

# Méthodes parallèles de décomposition en temps entre Parareal et la correction du résidu

David GUIBERT, Cermics, ENPC

**Mots-clés** : parareal, deferred correction, time domain decomposition

L'algorithme "Parareal" introduit par [1] est une méthode itérative parallèle pour la résolution d'EDO. L'intervalle d'intégration est divisé en sous-domaine en temps distribué sur des processeurs. Chaque itération de l'algorithme consiste en une résolution précise en parallèle sur chaque sous-domaine puis en une correction séquentielle sur tout le domaine d'intégration. La méthode originale utilise une méthode d'intégration à un pas classique pour chacune de ces étapes.

La méthode de correction du résidu [2] repose sur la construction d'un problème perturbé dont la solution exacte est connue. Le résidu entre ce problème et le problème original est alors calculé par un processus itératif. La précision en temps augmente avec les itérations, car l'adjonction du résidu à la solution approchée est une meilleure approximation numérique de la solution exacte que la solution approchée seule. Cette méthode permet de construire des schémas d'ordre élevés en utilisant des méthodes d'intégration à un pas.

Dans [3], nous avons proposé une parallélisation de la méthode de correction du résidu. Les instants en lesquels le résidu est itérativement amélioré sont regroupés pour former des sous-domaines. Chacun des sous-domaines sont alors distribués de façon cyclique sur les processeurs. Un pipeline parallèle est ainsi introduit: sur un sous domaine, à la fin d'une itération la solution améliorée est transmise au sous-domaine suivant qui peut calculer le résidu lui étant associé pendant que l'itération suivante peut démarrer.

Cette approche pipelinée peut s'appliquer à la parallélisation de Parareal. Ce qui permet une grosse réduction des temps d'attente entre les itérations sur les processeurs gérant les premiers sous-domaines (cf. [4]) et montre également sur chaque processeur que les résolutions précises sont très coûteuses en temps CPU.

Dans cette présentation, je montrerai les analogies entre Parareal et la correction du résidu parallèle, en particulier que la correction itérative du résidu peut se substituer aux résolutions précises dans Parareal [3, 4, 5]. Les efficacités parallèles de la parallélisation classique de Parareal et de l'approche pipelinée seront analysées sur les algorithmes de Parareal et de la correction du résidu. Des résultats numériques viendront illustrées les performances obtenues sur les deux algorithmes.

## Références

- [1] YVON MADAY AND GABRIEL TURINICI, *A parareal in time procedure for the control of partial differential equation*, C. R., Math., Acad. Sci. Paris 335, No.4, 387-392 (2002).
- [2] MICHAEL L. MINION, *Semi-Implicit Spectral Deferred Correction Methods For Ordinary Differential Equations*, Comm. Math. Sci., 1(3), 471-500, 2003.
- [3] DAVID GUIBERT AND DAMIEN TROMEUR-DERVOU, *Parallel Deferred Correction method for CFD Problems*, Proc. Int. Conf. Parallel CFD 2006: Computing and Its Applications, pages 131-138, 2007. ISBN: 978-0-444-53035-6
- [4] DAVID GUIBERT AND DAMIEN TROMEUR-DERVOU, *Parallel Adaptive Time domain decomposition for stiff systems of ODEs/DAEs*, Computer and Structures, 85(9):553-562, 2007.
- [5] MICHAEL L. MINION AND SARAH A. WILLIAMS, *Parareal and Spectral Deferred Corrections*, AIP Conference Proceedings, 1048, 388-391, 2008.