IFP, Rueil-Malmaison France
Innovation Energie Environnement

Institut Galilée
Université Paris 13
Laboratoire Laga

L. Métivier, F. Delprat-Jannaud, L. Halpern, P. Lailly

ludovic.metivier@ifp.fr

Inversion 2D de données sismiques de puits

Contexte

Motivation: besoin croissant d'images du sous-sol haute résolution (1m) pour la caractérisation de réservoirs ou la surveillance de sites de stockage de CO_2

Moyen: prendre en compte les non-linéarités de la propagation d'ondes par rapport aux caractéristiques physiques du sous-sol (multiple scattering)

Problème: ceci induit une sensibilité très forte par rapport à la source générant les données, souvent mal déterminée, pour l'inversion de données sismiques de surface

Inversion de données sismiques de surface

Avantages: produit un modèle d'impédance dans une zone étendue latéralement

Inconvénients: forte sensibilité par rapport à la source → pas de *scattering multiple*

→ résolution de l'ordre de la longueur d'onde sismique ≈10m

Inversion de données sismiques de puits

Avantages: ne nécessite pas la connaissance de la source → *scattering multiple* → résultat haute résolution

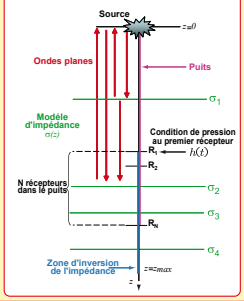
Inconvénients: hypothèses réductrices 1D, résultat limité autour du puits

→ Extension des résultats sur l'inversion de données sismiques de puits 1D à un contexte multi-D

Analyse de la résolution pour l'inversion 1D

Enjeu: à partir de l'enregistrement de la réponse du sous-sol P (pression) à un ébranlement en surface, reconstituer ses propriétés mécaniques

Modèle physique



Problème direct

$$(\sigma(z),h(t)) \to O_z^i(t) = -\frac{1}{\sigma(z_i)}\partial_z P(z_i,t)\, i=1,\dots N$$

où P solution de

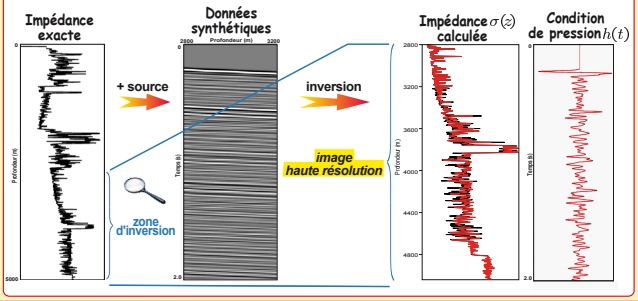
$$\frac{1}{\sigma}\partial_{tt}P - \partial_z\left(\frac{1}{\sigma}\partial_z P\right) = 0 \quad \begin{cases} P(z,0)=0 \\ \partial_t P(z,0)=0 \\ P(z_1,t)=h(t) \end{cases}$$

Problème inverse

Déterminer un modèle d'impédance $\sigma(z)$ et une condition de pression $h(t)$ expliquant les données enregistrées $E_z^i(t)$

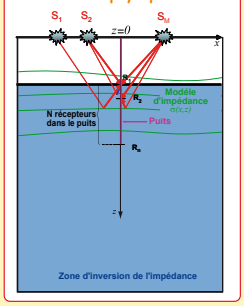
$$\min_{\sigma,h} J(\sigma,h) \text{ avec } J(\sigma,h) = \sum_{i=1}^{N}\int_0^T \left(O_z^i(t) - E_z^i(t)\right)^2 dt$$

Résultats sur données synthétiques



Extension à l'inversion 2D

Modèle physique 2D



Problème direct: calcul du champ de pression pour une distribution d'impédance et une condition de pression fixées

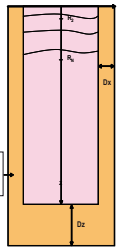
Enjeu: simuler la propagation d'ondes acoustiques dans le demi-espace $z>0$ en milieu hétérogène (vitesse et impédance)

Equations d'Euler linéarisées

$$\partial_t u_x - \frac{c}{\sigma}\partial_x p = 0$$
$$\partial_t u_z - \frac{c}{\sigma}\partial_z p = 0$$
$$\partial_t P - c\sigma\partial_x u_x - c\sigma\partial_z u_z = 0$$

Introduction de couches limites absorbantes

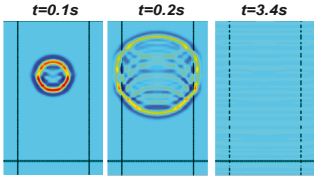
→ généralisation de la formulation de [Bérenger,1993] à des milieux hétérogènes



$$\partial_t u_x - \frac{c}{\sigma}\partial_x(p_x+p_z) + c\alpha_x u_x = 0$$
$$\partial_t u_z - \frac{c}{\sigma}\partial_z(p_x+p_z) + c\alpha_z u_z = 0$$
$$\partial_t P_x - c\sigma\partial_x u_x - c + c\alpha_x p_x = 0$$
$$\partial_t P_z - c\sigma\partial_z u_z - c + c\alpha_z p_z = 0$$

→ extension des résultats de [Petit,2006]: le problème direct résolu est *faiblement bien posé de défaut 1*

Champ de pression dans un domaine 1D PML. Explosion d'un point source



Problème inverse: calcul d'un modèle d'impédance et de M conditions de pression qui ajustent les données

