Rapport de prospective sur les mathématiques appliquées et industrielles

rédigé par la

Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI)

Novembre 2008

Au moment où sont engagées de vastes réformes de l'organisation de la recherche scientifique nationale et de l'enseignement, il a semblé particulièrement utile à la SMAI de conduire une réflexion prospective sur les directions de recherche les plus prometteuses en termes d'avancées scientifiques, d'innovation industrielle, et de retombées sociétales.

Ce document, destiné à la communauté mathématique, au grand public, et aux décideurs politiques et industriels, résume les travaux de la SMAI, qui se sont articulés autour des points suivants :

- **l'image des mathématiques dans le grand public** ne reflète pas à quel point celles-ci sont fortement impliquées et utilisées dans la vie quotidienne ;
- **les mathématiques sont une science vivante**, alimentée par le dialogue avec les autres disciplines (sciences du vivant, sciences de l'information et de la communication, sciences des matériaux, économie, écologie, etc.) et leurs besoins spécifiques, ainsi qu´avec l´industrie ;
- comme **les carrières mathématiques semblent perdre de leur attractivité**, il faut tenter de répondre à la question : quel avenir pour quels mathématiciens ?
- **la structuration de la recherche** et les réformes engagées actuellement appellent quelques commentaires de la part de la SMAI.

Le présent rapport est rédigé du point de vue des mathématiques appliquées. Il est fondé sur une analyse critique de la situation de la recherche et de la formation en mathématiques en France. Il prétend seulement dégager des grandes lignes et chacun pourra trouver ici ou là des contre-exemples particuliers aux affirmations générales qui sont faites. Ce rapport ne prétend pas à l'exhaustivité. En particulier, les domaines d'interaction ou d'application des mathématiques qui sont mentionnés ne sont certainement pas les seuls concernés.

1 L'image des mathématiques

Les mathématiques présentent un visage à la fois fascinant et inquiétant, dont la perception par le grand public se caractérise par deux idées :

- les mathématiques sont abstraites ; elles sont donc incompréhensibles, mais surtout elles ne servent à rien dans le progrès technologique, contrairement à la physique (voir les applications du laser), la chimie (voir l'industrie pharmaceutique) ou, bien sûr, les sciences du vivant (qui sous-tendent la médecine) ;
- l'essentiel des mathématiques a été conçu par les Grecs (Thalès, Pythagore), et les plus récents théorèmes datent de Descartes et Pascal.

Les mathématiques sont quasi-absentes des médias, en dehors de quelques bonnes pages une fois tous les quatre ou huit ans. Parler de mathématiques dans un salon sans que la conversation ne s'arrête immédiatement est une gageure majeure. Allons plus loin, parler de mathématique avec un collègue universitaire scientifique d'une autre discipline est très difficile. Plus loin encore, parler de ses mathématiques avec un collègue mathématicien d'un autre domaine est souvent tâche ardue.

La vision des mathématiques que nous proposons dans ce rapport est bien différente. Les mathématiques constituent une science vivante qui est fortement impliquée et utilisée dans la vie courante de la société, dans la technologie et bien entendu dans les autres sciences.

La quasi-totalité des théorèmes connus aujourd'hui ont été conçus et démontrés depuis moins d'un siècle, et la plus grande partie des mathématiciens ayant jamais vécu est encore en vie. L'élaboration de la plupart des objets et des services de notre vie quotidienne, du téléphone portable à la dé-pollution des eaux usées, ou du TGV au scanner médical, des prévisions météorologiques au système de réservation des billets d'avion ou aux produits des banques et assurances, se fonde sur des mathématiques.

Ceci ne signifie pas seulement que les ingénieurs ou encore les financiers puisent selon leurs besoins dans une masse de résultats mathématiques dont l'immense majorité se développerait hors de toute préoccupation concrète.

Au contraire, ceci signifie que **de nouvelles mathématiques sont créées**, parce que les utilisateurs de concepts mathématiques sollicitent — explicitement parfois, le plus souvent de façon indirecte — l'élaboration de nouvelles théories, l'exploration de nouveaux domaines mathématiques, la démonstration de nouveaux théorèmes, la mise au point de nouveaux algorithmes, l'élaboration de nouveaux modèles.

Comme toutes les matières vivantes, les mathématiques présentent des fragilités, le besoin de se nourrir et de s'adapter à l'environnement.

2 Les mathématiques : une science vivante

2.1 Une science en évolution

2.1.1

Sans tomber dans le travers, fréquent depuis Auguste Comte, qui mesure le caractère scientifique d'une démarche à la quantité de mathématiques qu'elle utilise, il est évident que les mathématiques ont joué et continuent à jouer un rôle central dans les sciences qui l'avoisinent, la physique, la mécanique ou l'astronomie bien sûr, mais aussi la chimie, la géologie, l'informatique et, aujourd'hui, la biologie et l'économie. Même les sciences humaines appuient leurs analyses sur des calculs, par exemple la sociologie ou la gestion, et toute une branche de l'histoire se fonde sur des études de flux, qu'ils soient flux financiers ou flux de population.

2.1.2

Mais les mathématiques ne dialoguent pas seulement avec d'autres disciplines scientifiques dans le but de produire de nouvelles connaissances. Elles sont aussi présentes dans les transferts applicatifs de ces connaissances, ce que l'on pourrait de façon schématique qualifier de démarche d'ingénieur ou de démarche technologique.

