Schémas "asymptotic preserving" et modèles aux moments pour les équations de transport de particules

Emmanuel FRANCK, CEA/DIF

Bruno DESPRES, Laboratoire Jacques Louis Lions

Christophe BUET, CEA/DIF

Cette étude se place dans le cadre de la résolution numérique de modèles simplifiés de type P^n, S^n ou M^1 associés aux équations de transport [1]. Ces modèles ont comme propriété de tendre vers une équation de diffusion dans certains régimes comme dans l'exemple qui suit

$$\begin{cases} \partial_t u + \dfrac{1}{\epsilon}\nabla.(\vec{v}) = 0, \\ \partial_t(\vec{v}) + \dfrac{1}{3\epsilon}\nabla u = -\dfrac{\sigma_S}{\epsilon^2}\vec{v}, \end{cases} \quad \text{dont le régime limite est } \partial_t u - \frac{1}{3\sigma_S}\Delta u = 0.$$

On souhaite construire des méthodes de volumes finis dites "asymptotic preserving" sur **maillage non structuré**, afin de pouvoir les coupler à l'hydrodynamique lagrangienne pours les simulations de FCI. Dans un premier temps nous avons construit un schéma AP pour le modèle P1 à partir de la méthode de Jin et Levermore [2] et en utilisant la formulation classique aux arêtes des méthodes de volumes finis. Cette formulation permet de mettre en évidence les différentes difficultés de ce problème, notament avoir un schéma limite convergent sur maillage général. Pour pallier à ce problème un nouveau schéma basé sur une formulation aux noeuds est proposé. Il s'agit d'utiliser l'analogie entre le modèle P1 et les équations d'Euler linéarisé afin de coupler la méthode précdente et les schéma GLACE ou CHIC ([3] et [4]) utilisé en hydrodynamique lagrangienne. Nous obtenons ainsi un schéma "asymptotic preserving" aux noeuds dont la limite est un schéma éfficace sur maillages généraux. Les premiers tests numériques montrent que le schéma parait stable et convergent d'ordre 2. Une variante implicite du schéma a été développé pour relacher la contrainte de CFL trs restrictive liée a ce type de problème.
Nous évoquerons aussi les études en cours sur la preuve de convergence pour le schéma AP et sur l'extension au modèle non linéaire M1 basée à partir d'une reformulation en système [5] de la dynamique des gaz et un schéma Lagrange+projection.

Références

[1] T. Brunner, *Riemann solvers for time-dependant transport based on the maximum entropy and spherical harmonics closure*, Ph.D thesis, University of Michigan, 2000.

[2] S. Jin, D. Levermore, *Numerical schemes for hyperbolic conservation laws with stiff relaxation terms*, JCP, 126,449-467, 1996.

[3] G. Carre, S. Del Pino, B. Despres, E. Labourasse, *A Cell-centered lagragian hydrodynamics scheme on general unstructured mesh in arbitrary dimension*, JCP, vol. 228 n14 pp.5160-5183, 2009.

[4] P-H. Maire, R. Abgrall, J. Breil, J. Ovadia , *A Cell-centered lagrangian sheme for two-dimensional compressible flow problems*, Siam J. Sci. Comput. Vol. 29, n4, 2007.

[5] C. Buet, B. Després, *Grey radiative hydrodynamics, hierarchy of models and numerical approximation*, cour Nice, 2008.

Emmanuel FRANCK, CEA/DIF, 91680 Bruyres le Chatel, BP 12, France
`efranck21@gmail.com`
Bruno DESPRES, Laboratoire Jacques Louis Lions, 175 rue du chevaleret, Paris, France
`despres@ann.jussieu.fr`
Christophe BUET, CEA/DIF, 91680 Bruyéres le Chatel, BP 12, France
`christophe.buet@cea.fr`