

Étude d'un schéma numérique pour le système couplé Vlasov/Navier-Stokes en trois dimensions.

Ayman MOUSSA, ENS Cachan, CMLA

Laurent BOUDIN, UPMC, Laboratoire J.-L. Lions

Céline GRANDMONT, INRIA, CRI Paris–Rocquencourt

Considérons le système de Vlasov/Navier-Stokes:

$$\begin{aligned} \partial_t f + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f + \nabla_{\boldsymbol{\xi}} \cdot [\mathbf{A}_{\mathbf{d}} f] &= 0, & (t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \in [0, T] \times \Omega \times \mathbb{R}^3, & (1) \\ \rho_a [\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{u}] + \nabla_{\mathbf{x}} p - \eta \Delta_{\mathbf{x}} \mathbf{u} &= \mathbf{F}_{\text{spray}}, & (t, \mathbf{x}) \in [0, T] \times \Omega & (2) \\ \nabla_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{u} &= 0, & (t, \mathbf{x}) \in [0, T] \times \Omega. & (3) \end{aligned}$$

Ce système décrit l'évolution d'un aérosol par l'intermédiaire de sa fonction de densité f (répartition continue des particules dans l'espace des phases $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \in \Omega \times \mathbb{R}^3$) au sein d'un fluide (densité ρ_a , viscosité η), lui-même décrit *via* sa vitesse \mathbf{u} et sa pression p par les équations de Navier-Stokes incompressibles. Le système est couplé (dans les deux sens) par la présence des termes $\mathbf{A}_{\mathbf{d}}$ et $\mathbf{F}_{\text{spray}}$. Le premier de ces deux termes, *l'accélération de traînée*, gouverne l'action du fluide sur l'aérosol. Le second traduit la *rétroaction* de l'aérosol sur le fluide. L'étude théorique du système (1)–(3) a été réalisée dans [1], dans le cas d'un domaine d'espace périodique.

Nous présentons ici un schéma numérique élaboré afin d'approcher le système (1)–(3). Le travail a été réalisé dans le cadre du code `LifeV`, bibliothèque C++ d'éléments finis développée au sein du projet REO (INRIA Rocquencourt) et associe des méthodes EF/particulaire et ALE/particulaire pour traiter les cas de domaines fixes ou mobiles.

Après différentes étapes de validation numérique, nous tentons d'estimer l'influence de la rétroaction sur le comportement du fluide, comme cela a déjà été étudié dans [2], en deux dimensions.

L'étude de systèmes de type fluide/particules est d'un grand intérêt en pharmacologie (aérosol thérapie). Plus spécifiquement, l'utilisation du couplage ALE/particulaire permet de prendre en compte l'aspect mobile de la paroi bronchique, propre aux voies respiratoires supérieures, dans l'étude du dépôt de particules lors de la phase de transport.

Références

- [1] L. BOUDIN, L. DESVILLETES, C. GRANDMONT AND A. MOUSSA, *Global existence of solutions for the coupled Vlasov and Navier-Stokes equations*, Differential Integral Equations, **22**, 11-12, 2008.
- [2] L. BOUDIN, A. DEVYS, C. GRANDMONT, B. GREC ET D. YAKOUBI, *Aerosol retroaction on the air in a two-dimensional branch*, CEMRACS 2008—Modelling and Numerical Simulation of Complex Fluids, ESAIM Proc., p.1–10 (electronic), 2008.

Ayman MOUSSA, ENS Cachan, CMLA, CNRS, UniverSud, 61 Avenue du Président Wilson, 94230 Cachan
amoussa@cmla.ens-cachan.fr

Laurent BOUDIN, UPMC, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris
laurent.boudin@upmc.fr

Céline GRANDMONT, INRIA, CRI Paris–Rocquencourt, EPI Reo, F-78153, Le Chesnay Cedex, France
celine.grandmont@inria.fr