

# Écoulement diphasique immiscible en milieu poreux hétérogène avec champ de pression capillaire discontinu

Clément CANCES, Lab. J.-L. Lions, UPMC Paris 06

Michel PIERRE, IRMAR, ENS Cachan Bretagne

Les modèles d'écoulements diphasiques immiscibles en sous-sol, très utilisés dans l'ingénierie pétrolière, ont été largement étudiés (voir par exemple [7]). On utilisera le modèle de Darcy-Muskat :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \phi \partial_t s_\alpha - \nabla \cdot \left( \frac{kr_\alpha(s_\alpha)}{\mu_\alpha} \mathbf{K} (\nabla p_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g}) \right) = 0, & (\alpha \in \{o, w\}) \\ s_o + s_w = 1, \\ p_o - p_w = \pi(s_o, x) \end{cases}$$

où les inconnues  $s_o, s_w, p_o$  et  $p_w$  désignent respectivement les saturations des phases huileuses et aqueuses et leur pression,  $\mu_\alpha$  et  $\rho_\alpha$  désignent respectivement la viscosité et la densité de la phase  $\alpha$ ,  $\mathbf{g}$  désigne la gravité,  $\phi$  désigne la porosité de la roche,  $\mathbf{K}$  la perméabilité de la roche,  $kr_\alpha$  la perméabilité relative de la phase  $\alpha$  et  $\pi$  la *pression capillaire*. Si la question de l'existence d'une solution au problème  $(\mathcal{P})$  dans le cas où le milieu poreux est homogène ou à variations régulières a été résolue [1], les changements brutaux de couche géologique exigent la prise en compte de discontinuités dans les caractéristiques physiques de la roche, amenant ainsi de nouvelles difficultés théoriques et numériques. Nous nous concentrerons sur l'influence des discontinuités de la pression capillaire  $\pi$  par rapport à la variable d'espace  $x$ . Dans ce cas, la question de l'existence de solution a seulement été étudiée pour des modèles simplifiés [2, 3, 4, 5, 6] où le problème  $(\mathcal{P})$  se réduit à une seule équation parabolique dégénéré (comme c'est le cas en dimension d'espace 1). En particulier, les conditions de raccord au niveau des interfaces entre différentes roches sont étudiées dans [3, 5]. En adaptant ces derniers résultats, nous montrons l'existence d'une solution faible au problème  $(\mathcal{P})$  lorsque la pression capillaire  $\pi$  est discontinue par rapport à la variable d'espace.

## Références

- [1] T. ARBOGAST, *The existence of weak solutions to single porosity and simple dual-porosity models of two-phase incompressible flow*, *Nonlinear Anal.*, 19, 1009-1031, 1992.
- [2] M. BERTSCH, R. DAL PASSO & C. J. VAN DUJIN, *Analysis of oil trapping in porous media flow*, *SIAM J. Math. Anal.*, 35, 245-267, 2003.
- [3] F. BUZZI, M. LENZINGER & B. SCHWEIZER, *Interface conditions for degenerate two-phase flow equations in one space dimension*, *Analysis*, 29, 299-316, 2009.
- [4] C. CANCES, *Finite volume scheme for two-phase flow in heterogeneous porous media involving capillary pressure discontinuities*, *M2AN Math. Model. Numer. Anal.*, 43, 973-1001, 2009.
- [5] C. CANCES, T. GALLOUËT & A. PORRETTA, *Two-phase flows involving capillary barriers in heterogeneous porous media*, *Interfaces Free Bound.*, 11, 239-258, 2009.
- [6] G. ENCHÉRY, R. EYMARD & A. MICHEL, *Numerical approximation of a two-phase flow in a porous medium with discontinuous capillary forces*, *SIAM J. Numer. Anal.*, 43, 2402-2422.
- [7] G. GAGNEUX & M. MADAUNE-TORT, *Analyse mathématique de modèles non linéaires de l'ingénierie pétrolière*, Springer-Verlag, 1996.

Clément CANCES, Univ. P. et M. Curie, Lab. J.-L. Lions, BC 187, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05  
cances@ann.jussieu.fr

Michel PIERRE, ENS Cachan, Antenne de Bretagne, Avenue Robert Schumann, 35170 BRUZ  
michel.pierre@bretagne.ens-cachan.fr