Enjeu: résoudre le problème d'optimisation portant sur le modèle d'impédance et les M conditions de pression associées à chacun des tirs

Problème inverse: minimisation de J par rapport au profil d'impédance σ et aux M conditions de pressions

$$J(\sigma,h_1,\dots,h_M) = \sum_{k=1}^{M} J_k(\sigma,h_k) =$$
$$\sum_{k=1}^{M}\sum_{i=1}^{N}\int_0^T \left(u_x^{ik}(t)-E_x^{ik}(t)\right)^2 + \left(u_z^{ik}(t)-E_z^{ik}(t)\right)^2$$

Optimisation emboîtée:

$$\min_{\sigma,h_k} J_k(\sigma,h_k) = \min_{\sigma} f_k(\sigma) \rightarrow \text{Quasi-Newton (n2qn1,INRIA, Gilbert, Le Maréchal)}$$

avec $f_k(\sigma) = J_k(\sigma,\bar{h}_k)$

et $\bar{h}_k(\sigma) = \min_{h_k} J(\sigma,h_k)$ → Gradient conjugué (n1cg1,INRIA, Gilbert, Le Maréchal)

Calcul des gradients $\frac{\partial J}{\partial \sigma}, \frac{\partial J}{\partial h}$

- Méthode utilisée → état adjoint
- Définition du système adjoint
- Adaptation au cadre discret introduit pour la résolution numérique du problème direct

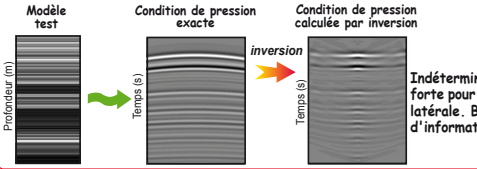
$$\partial_t\lambda_1 - \partial_x(c\sigma\lambda_3) - c\alpha_x\lambda_1 = f_x$$
$$\partial_t\lambda_2 - \partial_z(c\sigma\lambda_4) - c\alpha_z\lambda_2 = f_z$$
$$\partial_t\lambda_3 - \partial_x\left(\frac{c}{\sigma}\lambda_1\right) - \partial_z\left(\frac{c}{\sigma}\lambda_2\right) - c\alpha_x\lambda_3 = 0$$
$$\partial_t\lambda_4 - \partial_x\left(\frac{c}{\sigma}\lambda_1\right) - \partial_z\left(\frac{c}{\sigma}\lambda_2\right) - c\alpha_z\lambda_4 = 0$$

$$f_x = 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{M}\left(E_x^{ik}(t)-u_x^{ik}(t)\right)\delta(x-x_i)\delta(z-z_i)$$
$$f_z = 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{M}\left(E_z^{ik}(t)-u_z^{ik}(t)\right)\delta(x-x_i)\delta(z-z_i)$$

Première validation: résolution du problème inverse à impédance σ fixée

Enjeu: comprendre et lever l'indétermination du problème inverse à impédance fixée, par rapport à une seule condition de pression

Analyse de l'indétermination du problème: contexte → 1 point de tir

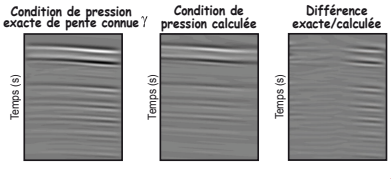


Indétermination forte pour l'extension latérale. Besoin d'information *a priori*

→ Régularisation

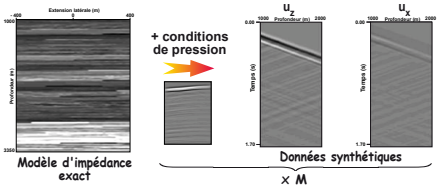
Sommation de tirs pour simuler une onde plane d'incidence connue et introduction d'un terme de régularisation pondéré

$$J^\epsilon(h_{k_0}) = J_{k_0}(h_{k_0}) + \epsilon\|\partial_x h_{k_0} + \gamma\partial_t h_{k_0}\|^2$$



Deuxième validation: résolution du problème inverse à M condition de pression fixées

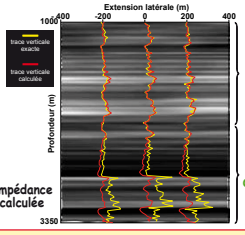
Enjeu: évaluer l'indétermination du problème inverse et l'extension latérale qu'il est possible de recouvrir



inversion

Faibles variations latérales → régularisation

$$J^\epsilon(\sigma) = J(\sigma,h_1,\dots,h_M) + \epsilon\|\partial_x\sigma\|^2$$



Zone récepteur
résultat haute résolution
et dégradation latérale

Zone aval récepteur
dégradation de la résolution

Conclusion et perspectives

Objectif de la thèse finaliser la méthode d'inversion 2D de données de puits pour déterminer un modèle d'impédance haute résolution autour du puits

- Etude de la dimension de l'extension latérale qu'il est possible de recouvrir
- Evaluation de la sensibilité de la méthode par rapport aux hypothèses de régularité utilisées pour introduire de l'information a priori et lever l'indétermination

Perspectives 3D acoustique: le coût de calcul imposera de paralléliser le problème direct (décomposition de domaines) et des préconditionnements efficaces pour l'optimisation

3D élastique: problème d'indétermination (Ip, Is?) et complexité du calcul du gradient par l'état adjoint