

Une méthode de décomposition de domaine efficace pour les problèmes de diffraction d'onde impliquant une cavité profonde

Jennifer BOURGUIGNON-MIREBEAU, Université Paris Sud / Onera

François ALOUGES, Ecole Polytechnique

David LEVADOUX, Onera

Mots-clés : décomposition de domaine, équations intégrales, électromagnétisme, préconditionnement

L'un des problèmes majeurs dans le domaine de la furtivité radar est la prise en compte de cavités larges et résonnantes (telles que les entrées d'air moteur). Dans les calculs numériques de sections efficaces radar (SER), ces cavités sont généralement bouchées, sinon les algorithmes de résolution convergeraient trop lentement. Nous présentons une méthode de décomposition de domaine (DDM) dédiée à la résolution itérative de tels problèmes de diffraction électromagnétique harmoniques en temps. Cette méthode s'inspire de la méthodologie gouvernant la construction d'un nouveau type d'équations intégrales nommé GCSIE (Generalized Combined Source Integral Equation) [1]. Notre classe de DDM dépend du choix d'un opérateur régularisant \tilde{R} dont la vocation est d'approcher au mieux un opérateur optimal R . De telles DDM conduiraient ainsi à des méthodes bien conditionnées, comme observé pour la GCSIE. On considère un domaine D borné et connexe de \mathbf{R}^3 , de frontière Γ_D , présentant une cavité. On introduit à l'entrée de cette cavité une interface artificielle Γ , coupant $\mathbf{R}^3 \setminus D$ en un domaine intérieur borné Ω^- et un domaine extérieur infini Ω^+ . On définit Γ_D^\pm la partie de Γ_D incluse dans Ω^\pm . Le problème initial est de trouver un champ électrique rayonnant \mathbf{E} , défini dans $\mathbf{R}^3 \setminus D$, solution de

$$\gamma_D \mathbf{E} = -\gamma_D \mathbf{E}^{\text{inc}} \text{ sur } \Gamma_D, \quad (1)$$

où γ_D désigne la trace de Dirichlet extérieure sur la surface Γ_D . On définit l'espace d'onde admissible W^- (resp. W^+) comme l'ensemble des champs électriques (resp. électriques rayonnants) vérifiant $\gamma_D \mathbf{E} = 0$ sur Γ_D^- (resp. sur Γ_D^+), ainsi que $W = W^+ \oplus W^- = \{(\mathbf{E}^+, \mathbf{E}^-), \mathbf{E}^+ \in W^+, \mathbf{E}^- \in W^-\}$. Soit \mathbf{E}^{sc} (champ de court-circuit) le champ électrique rayonnant dans Ω^+ , vérifiant $\gamma_D \mathbf{E}^{\text{sc}} = -\gamma_D \mathbf{E}^{\text{inc}}$ sur $\Gamma_D^+ \cup \Gamma$. Soit $(\gamma_1^\pm, \gamma_2^\pm)$ un couple de traces duales (extérieures et intérieures) sur Γ . On définit $\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_1^+ & -\gamma_1^- \\ \gamma_2^+ & -\gamma_2^- \end{pmatrix}$ et $u_0 = (-\gamma_1^+(\mathbf{E}^{\text{inc}} + \mathbf{E}^{\text{sc}}), -\gamma_2^+(\mathbf{E}^{\text{inc}} + \mathbf{E}^{\text{sc}}))$. On peut montrer que le problème (1) est équivalent à

$$\text{Trouver } \mathbf{E} \in W, \text{ tel que } \gamma \mathbf{E} = u_0. \quad (2)$$

Notant \mathcal{V}^\pm un potentiel implicite permettant de reconstruire tout champ \mathbf{E} de W^\pm à partir de sa trace $\gamma_1^\pm \mathbf{E}$, on cherche à paramétrer le champ solution \mathbf{E} dans W par une source u sur Γ :

$$\mathbf{E} = (\mathcal{V}^+ \mathbf{R}^+, \mathcal{V}^- \mathbf{R}^-) u \quad (3)$$

L'opérateur R est sélectionné de sorte que $\gamma(\mathcal{V}^+ \mathbf{R}^+, \mathcal{V}^- \mathbf{R}^-) = \text{Id}_{|\Gamma}$, et on en choisit une approximation $\tilde{R} = (\tilde{R}^+, \tilde{R}^-)$. Alors la source u est solution de

$$\gamma(\mathcal{V}^+ \tilde{R}^+, \mathcal{V}^- \tilde{R}^-) u = u_0, \quad (4)$$

équation dont l'opérateur sous-jacent est de la forme $\text{Id} + C$ où C est un opérateur compact, pourvu que l'approximation \tilde{R} soit suffisamment proche de R . Après résolution de cette équation bien conditionnée, on obtient le champ solution \mathbf{E} grâce à la formule de reconstruction (3). Soit une cavité présentant près de l'interface de séparation une forme proche de celle d'un guide d'onde infini. Considérant l'interface comme la section de ce guide, on peut construire un opérateur \tilde{R}^\pm à l'aide de l'opérateur exact du guide, R_∞^\pm . On résout un problème aux valeurs propres en 2D sur l'interface conduisant à une famille de fonctions de base modales dans lesquelles l'opérateur R_∞^\pm est bien connu. Prenant $\tilde{R}^\pm = R_\infty^\pm$, le calcul de $\tilde{R}^\pm u$ revient à projeter le courant u sur ces fonctions de base et à appliquer les valeurs propres de l'opérateur R_∞^\pm .

Références

- [1] F. ALOUGES, S. BOREL, AND D.P. LEVADOUX, *A stable well-conditioned integral equation for electromagnetism scattering*, J.Comp.App.Math,204:440-451, July 2007.