

Schémas à deux grilles pour la résolution de problèmes aux valeurs propres non linéaires

Rachida CHAKIR, UPMC, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Paris, France.

Yvon Maday, UPMC, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Paris, France / Division of Applied Mathematics, Brown University, USA.

La résolution de problèmes aux valeurs propres non linéaires, comme on peut en trouver en chimie quantique ou en mécanique, étant très coûteuse, l'idée est de proposer de nouvelles méthodes permettant de simplifier la résolution de ce type de problèmes et ainsi diminuer le coût de calcul.

L'idée de *schéma à deux grilles* a d'abord été introduite pour la résolution de problèmes elliptiques non symétriques et non linéaires [6, 7, 5], puis pour la résolution des équations Navier-Stokes [3, 4].

Notre méthode (inspirée de [1]) consiste à approcher la solution u d'un problème aux valeurs propres non linéaire, dans un premier temps, par la fonction u_H solution du problème aux valeurs propres non linéaire discret sur un espace de discrétisation grossier X_H . Puis à utiliser la solution grossière ainsi obtenue pour résoudre un problème aux valeurs propres linéarisé, ou même un problème linéarisé avec second membre, sur un espace de discrétisation fin X_h , on appellera $u_h^{H,2g}$ cette solution.

Ainsi, si les pas d'espace grossier H et fin h sont choisis de façon adéquate, alors l'erreur $\|u - u_h^{H,2g}\|_{H^1}$ est du même ordre que $\|u - u_h\|_{H^1}$, où u_h n'est autre que la solution du problème aux valeurs propres non linéaire discret résolu directement sur X_h . Ceci repose sur le fait que la contribution de u_H à l'erreur est mesurée en norme $L^2(\Omega)$ et possède donc un ordre plus élevé que si elle était mesurée en norme $H^1(\Omega)$ [2].

Références

- [1] H. ABBOUD and T. SAYAH, *A full discretization of the time-dependent Navier-Stokes equations by a two-grid scheme*, M2AN Math. Model. Numer. Anal., Vol.42, N1, pp.141-174, (2008).
- [2] E. CANCÈS, R. CHAKIR and Y. MADAY, *Numerical analysis of nonlinear eigenvalue problems*, paraître dans Journal of Scientific Computing.
- [3] V. GIRAULT, J.L. LIONS, *Two-grid finite-element schemes for the steady Navier-Stokes problem in polyhedra*, Port. Math. (N.S.) 58, No.1, 25-57, 2001.
- [4] W. LAYTON and W. LENFERINK, *Two-level Picard and modified Picard methods for the Navier-Stokes equations*, Appl. Math. Comp., 69, 263-274, (1995).
- [5] M. MARION and J. XU, *Error estimates on a new nonlinear Galerkin method based on two-grid finite elements*, SIAM J. Numer. Anal., 32: 1170-1184, (1995).
- [6] J. XU, *Two-grid discretization techniques for linear and nonlinear PDEs*, SIAM J. Numer. Anal., 33(5):1759-1777, 1996.
- [7] J. XU and A. ZHOU, *Local and parallel finite element algorithms based on two-grid discretizations*, Math. Comput., 69, 881-909, (2000).

Rachida CHAKIR, Université Pierre et Marie Curie Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Boîte courrier 187, 75252 Paris Cedex 05, France.

chakir@ann.jussieu.fr

Yvon Maday, Université Pierre et Marie Curie Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Boîte courrier 187, 75252 Paris Cedex 05, France. Division of Applied Mathematics, Brown University 182 George Street, Providence, RI 02912, USA.

maday@ann.jussieu.fr