

Lois de pressions et transformée de Legendre rapide

Hélène MATHIS, Université de Strasbourg

Philippe HELLUY, Université de Strasbourg

Mots-clés : Transition de phase, algèbre max-plus, transformée de Legendre rapide, lois de pression tabulées

On s'intéresse à la modélisation d'écoulements compressibles avec transition de phase. L'évolution du fluide est décrite par les équations d'Euler auxquelles on adjoint une loi d'état. Cette loi traduit le comportement thermodynamique du fluide et doit satisfaire des contraintes de convexité qui assurent notamment l'hyperbolicité du système d'Euler. Dans le cas d'un mélange diphasique, l'énergie du fluide à l'équilibre se déduit du second principe de la thermodynamique et correspond à la minimisation de la somme des énergies de chaque phase [3]. Selon la nature immiscible ou miscible du mélange, l'énergie du système est soit l'enveloppe convexe soit une inf-convolution des énergies. Ces deux opérations sont étroitement liées à la transformée de Legendre. En particulier on montre que la structure mathématique naturelle pour la construction de lois d'états admissibles est une algèbre max-plus [4]. Tout comme la transformée de Fourier, la transformée de Legendre admet un algorithme rapide [5] que l'on adapte à la construction de lois d'états tabulées. On propose un algorithme de complexité $O(N)$, où N désigne le nombre de points de la table, qui permet la construction de lois d'états admissibles complexes. Considérant un mélange immiscible de deux gaz parfaits, la démarche permet de retrouver le profil des courbes isothermes obtenues dans [2] et [3]. Dans le cas d'un mélange miscible, on démontre que l'optimisation de l'énergie est équivalente à la loi de Dalton. L'algorithme est également appliqué à la loi d'état de van der Waals : le procédé de convexification de l'énergie par l'algorithme de transformée de Legendre rapide est équivalent à la construction de Maxwell.

Références

- [1] ALLAIRE, GRÉGOIRE AND FACCANONI, GLORIA AND KOKH, SAMUEL, *A strictly hyperbolic equilibrium phase transition model*, C. R., Math., Acad. Sci. Paris, 2007.
- [2] JAOUEN, S., *Etude mathématique et numérique de stabilité pour des modèles hydrodynamiques avec transition de phase*, PhD Thesis, 2001.
- [3] HELLUY, PHILIPPE AND SEGUIN, NICOLAS, *Relaxation models of phase transition flows*, ESAIM, Math. Model. Numer. Anal. , 2006.
- [4] HELLUY, PHILIPPE AND MATHIS, HÉLÈNE, *Pressure laws and fast Legendre transform*, soumis, 2010.
- [5] LUCET, Y., *Faster than the fast Legendre transform, the linear-time Legendre transform*, Numer. Algorithms, 1997.