

# Un schéma numérique équilibre pour le couplage épais d'équations hyperboliques multidimensionnelles

**Benjamin BOUTIN**, INRIA Lille - Nord Europe

**Frédéric COQUEL**, École Polytechnique

**Philippe G. LEFLOCH**, Université Pierre et Marie Curie Paris 6

Nous proposons un modèle d'interface épaisse pour traiter le couplage de systèmes hyperboliques de lois de conservation multidimensionnelles posées sur des domaines d'espace fixes, deux à deux disjoints

$$\partial_t w + \partial_x f_i(w) = 0, \quad x \in \mathcal{D}_i \subset \mathbb{R}^d, \quad t > 0, \quad 0 \leq i \leq L.$$

À travers chacune des interfaces séparant ces domaines, une relation de couplage requiert formellement la continuité d'une quantité prescrite. Le formalisme d'interface épaisse introduit permet alors de traiter des configurations géométriques relativement complexes, comportant par exemple un éventuel recouvrement des différents domaines couplés, et surtout d'assurer le caractère bien posé du problème, mis en défaut dans un couplage à interface mince dans ce contexte hyperbolique [1].

Un schéma de volumes finis équilibre est élaboré pour calculer les solutions du problème ainsi considéré. Par un principe de reconstruction, ce schéma est en mesure de préserver les solutions satisfaisant à une version régularisée (par l'épaississement des interfaces) des relations de couplage. La convergence de ce schéma est établie pour des données initiales dans  $L^\infty$  par l'utilisation de solutions à valeurs mesure entropiques de DI PERNA [2], en étendant le théorème dû, dans un contexte sans couplage, à COQUEL, COCKBURN et LEFLOCH [3].

## Références

- [1] B. BOUTIN, *Mathematical and numerical study of nonlinear hyperbolic equations: model coupling and nonclassical shocks*, PhD Thesis, Université Pierre et Marie Curie Paris 6, 2009.
- [2] B. COCKBURN, F. COQUEL, P.G. LEFLOCH, *Convergence of the finite volume method for multi-dimensional conservation laws*, SIAM J. Numer. Anal., 32(3):687–705, 1995.
- [3] R.J. DIPERNA, *Measure-valued solutions to conservation laws*, Arch. Rational Mech. Anal., 88(3):223–270, 1985.

**Benjamin BOUTIN**, INRIA Lille - Nord Europe Équipe SIMPAF

Parc Scientifique de la haute Borne

Parc Plaza - Batiment A

40 Avenue Halley

59650 Villeneuve d'Ascq Cedex

benj.boutin@gmail.com

**Frédéric COQUEL**, Centre de Mathématiques Appliquées (CMAP),

École Polytechnique,

Route de Saclay,

91128 Palaiseau Cedex France.

coquel@cmap.polytechnique.fr

**Philippe G. LEFLOCH**, Laboratoire Jacques-Louis Lions & CNRS,

Université Pierre et Marie Curie (Paris 6),

4 Place Jussieu,

75252 Paris, France.

pgLeFloch@gmail.com