

# Retournement temporel dans un guide d'ondes

**Bruno PINÇON**, Université de Nancy 1, INRIA (Projet CORIDA)

**Karim RAMDANI**, INRIA (Projet CORIDA), Université de Nancy 1

Le retournement temporel est une technique qui utilise la réversibilité de l'équation des ondes pour rétropropager un signal vers les sources qu'ils l'ont émis. La mise en pratique de cette idée est possible depuis la mise au point de *miroirs à retournement temporel* par l'équipe de M. Fink (LOA à l'ESPCI) au début des années 90. Il s'en est suivi de nombreux développements et applications (destruction de calculs rénaux, traitement de tumeurs du cerveau par hyperthermie, contrôle non-destructif,...).

Un *miroir à retournement temporel* est un dispositif émetteur récepteur, qui permet d'enregistrer un signal puis de le ré-émettre à l'envers. Quand on itère les cycles d'émission réception, on observe la focalisation d'une onde sur l'objet le plus réfléchissant. Ce principe a été amélioré avec la méthode D.O.R.T. (décomposition de l'opérateur de retournement temporel) [1] : deux cycles d'émission réception définissent cet opérateur dont on remarque :

- que le nombre de valeurs propres significatives correspond au nombre d'obstacles du milieu (la plus grande correspondant à l'objet le plus réfléchissant, etc..) ;
- et que les vecteurs propres associés permettent de focaliser une onde sur les obstacles correspondants.

L'analyse mathématique du phénomène de retournement temporel en milieu non aléatoire<sup>1</sup> commence avec l'article de C. Bardos et M. Fink [2]. Par la suite C. Hazard et K. Ramdani [3] ont justifié la méthode D.O.R.T. dans l'espace libre et en régime harmonique.

Dans cette communication nous exposerons nos travaux [4] sur la justification de la méthode D.O.R.T. dans un guide d'ondes ainsi que sur des simulations numériques permettant de quantifier/illustrer les résultats théoriques. L'étude est faite en régime harmonique, dans un guide d'ondes bi-dimensionnel en supposant que le miroir peut générer et mesurer les modes propagatifs du guide. L'opérateur de retournement temporel est alors une matrice complexe  $\mathbb{T}^\epsilon$ , de taille  $N \times N$  où  $N$  est le nombre de modes propagatifs et  $\epsilon$  la taille caractéristique des obstacles diffractants. L'analyse mathématique du modèle est de caractère asymptotique : après avoir établi des propriétés de base sur  $\mathbb{T}^\epsilon$  on montre que  $\mathbb{T}^\epsilon \rightarrow \mathbb{T}^0 + O(1/\ln \epsilon)$ . Puis on étudie le spectre de  $\mathbb{T}^0$  lorsque le nombre de modes  $N \rightarrow +\infty$ . Les simulations numériques sont réalisées à l'aide d'un code éléments finis utilisant des conditions aux limites transparentes de type modal. Celles-ci "entourent" la partie du guide où sont positionnés les obstacles et permettent de restreindre les calculs effectifs sur un domaine fini qui, lui seul, est triangulé. Ces simulations sont en accord avec la théorie asymptotique (nombre de valeurs propres significatives égal au nombre d'obstacles du milieu et propriétés de focalisation sélective sur chaque obstacle par les vecteurs propres) sous les conditions adéquates (diamètre des obstacles suffisamment petit, nombre de modes propagatifs et écart entre les obstacles, suffisamment grands).

## Références

- [1] M. FINK, C. PRADA, *Eigenmodes of the time-reversal operator: A solution to selective focusing in multiple-target media*, Wave Motion, vol. 20, pp. 151-163 (1994).
- [2] C. BARDOS, M. FINK, *Mathematical foundations of the time reversal mirror*, Asymptot. Anal., vol. 29, pp. 157-182 (2002).
- [3] C. HAZARD, K. RAMDANI, *Selective acoustic focusing using time-harmonic reversal mirrors*, SIAM J. Appl. Math., vol. 63, No 3, pp. 1057-1076 (2004).
- [4] B. PINÇON, K. RAMDANI, *Selective focusing on small scatterers in acoustic waveguides using time reversal mirrors*, Inverse Problems, 23 pp. 1-25 (2007).

**Bruno PINÇON**, IECN, Nancy-Université, Bd des Aiguillettes B.P. 239, 54506 Vandœuvre lès Nancy  
bruno.pincon@iecn.u-nancy.fr

---

<sup>1</sup>L'analyse mathématique du retournement temporel en milieu aléatoire a fait l'objet de plus de travaux.