Optimisation de forme sous contrainte de convexité

Jimmy LAMBOLEY, Université Paris-Dauphine

On s'intéresse à des problèmes d'optimisation de forme de la nature suivante :

$$\min_{\Omega \text{ convexe } \subset \mathbb{R}^d} J(\Omega),$$

où J est une fonctionnelle de forme, qui à un domaine de $\mathbb{R}^d$ associe un réel.
Pour ce type de problèmes, la question de l'existence d'un minimum est rendue plus facile par la contrainte de convexité imposée aux domaines admissibles (qui fournit de la compacité). Par contre, c'est l'écriture des conditions d'optimalité pour comprendre (voire identifier) les minima qui devient plus délicate.
On montrera comment avoir des informations sur les formes optimales, en faisant ressortir des hypothèses de type concavité sur la fonctionnelle de forme, qui sont satisfaites dans de nombreux exemples, notamment pour des conjectures célèbres de Mahler, et de Polyà-Szegö. Deux approches sont possibles : l'une sera basée sur les inégalités de type Brunn-Minkowski, l'autre sur des calculs de dérivées secondes. On montrera les avantages de chaque approche, et aussi quelles sont les difficultés rencontrées à partir de la dimension 3. Ces travaux sont communs avec Michel Pierre, Arian Novruzi, Dorin Bucur, Ilaria Fragalà, Antoine Henrot, Evans Harell dans le cadre de l'ANR GAOS (Geometric Analysis of Optimal Shapes).

Références

[1] J. Lamboley - A. Novruzi - *Polygons as optimal shapes with convexity constraint*, SIAM J. Control Optim. Volume 48, Issue 5, pp. 3003-3025 (2009)

Jimmy LAMBOLEY, Université Paris-Dauphine, CEREMADE, place du maréchal de Lattre de Tassigny, 75775 PARIS
`lamboley@ceremade.dauphine.fr`