

Schéma lagrangien pour les équations d'Euler sur maillages non conformes

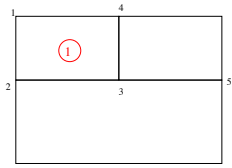
Alexandra CLAISSE, CEA DAM Île-de-France

Bruno DESPRÉS, Université Pierre et Marie Curie

Emmanuel LABOURASSE, Franck LEDOUX, CEA DAM Île-de-France

L'approche non conforme permet d'avoir une grande souplesse au niveau des maillages utilisés en hydrodynamique. Cela permet notamment de s'affranchir de conditions CFL très restrictives au centre de maillages polaires, [3, 2, 4], utilisés pour l'implosion de cible laser en fusion par confinement inertiel. L'extension en dimension trois de cette approche est à notre connaissance un problème ouvert. Nous proposons ici une formulation du schéma GLACE dans ce cadre qui peut s'utiliser en toute dimension. Le schéma GLACE (schéma de type Godunov, LAgrangien et Conservatif pour la variable d'Énergie totale) [1] discrétise les équations d'Euler en formulation lagrangienne. Ce schéma repose sur la définition de vecteurs \vec{C}_{jr} , où j est l'indice de la maille et r l'indice local du nœud, qui contiennent les informations géométriques nécessaires à la résolution des équations d'Euler. En particulier, on définit : soit $\vec{x} = (\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_r, \dots)$ la collection de points du maillage, alors $\vec{C}_{jr} = \nabla_{\vec{x}_r} V_j$, où V_j est le volume de la maille j , tel que $V_j'(t) = \sum_r (\vec{C}_{jr}, \vec{u}_r)$ et $\sum_r \vec{C}_{jr} = \sum_j \vec{C}_{jr} = 0$, où \vec{u}_r caractérise la vitesse au nœud r .

Dans le cas de ces maillages non conformes, le problème est de définir les vecteurs géométriques aux points de non conformité. Pour cela, nous allons noter \vec{D}_{jr} les nouveaux vecteurs géométriques reformulés à l'aide d'un traitement particulier sur les vecteurs \vec{C}_{jr} correspondant à un maillage conforme. Cela revient à intégrer la contrainte subie par le nœud de non conformité à la définition des vecteurs \vec{D}_{jr} .



Par exemple, en prenant les notations de la figure ci-contre, on impose que les coordonnées du point x_3 est tel que $\vec{x}_3(t) = \frac{1}{2}(\vec{x}_2(t) + \vec{x}_5(t))$, $\forall t$. On a alors, pour la maille 1,

$$\begin{aligned} \nabla_{\vec{x}_1} V_1 &= \vec{D}_{11} = \vec{C}_{11}, & \nabla_{\vec{x}_4} V_1 &= \vec{D}_{14} = \vec{C}_{14}, \\ \nabla_{\vec{x}_2} V_1 &= \vec{D}_{12} = \vec{C}_{12} + \frac{1}{2}\vec{C}_{13}, & \nabla_{\vec{x}_5} V_1 &= \vec{D}_{15} = \frac{1}{2}\vec{C}_{13}. \end{aligned}$$

Ce nouveau schéma est lui aussi conservatif et entropique. On montrera plusieurs exemples d'utilisation de cette formulation sur des maillages non conformes.

Références

- [1] G. CARRÉ, S. DEL PINO, B. DESPRÉS AND E. LABOURASSE, *A cell-centered Lagrangian hydrodynamics scheme on general unstructured meshes in arbitrary dimension*, J. Comp. Phys. 228 (2009), 5160-5183.
- [2] R. LOUBÈRE AND E.R. CARAMANA, *The force/work differencing of exceptional points in the discrete, compatible formulation of Lagrangian hydrodynamics*, J. Comp. Phys. 216 (2006), 1-18.
- [3] P.H. MAIRE AND B. NKONGA, *Multi-scale Godunov-type method for cell-centered discrete Lagrangian hydrodynamics*, J. Comp. Phys. 228 (2009), 799-821.
- [4] P.H. MAIRE, *A high-order cell-centered Lagrangian scheme for two-dimensional compressible fluid flows on unstructured meshes*, J. Comp. Phys. 228 (2009), 2391-2425.

Alexandra CLAISSE, CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon, France.

alexandra.claisse@gmail.com

Bruno DESPRÉS, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598, Laboratoire J.-L. Lions, F-75005 Paris, France.

despres@ann.jussieu.fr

Emmanuel LABOURASSE, Franck LEDOUX, CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon, France.

emmanuel.labourasse@cea.fr, franck.ledoux@cea.fr