

Etude théorique et numérique pour un modèle d'écoulements diphasiques bicomposant en milieux poreux.

Bilal SAAD, CEA-Saclay/DM2S/SFME/LSET

Dans le cadre des études sur le stockage des déchets radioactifs de longue activité, il est important de prendre en compte le dégagement d'hydrogène provenant de la corrosion des colis. L'augmentation de la pression de gaz dans le stockage peut interagir sur la roche environnante. Pour cela, il est nécessaire d'avoir des schémas numériques fiables pour prédire correctement le comportement à long terme du stockage mais aussi d'avoir des modèles physiques cohérents et bien posés mathématiquement pour effectuer ces simulations numériques.

Nous étudions l'existence de solutions pour les problèmes d'écoulements diphasiques (liquide et gaz) bicomposant (eau et hydrogène) compressibles avec distinction des composants dans leur phase sans hypothèse de dépendance de quantités physiques via la pression globale comme dans [1]. Le modèle physique utilisé repose sur la relaxation des modèles classiques qui supposent l'équilibre instantané entre l'hydrogène dissous et l'hydrogène gazeux via la loi de Henry.

Le modèle physique consiste à écrire les équations de *conservation de la masse* pour chaque phase ainsi que celle de l'hydrogène gazeux et de l'hydrogène dissous. En supposant que l'eau est uniquement sous forme liquide, ces quatre équations se réduisent aux trois équations suivantes

$$\begin{cases} \partial_t(\Phi\rho_l S_l) + \operatorname{div}(\rho_l u_l) = -\nu\rho_l(c - c_{\text{eq}}), \\ \partial_t(\Phi\rho_g S_g) + \operatorname{div}(\rho_g u_g) = \nu\rho_l(c - c_{\text{eq}}), \\ \partial_t(\Phi\rho_l S_l c) + \operatorname{div}(\rho_l u_l c - \rho_l D_l \nabla c) = -\nu\rho_l(c - c_{\text{eq}}), \end{cases} \quad (1)$$

où Φ , ρ_α , S_α , u_α , c , c_{eq} et D_l représentent respectivement la porosité, la densité de la phase α ($\alpha = l, g$), la saturation de la phase α ($S_l + S_g = 1$), la vitesse de la phase α (supposée de Darcy), la concentration de l'hydrogène dissous, une concentration d'hydrogène dissous équilibre et un coefficient de diffusion de l'hydrogène gazeux dans la phase liquide.

Dans (1), le terme $\nu\rho_l(c - c_{\text{eq}})$ représente un terme de transfert de masse entre l'hydrogène gazeux et l'hydrogène dissous.

Notant $H_{\Gamma_l}^1(\Omega) = \{u \in H^1(\Omega); u = 0 \text{ sur } \Gamma_l\}$ où Ω représente notre domaine d'étude et Γ_l le bord de Ω sur lequel nous imposons des conditions aux limites de type Dirichlet, alors, sous certaines hypothèses sur le milieu géologique et sur les lois de fermeture (perméabilités relatives et pression capillaire), on peut montrer l'existence d'une solution faible (P_g, P_l, c) du problème (1). De plus, cette solution faible vérifie

$$\begin{cases} p_\alpha \in L^2(0, T; H_{\Gamma_l}^1(\Omega)), \quad \Phi\partial_t(\rho_\alpha S_\alpha) \in L^2(0, T; (H_{\Gamma_l}^1(\Omega))'), \quad \alpha = l, g, \\ 0 \leq S_l \leq 1 \text{ p.p. dans } (0, T) \times \Omega \text{ et } c \in L^2(0, T; H_{\Gamma_l}^1(\Omega)) \end{cases}$$

et la concentration d'hydrogène dissous c vérifie $0 \leq c \leq c_{\text{eq}}$.

Dans le modèle (1), le coefficient ν représente l'inverse d'un temps caractéristique de retour à l'équilibre. Afin de retrouver (au moins formellement) les modèles classiques lorsque le temps caractéristique de retour à l'équilibre tend vers zéro, la concentration d'hydrogène dissous équilibre c_{eq} est définie via la loi de Henry.

Nous montrons par la suite des simulations numériques obtenus via le modèle (1) et via le modèle classique (Loi de Henry).

Références

- [1] F. CARO, B. SAAD, E. LAUCOIN AND A. GENTY., *Numerical simulation of two phase flow in porous media in a context of high performance computing*, submitted in Math. and Computer in Simulation, 2009.