

Étude d'un modèle cinétique simplifié du phénomène d'évaporation en gravitation.

Pierre CARCAUD, Université de Rennes 1

Pierre-Henri CHAVANIS, Université Paul Sabatier

Mohammed LEMOU, Université de Rennes 1

Florian MÉHATS, Université de Rennes 1

L'étude de l'évolution dynamique d'amas galactiques a connu un regain d'intérêt de la part des Astrophysiciens dans les années 1940 avec l'apparition des premiers calculateurs numériques. Ce renouveau théorique est en grande partie dû aux physiciens S. Chandrasekhar, I. King et S. Spitzer et a donné lieu à différents modèles (voir [1]). Un modèle envisagé pour décrire les amas d'étoiles est le modèle cinétique Vlasov-Landau-Poisson. Il s'agit de considérer l'équation de Vlasov dans laquelle le potentiel d'interaction est un potentiel de Poisson créé par la répartition des particules et à laquelle on ajoute un noyau de collisions de Landau (voir [2]). Le phénomène d'évaporation est alors modélisé en imposant une condition de Dirichlet homogène dans l'espace des phases à la frontière du domaine correspondant aux particules dont l'énergie cinétique n'excède pas l'énergie potentielle (c'est-à-dire les particules qui n'ont pas atteint la vitesse d'échappement). Le traitement mathématique de ce modèle est très récent et a été jusqu'à présent l'objet de peu de développements. Son étude nécessite l'étude préliminaire de modèles simplifiés qui en général ne présentent pas d'intérêt physique mais qui ne sont pas toutefois dénués d'intérêt mathématique. On considère les hypothèses simplificatrices suivantes : la répartition de particules est homogène en espace, le potentiel d'interaction utilisé dans le noyau de collisions de Landau est le potentiel Maxwellien, la répartition initiale de particule est isotrope en vitesse, la vitesse d'échappement des particules est une constante fixée. On se ramène ainsi au système

$$\begin{cases} \partial_t f(t, v) = \nabla_v \cdot (E_f(t) \nabla_v f(t, v) + 3M_f(t) v f(t, v)), & t \geq 0, |v| \leq R, \\ f(0, v) = f_0(v), & |v| \leq R \\ f(t, v) = 0, & t \geq 0, |v| = R, \\ f \geq 0, \end{cases}$$

avec

$$M_f(t) := \int_{|v| \leq R} f(t, v) dv, \quad E_f(t) := \int_{|v| \leq R} f(t, v) v^2 dv.$$

Pour ce problème il y a une théorie d'existence et d'unicité de solutions classiques. On montre que la répartition tend très lentement vers un dirac en 0 (il y a formation d'un condensat). On donne des équivalents de la masse M_f et de l'énergie E_f ainsi qu'un profil asymptotique pour f . Ce qui est remarquable c'est que la convergence vers l'état stationnaire n'est pas exponentielle mais en $1/\log(t)$. Tous ces résultats sont illustrés à l'aide d'un schéma numérique avec de bonnes propriétés de conservation. La très lente convergence vers l'état stationnaire reste toutefois un obstacle à une validation numérique satisfaisante du comportement asymptotique.

Références

- [1] J. BINNEY, S. TREMAINE, *Galactic Dynamics*, Series in Astrophysics, 1987.
- [2] C. VILLANI, *A review of mathematical topics in collisional kinetic theory*. In "Handbook of mathematical fluid dynamics, Vol. I", North-Holland, Amsterdam, 2002.

Pierre CARCAUD, IRMAR, Université de Rennes 1, 263 avenue du Général Leclerc, 35000 Rennes
pierre.carcaud@univ-rennes1.fr

Pierre-Henri CHAVANIS, Laboratoire de Physique Théorique, IRSAMC, Université Paul Sabatier, 118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse
chavanis@irsamc.ups-tlse.fr

Mohammed LEMOU, IRMAR, Université de Rennes 1, 263 avenue du Général Leclerc, 35000 Rennes
mohammed.lemou@univ-rennes1.fr

Florian MÉHATS, IRMAR, Université de Rennes 1, 263 avenue du Général Leclerc, 35000 Rennes
florian.mehats@univ-rennes1.fr