

Éléments finis continus pour l'approximation des équations de Maxwell : Couplage avec une méthode PIC

Alexandre SINDING, EPI POems, INRIA Rocquencourt

Gary COHEN, EPI POems, INRIA Rocquencourt

Martin Costabel et Monique Dauge ont présenté, il y a quelques années, une méthode de régularisation des équations de Maxwell par un terme de divergence dans le but d'utiliser des éléments finis continus [1]. En présence de coins ou d'arêtes rentrantes, la méthode était rendue consistante par l'introduction d'espaces à poids (une autre solution étant la méthode du complément singulier proposée par Patrick Ciarlet dans [5]). Nous présentons ici une méthode alternative qui permet de se passer de l'ajout du terme de divergence et élimine donc le problème de singularité lié à ce terme dans le cas des coins rentrants. On cherche en effet des solutions dans H_{rot} , et non plus $H_{rot} \cap H_{div}$, espace plus facile à approcher par une méthode d'éléments finis conformes H_1 .

Il est néanmoins connu que sans l'ajout d'un terme de divergence les éléments finis continus sont mal adaptés à l'approximation des équations de Maxwell. Ceci est lié au fait que le choix de nos espaces de discrétisation ne reproduit pas un équivalent discret de la décomposition de Helmholtz [2]. Un terme de régularisation de l'approximation discrète, inspiré des méthodes de Galerkin Discontinues [4] est donc ajouté au système, une analyse spectrale permettra de confirmer ses bonnes propriétés. La discrétisation du problème de Maxwell, quant à elle, est basée sur les méthodes d'éléments finis mixtes spectraux dont on peut trouver une description détaillée dans [3].

Nous terminerons par l'utilisation de cette méthode d'ordre élevé dans le cadre d'un couplage avec une méthode *Particle in Cell* (PIC) utilisée pour l'approximation des plasmas peu denses et illustrerons ses bonnes propriétés, en particulier en ce qui concerne la conservation de la charge, sur quelques exemples numériques.

Références

- [1] M. COSTABEL AND M. DAUGE, *Weighted regularization of Maxwell equation in polyhedral domains*, Numerische Mathematik, **93** (2002), pp. 239–277.
- [2] P. FERNANDES, M. RAFFETTO, *Characterization of spurious-free finite elements methods in electromagnetics*, COMPEL, Vol. **21** No.1 (2002), pp. 147–164.
- [3] G. COHEN, *High order numerical methods for transient wave equation*, Springer, 2001.
- [4] G. COHEN, M. DURUFLE, *Non spurious spectral like element methods for Maxwell's equations*, Journal of Computational Mathematics, Vol. **25** No.3 (2007), pp. 282–304.
- [5] F. ASSOUS, P. CIARLET, JR. AND J. SEGRÉ, *Numerical solution to the time-dependent Maxwell equations in axisymmetric singular domains: the singular complement method*, J. Comput. Phys. 191 (2003), no. 1, 147–176.

Alexandre SINDING, EPI POems, INRIA Rocquencourt, Domaine de Voluceau - B.P. 105 Rocquencourt, 78153 Rocquencourt 01 39 63 56 27

`alexandre.sinding@inria.fr`

Gary COHEN, EPI POems, INRIA Rocquencourt, Domaine de Voluceau - B.P. 105 Rocquencourt, 78153 Rocquencourt 01 39 63 54 53

`gary.cohen@inria.fr`