  $\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0$  vérifié, on écrit formellement les termes de convection dans chaque composante du bilan de quantité de mouvement sous la forme variationnelle suivante :

$$\int_{\Omega} (\partial_t(\rho u) + \nabla \cdot (\rho u \vec{u})) v = \int_{\Omega} \left( \partial_t(\rho u) - \frac{1}{2} \partial_t \rho u \right) v + b(u, v) + \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} \rho u v \vec{u} \cdot \vec{n} \quad (1)$$

avec  $b(u, v) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho v \vec{u} \cdot \nabla u - \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho u \vec{u} \cdot \nabla v$  forme bilinéaire anti-symétrique.

L'estimation d'énergie pourra en être déduite en prenant classiquement  $v = u$  à condition que l'intégrale de bord s'exprime comme une forme linéaire appliquée à la fonction test. La condition aux limites qui en ressort s'écrit :

$$-\frac{1}{2} \rho \vec{u} \vec{u} \cdot \vec{n} + \tau(\vec{u}) \cdot \vec{n} - p \vec{n} = \vec{f}$$

avec  $\vec{f}$  donné.

L'objet de cette présentation est de refaire cette démarche pour le problème discret obtenu avec des approximations de bas degré, où les inconnues de vitesse sont associées aux faces du maillage : schémas éléments finis non conformes (Rannacher-Turek ou Crouzeix-Raviart) ou schéma MAC. Nous utilisons soit la formulation mixte volumes finis/éléments finis détaillée dans [1], soit, dans le cas MAC, la formulation volumes finis standard ; dans les deux cas, l'opérateur de convection est discrétisé par une formulation volume fini sur un maillage décalé.

Le potentiel de ces conditions est ensuite illustré sur un cas de convection naturelle avec des conditions aux limites ouvertes. Le bilan d'énergie et une loi d'état (formulée dans le cadre du modèle asymptotique des écoulements à faible nombre de Mach) sont ajoutés aux équations de Navier-Stokes. Les simulations sont faites en utilisant le logiciel libre ISIS [2] basé sur la plate-forme PELICANS [3], tous deux développés à l'Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN). En particulier, nous montrons que les conditions aux limites ne perturbent pas l'écoulement en effectuant une étude de sensibilité à la taille du domaine.

## Références

- [1] G. ANSANAY-ALEX, F. BABIK, J.C. LATCHÉ, D. VOLA, *An L2-stable approximation of the Navier-Stokes convection operator for low-order non-conforming finite elements*, International journal for numerical methods in fluids, accepté, 2010.
- [2] ISIS COLLABORATIVE WEBSITE, <https://gforge.irsn.fr/gf/project/isis/>.
- [3] PELICANS WEBSITE, <https://gforge.irsn.fr/gf/project/pelicans/>.

**Céline LAPUERTA**, IRSN/DPAM/SEMIC/LIMSI, BP3, 13115 St Paul-lez-Durance  
celine.lapuerta@irsn.fr

**Jean-Claude LATCHÉ**, IRSN/DPAM/SEMIC, BP3, 13115 St Paul-lez-Durance  
jean-claude.latche@irsn.fr