Deux modèles asymptotiques pour le confinement d'un gaz d'électrons sur un plan

Fanny Delebecque, ENS Cachan Antenne de Bretagne

Mots-clés : transport quantique, confinement mur infini, Schrödinger-Poisson, moyennisation, fonctions presques-périodiques

Dans la plupart des composants électroniques à l'échelle nanométrique, le trasport des électrons se fait dans une ou des directions privilégiées tandis que le gaz d'électrons est confiné dans la (ou les) autre(s) direction(s) (voir à ce sujet [6]. On modélise ici un gaz d'électrons bidimensionnel (confiné dans une direction), représenté par un système de Schrödinger-Poisson tridimensionnel. Le but de cette présentation est l'obtention d'une approximation de ce système qui prenne en compte la nature essentiellement bidimensionnelle du gaz quantique tout en gardant une decription tridimensionnelle du potentiel d'interaction électrostatique.

Dans un premier temps, on introduit dans le système tridimensionel de départ un potentiel confinant singulier (comme dans [3, 2, 4]) et on obtient un modèle asymptotique bidimensionnel par une analyse asymptotique de l'équation de Poisson.

$$i\partial_t \psi^\varepsilon = -\Delta\psi^\varepsilon + V_c^\varepsilon(z)\psi^\varepsilon + V^\varepsilon\psi^\varepsilon, \qquad -\Delta V^\varepsilon = |\psi^\varepsilon|^2.$$

Dans un deuxième temps, on propose de modéliser le confinement des électrons dans une plaque fine en ajoutant dans l'équation de Schrödinger-Poisson de départ des conditions de Dirichlet homogènes sur les bords $z = 0$, $z = \varepsilon$ de la plaque.

$$\begin{aligned} &i\partial_t \psi^\varepsilon = -\Delta\psi^\varepsilon + V_c^\varepsilon(z)\psi^\varepsilon + V^\varepsilon\psi^\varepsilon, && \psi^\varepsilon(t,x,0) = \psi^\varepsilon(t,x,\varepsilon) = 0 \\ &-\Delta V^\varepsilon = |\psi^\varepsilon|^2, && V^\varepsilon(t,x,0) = V^\varepsilon(t,x,\varepsilon) = 0 \end{aligned}$$

Contrairement au cas étudié dans la première partie, le potentiel d'interaction électrostatique asymptotique dépend de la variable de confinement z, et fait ainsi apparaître un terme fortement oscillant en temps. Pour palier ces oscillations fortes, on met en place une technique de moyennisation inspirée de [1] dans un cadre fonctionnel de fonctions presque-périodiques adapté. Le modèle final se présente sous la forme d'un système infini d'équations de Schrödinger nonlinéaires, dont la nonlinéarité met en évidence un phénomène de résonnance entre des mode liés par une équation algébrique. Le résultat de convergence obtenue dans ce cas a été l'objet de la publication [5].

Références

[1] N. Ben Abdallah, F. Castella, F. Méhats, *Time averaging for the strongly confined nonlinear Schrödinger equation, using almost periodicity*, to appear in J. Diff. Eq. (2008).

[2] N. Ben Abdallah, F. Castella, F. Fendt, F. Méhats, *The strongly confined Schrödinger-Poisson system for the transport of electrons in a nanowire* , preprint.

[3] N. Ben Abdallah, F. Méhats, O. Pinaud, *Adiabatic approximation of the Schrödinger-Poisson system with a partial confinement*, SIAM J. Math. Anal, 36 (2005).

[4] F. Delebecque-Fendt, F. Méhats, *An effective mass theorem for the bidimensional electron gas in a strong magnetic field*, Comm. Math. Phys, 292, 829-870 (2009).

[5] An asymptotic model for the transport of an electron gas in a slab, *F. Delebecque*, accepté dans M3AS.

[6] D.K. Ferry, S.M. Goodnick, *Transport in Nanostructures*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1997.

Fanny Delebecque, ENS Cachan Antenne de Bretagne, Capus de Ker Lann, av R. Schumann, 35170 BRUZ
`fanny.delebecque@bretagne.ens-cachan.fr`