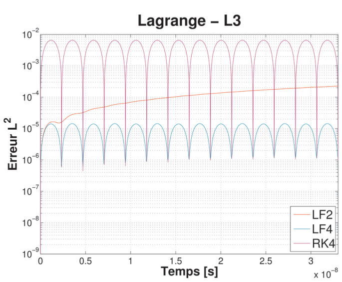
Etude numérique d'interpolations polynomiales dans une méthode Galerkin discontinue pour la résolution numérique des équations de Maxwell instationnaires 2D

Joseph CHARLES, INRIA Sophia Antipolis - Méditerranée

Les méthodes Galerkin discontinues, apparues récemment comme une alternative prometteuse aux méthodes d'éléments finis classiques, ont fait l'objet ces dernières années d'une popularité croissante, tirant profit de leur capacité à atteindre un degré de précision arbitraire et à permettre l'utilisation de maillages non-structurés lors de la discrétisation de formes géométriques complexes. Les méthodes Galerkin discontinues sont naturellement adaptées à la prise en compte d'hétérogénéités et autorisent un raffinement local non-conforme du maillage de calcul et un degré d'interpolation variable en espace [1]-[2]. Elles ont fait l'objet de plusieurs travaux visant à leur mise au point pour la résolution numérique des équations de Maxwell instationnaires.
L'obtention d'une méthode Galerkin discontinue d'ordre arbitrairement élevé repose le plus souvent sur une interpolation polynomiale nodale de type Lagrange et sur l'utilisation d'un schéma explicite d'intégration en temps contraint par une condition de stabilité. Parmi ces schémas, les plus utilisés pour la résolution des équations de Maxwell sont les schémas de type Runge-Kutta et les schémas de type saute mouton [3]. L'augmentation du degré d'interpolation et de l'ordre de l'intégration temporelle permet alors d'améliorer la précision et la vitesse de convergence de ces méthodes mais aucune étude simultanée et comparative de ces deux aspects n'a jusqu'ici été menée pour la résolution numérique des équations de Maxwell bidimensionnelles. On présente ici les résultats d'une telle étude en considérant différentes méthodes d'interpolation polynomiale (Lagrange, Bernstein, etc.) et différents schémas en temps. Sur les figures ci-dessous, on visualise pour une méthode Galerkin discontinue basée sur une interpolation de Lagrange, l'évolution temporelle de l'erreur L^2 pour la propagation d'un mode propre dans une cavité carrée. Le tableau répertorie les valeurs maximales de l'erreur L^2 pour chacune des configurations testées.



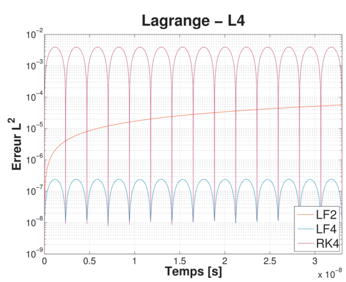


Schéma / Ordre	**Erreur L^2**
LF2 / L3	$2.28.10^{-4}$
LF2 / L4	$5.70.10^{-5}$
LF4 / L3	$1.43.10^{-5}$
LF4 / L4	$2.42.10^{-7}$
RK4 / L3	$6.50.10^{-3}$
RK4 / L4	$3.90.10^{-3}$

Cette étude s'inscrit dans une démarche plus globale qui vise le développement d'une méthode d'ordre arbitrairement élevé en maillages tétraédriques pour la simulation numérique de problèmes de propagation tridimensionnels. En particulier, on cherche à concevoir une méthodologie numérique qui combine un raffinement du maillage (h-raffinement) dans les zones de moindre régularité de la solution avec un enrichissement de l'ordre d'approximation (p-enrichissement) là où la solution est régulière.

Références

[1] L. Fezoui, S. Lanteri, S. Lohrengel and S. Piperno, *Convergence and stability of a discontinuous Galerkin time-domain method for the heterogeneous Maxwell equations on unstructured meshes*, ESAIM: Math. Model. and Numer. Anal. **39** no.6 1149-1176, 2005.

[2] J.S. Hesthaven and T. Warburton, *Nodal high-order methods on unstructured grids. I. Time-domain solution of Maxwell's equations*, J. Comput. Phys. **181** 186-221, 2002.

[3] H. Spachmann, R. Schuhmann and T. Weiland, *High order explicit time integration schemes for Maxwell's equations*, Int. J. Numer. Model. **15** no.6 419-437, 2002.

Joseph CHARLES, équipe projet NACHOS, centre de recherche INRIA Sophia Antipolis - Méditerranée
2004 route des Lucioles, BP 93, 06902 Sophia Antipolis Cedex
`joseph.charles@inria.fr`