

Prise en compte des singularités géométriques dans la résolution par équations intégrales de problèmes de diffraction d'ondes.

Séverine MOLKO, ONERA / Université Paris-Sud XI

François ALOUGES, Université Paris-Sud XI

David LEVADOUX, ONERA / Université Paris-Sud XI

Mots-clés : équations intégrales, singularités géométriques, préconditionnement, problèmes elliptiques

Nous considérons une surface (par exemple un avion) recevant une onde incidente (provenant par exemple d'un radar). Notre objectif est de modéliser l'onde diffractée par cette surface, supposée avoir des singularités de type cône, coin ou arête.

Notre travail s'inscrit dans la continuité de celui de Sophie Borel [1] sur la construction d'équations intégrales bien conditionnées pour le problème de Maxwell. Dans sa thèse, S. Borel a construit une équation intégrale en source, bien posée à toute fréquence, et intrinsèquement bien conditionnée, la GCSIE (Generalized Combined Source Integral Equation). Son élaboration repose sur la construction d'un potentiel choisi comme la combinaison des potentiels électriques et magnétiques. Le couplage n'est pas réalisé à l'aide d'un coefficient scalaire comme cela est fait habituellement, mais par un opérateur à choisir correctement. Si l'on prend comme opérateur de couplage l'opérateur Dirichlet-to-Neumann, appelé admittance par les physiciens, l'opérateur sous-jacent à la GCSIE est l'identité. L'admittance n'étant connu explicitement que pour des surfaces canoniques, l'opérateur de couplage sera donc une approximation de l'admittance. La méthode de S. Borel consiste à découper la surface de l'objet considéré en sous-surfaces approchées par leur plan tangent, et sur lesquels l'admittance est connue.

Lorsque les surfaces étudiées présentent des singularités géométriques (typiquement un avion avec ses ailes), cette méthode ne donne plus les très bons résultats obtenus pour des surfaces lisses. En effet, au voisinage des singularités, il n'est plus possible d'approcher la surface par un plan tangent. L'idée est donc de prendre en compte les singularités dans la construction de la GCSIE.

Pour cela, deux solutions sont envisageables : soit on cherche à connaître l'admittance sur des surfaces canoniques (cônes infinis, arêtes infinies, ...), soit on découpe le volume en sous-volumes sur lesquels on calcule numériquement l'admittance des sous-surfaces ainsi considérés.

La prise en compte des singularités géométriques pose un second problème : l'étude d'existence et d'unicité de solutions de la GCSIE utilise la théorie pseudo-différentielle. Or cette théorie est très limitée sur des ouverts non lisses.

Nous considérons pour l'instant l'équation de Helmholtz en dimension deux, et l'équation de Laplace. A l'aide d'études sur les espaces de Sobolev définis sur des ouverts polygonaux [2], nous avons pu montrer le caractère bien posé de la GCSIE pour le Laplacien et pour le problème de Helmholtz en dimension deux. Nous étudions également la théorie pseudo-différentielle de Mellin [3], adaptée à l'étude d'opérateurs définis sur des ouverts singuliers.

Références

- [1] S. BOREL, *Etude d'une équation intégrale stabilisée pour la résolution itérative de problèmes de diffraction d'ondes harmoniques en électromagnétisme.*, Thèse de doctorat de l'Université Paris XI, 2006.
- [2] P. GRISVARD, *Singularities in boundary value problems*, Masson, Springer Verlag, 1992.
- [3] B.-W. SCHULZE, *Pseudo-differential operators on manifolds with singularities*, Studies in mathematics and its applications, vol. 24, 1991.

Séverine MOLKO, ONERA, DEMR-SFM, Chemin de la Hunière, 91761 Palaiseau cedex, France
severine.molko@math.u-psud.fr

François ALOUGES, Université Paris-Sud XI, laboratoire de mathématiques, bât 425, 91405 Orsay cedex, France

francois.alouges@math.u-psud.fr

David LEVADOUX, ONERA, DEMR-SFM, Chemin de la Hunière, 91761 Palaiseau cedex, France
david.levadoux@onera.fr