Modélisation et simulation numérique de matériaux microstructurés.

Adeline AUGIER, Université Paris Sud

François Alouges, École Polytechnique

Benjamin Graille, Université Paris Sud

La maîtrise du confort acoustique dans les avions d'affaires fait largement appel aux solutions passives et en particulier aux matériaux poreux (laines de verre, mousses, tissus) pour leurs qualités de légèreté, d'absorption phonique et de souplesse de matériau. Ces deux dernières qualités sont essentielles dans les applications d'isolation acoustique où le matériau est placé entre deux parois. D'après un travail de L. leylekian dans [2], la connaissance des propriétés des matériaux poreux passe non seulement par une analyse macroscopique mais aussi par une étude des modèles microscopiques.

Le but de cette étude est de comprendre les propriétés acoustiques des matériaux au niveau macroscopique en fonction de leur structure microscopique. Nous supposons dans la suite que le matériau considéré est périodique de période ε, ce paramètre étant supposé très petit devant la taille caractéristique du matériau. Nous écrivons alors les équations reliant le mouvement (du solide et de l'air) et la pression sous une forme adimensionnée en faisant apparaître le paramètre ε. Le mouvement du matériau est modélisé par un mouvement élastique alors que le mouvement du fluide est modélisé par un système de type Stokes. Nous nous intéressons donc à un modèle couplé Stokes - Elasticité qui décrit le mouvement au niveau macroscopique.

Le système obtenu est très proche de celui étudié dans [3]. La différence fondamentale entre nos deux systèmes est que le système périodique couplé que nous obtenons, au contraire de celui obtenu dans [3], ne dépend pas du temps. Cela complique l'étude puisqu'alors la forme sesquilinéaire associée au système $(F-S)_\varepsilon$ n'est pas coercive. Le résultat d'existence et d'unicité pour le système $(F-S)_\varepsilon$ découle de l'utilisation de l'alternative de Fredholm.

Concernant l'étude théorique du modèle couplé, nous commençons par présenter les équations en ε ainsi que les équations limites lorsque le paramètre ε tend vers 0 (pour décrire le mouvement au niveau microscopique). Puis nous démontrons un résultat d'existence et d'unicité pour chacun des systèmes. Nous exposons ensuite des résultats de la théorie de l'homogénéisation développés par G.Allaire dans [1] que nous appliquons au système. Enfin nous effectuons une convergence double échelle afin d'obtenir les systèmes limites au niveau microscopique ainsi qu'au niveau macroscopique, et nous établissons aussi une résultat d'existence et d'unicité pour ces systèmes .

Nous illustrons ensuite le travail précédent grâce à des résultats numériques. Pour cela, nous travaillons avec le système obtenu par passage à la limite quand ε tend vers 0, celui-ci étant plus simple à programmer que le système donné initialement par l'étude physique. Nous présentons les résultats au niveau microscopique et au niveau macroscopique.

Références

[1] G. Allaire, *Homogenization and two-scale convergence*, SIAM J. MATH. ANAL, Vol 23, pp 1482-1518, November 1992.

[2] L. Leylekian, *Notions élémentaires d'acoustique des milieux poreux*, Rapport interne de l'ONERA, 2001.

[3] Th. Clopeau, J.L. Ferrín, R.P. Gilbert, A. Mikelić, *Homogenizing the Acoustic Properties of the Seabed, Part* II, Mathematical and Computer Modelling, Vol 33, pp 821-841, 2001.

Adeline AUGIER, Laboratoire de Mathématiques, Bâtiment 425, Université Paris Sud, 91405 Orsay Cedex
`adeline.augier@math.u-psud.fr`
François Alouges, CMAP UMR 7641 École Polytechnique CNRS, Route de Saclay, 91128 Palaiseau Cedex
`francois.alouges@polytechnique.edu`
Benjamin Graille, Laboratoire de Mathématiques, Bâtiment 425, Université Paris Sud, 91405 Orsay Cedex
`benjamin.graille@math.u-psud.fr`