Une méthode de type Galerkin Discontinu d'ordre élevé pour la propagation d'ondes sismiques

Sarah DELCOURTE, INRIA Sophia Antipolis

Loula FEZOUI, INRIA Sophia-Antipolis

Nathalie GLINSKY-OLIVIER, INRIA Sophia-Antipolis

Stéphane LANTERI, INRIA Sophia-Antipolis

Lors d'un tremblement de terre, deux types d'ondes sont générés: les ondes de volume qui se propagent à l'intérieur de la Terre, et les ondes de surface qui se propagent à sa surface et sont responsables des dégâts des édifices non parasismiques. Dans ce qui suit, nous nous intéresserons aux ondes de volumes qui se distinguent en deux catégories: les ondes P et les ondes S. Les ondes P (comme primaires) sont des ondes longitudinales. Elles se déplacent parallèlement à la direction de la propagation de l'onde et le déplacement du sol qui accompagne leur passage se fait par des dilatations et des compressions. Ce sont les plus rapides et donc les premières à être enregistrées sur un sismogramme. Les ondes S (comme secondaires) sont des ondes transversales, encore appelées ondes de cisaillement. A leur passage, les mouvements du sol s'effectuent perpendiculairement au sens de propagation de l'onde. Elles apparaissent en second sur les sismogrammes. La différence de temps d'arrivée des ondes P et S suffit, connaissant leur vitesse, à donner une indication sur l'éloignement du séisme. On peut ainsi localiser son épicentre à l'aide de trois sismogrammes. De plus, les ondes S ont la particularité de ne pas se propager dans les milieux liquides, ce qui donne une indication sur la structure de la Terre.

Ces phénomènes physiques sont modélisés par les équations de l'élastodynamique qui peuvent s'écrire en formulation déplacement-contraintes; soient $\mathbf{U} = (U_x, U_y, U_z)^t$ le vecteur déplacement et $\boldsymbol{\sigma}$ le tenseur de contraintes, alors le système s'écrit

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \rho \, \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t^2} & = & \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & = & \lambda \, (\nabla \cdot \mathbf{U}) \, \mathbf{I} + \mu \, (\boldsymbol{\nabla} \mathbf{U} + (\boldsymbol{\nabla} \mathbf{U})^t), \end{array} \right. \tag{1}$$

où $\mathbf{I}$ est la matrice identité, ρ est la densité du milieu, et λ et μ sont les constantes de Lamé. Nous verrons qu'en effectuant la décomposition de Helmholtz de $\mathbf{U} = \boldsymbol{\nabla}\phi + \boldsymbol{\nabla} \times \psi = \mathbf{U}_p + \mathbf{U}_s$, nous retrouvons deux équations des ondes correspondant aux ondes P et S, de vitesses respectives $v_p = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$ et $v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ (on a bien $v_p > v_S$). Ensuite, pour résoudre le problème (1), on peut poser $\mathbf{V} = \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}$ dans les équations précédentes ($\mathbf{V}$ étant le vecteur vitesse) et l'on obtient la formulation en vitesse-contraintes qui permet une prise en compte plus facile des conditions aux limites. La méthode numérique la plus connue pour résoudre ce problème est le schéma aux différences finies [2] qui est en fait une adaptation du schéma de Yee aux équations de l'élastodynamique. L'inconvénient de cette méthode est la restriction aux maillages rectangulaires, peu pratiques pour la prise en compte des ruptures lors des séismes. Pour remédier à ce problème, nous adopterons donc la méthode de type Galerkin Discontinu d'ordre élevé décrite dans [1] qui permet l'utilisation de maillages non-structurés ou non-conformes. Le schéma en temps est le schéma saute-mouton d'ordre deux et un schéma centré en espace est appliqué à travers les interfaces. Les conditions aux limites qui nous intéressent sont de type surface libre $\sigma \cdot n = 0$ ou absorbantes. Le système obtenu, écrit sous forme pseudo-conservative, est Friedrichs symétrique, ce qui assure l'existence et l'unicité de la solution. Nous donnerons des résultats de stabilité (par l'étude énergétique), de dispersion et de convergence, et nous présenterons des résultats numériques sur des maillages non-structurés voire non-conformes. Enfin, des comparaisons seront faites en fonction du degré de l'approximation polynômiale (de 0 à 4) afin de déterminer un bon compromis entre la qualité des solutions et les temps de calculs.

Références

[1] Mondher Benjemaa, *Etude et simulation numérique de la rupture dynamique des séismes par des méthodes d'éléments finis discontinus*, thèse de l'université de Nice-Sophia Antipolis, 2007.

[2] Jean Virieux, *P-SV wave propagation in heterogeneous media, velocity-stress finite difference method*, Geophysics, 51, pp 889–901, 1986.

Projet NACHOS, 2004 route des Lucioles, BP 93, 06 902 Sophia-Antipolis cedex.
Sarah.Delcourte@inria.fr, Loula.Fezoui@inria.fr, Nathalie.Glinsky@inria.fr et Stephane.Lanteri@inria.fr.