2.1.3

Bien évidemment, avant d'être une science interagissant avec d'autres disciplines scientifiques, ou plus largement avec de vastes secteurs de la société, les mathématiques sont en elles-mêmes une science. Il est indéniable que ce n'est pas leur caractère applicatif qui fait la grandeur ou la beauté d'innombrables résultats mathématiques, tels ceux portant sur la répartition asymptotique des nombres premiers ou certains résultats fins d'analyse. Le mathématicien reste un démiurge, qui crée et anime "son" univers, parfois d'une complexité époustouflante.

2.1.4

Le travail du mathématicien apporte à l'évidence sa contribution à la connaissance du monde, à commencer par le monde intérieur de notre machine cérébrale. Elle enrichit l'humanité, comme le ferait l'art. Elle forge aussi un mode de raisonnement (peut-être ce que d'aucuns appellent la rigueur mathématique) qui peut ensuite être utilisé avec profit pour un raisonnement scientifique beaucoup plus général. Nous reviendrons plus loin sur le danger réel d'un "impérialisme" de cette démarche : les autres sciences ont leur logique propre, qui ne doit pas se plier à celle du mathématicien.

2.1.5

Il est clair néanmoins que de nombreuses sciences se sont constituées en élaborant des concepts susceptibles d'être mathématisés. Il fut un temps où le mathématicien était surtout un "savant", qui dissertait volontiers sur "mathématiques et vie réelle", l'exemple le plus clair étant sans doute Leonhard Euler. Les tâches sont aujourd'hui davantage partagées (un mathématicien connaît parfois "son" domaine d'application, il ne le domine que très rarement), toutefois une avancée scientifique se fonde encore le plus souvent sur un traitement mathématique, au moins partiellement.

2.1.6

Jusqu'au XVIIe siècle, les mathématiques étaient pour l'essentiel réduites à la géométrie et à l'arithmétique, qui plus est à des visions de ces disciplines étroitement liées à la perception courante du monde, il n'était question ni de géométrie non-euclidienne, ni de nombres autres que les rationnels (même si l'on manipulait des irrationnels tels $\sqrt{2}$ ou π).

2.1.7

L'essor des mathématiques contemporaines est fondé sur le développement de l'analyse (Descartes, Pascal –"l'esprit de finesse"– et surtout Leibniz), en lien avec la mécanique, qu'elle traite de corps célestes ou de trajectoires de boulets de canon, avant d'occuper une place centrale dans la révolution industrielle du XIXe siècle. Et, malgré un certain discours dominant, dès cette époque, les mathématiques fondaient leurs problèmes sur des demandes du monde réel (par exemple Monge avec les problèmes de déblais-remblais). L'aphorisme de Bertrand Russell affirmant que les mathématiciens ne se soucient pas de savoir si ce qu'ils disent est vrai, entendre par là qu'ils se permettent les axiomes qui leur plaisent et développent une théorie sans souci de ses applications dans le "vrai" monde, demeure une position de principe minoritaire.

2.1.8

De même, aujourd'hui, la justification a posteriori ("développons toutes nos théories, le monde réel reconnaîtra un jour les siennes") est perçue comme un rien hypocrite.

2.1.9

Les trente dernières années des mathématiques ont été marquées par le développement conceptuel et institutionnel des mathématiques appliquées, engagé dès la fin de la seconde guerre mondiale, avec notamment l'apparition des ordinateurs. On a certes dit que, jusqu'au XVIIe siècle, les mathématiques s'appliquaient *naturellement* aux problèmes du monde réel. Après cette date, la diversification et la prolifération des théories mathématiques a conduit à distinguer des mathématiques plus spécifiquement concernées par leur développement interne, qualifiées de *pures*, et des mathématiques davantage motivées par leurs interactions avec d'autres sciences. Cette distinction, autour de laquelle la communauté mathématique s'organise, tend à s'estomper, mais suscite aujourd'hui encore des débats passionnés et sans fin.

2.1.10

Le lien entre le développement théorique, le développement des sciences d'application, et la concrétisation "technologique" associée a toujours fasciné ceux qui réfléchissent à l'histoire des sciences. Les applications motivent bien sûr des recherches et, en particulier, sous-tendent fortement les innombrables mises au point, même très méthodologiques, dont elles ont besoin. Néanmoins, il apparaît que, de façon plutôt inexplicable, la théorie se constitue souvent avec un peu d'avance dans le temps sur les applications qui en sont faites. Quand vint l'époque des "Grandes Découvertes", on disposait d'éléments de trigonométrie nécessaires à la navigation. De même, la "Révolution Industrielle" a été accompagnée d'un essor majeur des mathématiques (analyse, "mathématiques pour l'ingénieur") dont elle allait avoir besoin.

2.1.11

La société a changé, ou est en train de changer d'attitude vis-à-vis des sciences, en particulier des mathématiques. Après une foi un peu aveugle (le positivisme d'Auguste Comte) et une transition non terminée par une période de méfiance et de suspicion, la société s'achemine vers une attitude où elle demande des comptes aux scientifiques. Cette vigilance prend parfois des formes violentes (face à l'énergie nucléaire, et maintenant face au clonage ou aux organismes génétiquement modifiés). Même le mathématicien (en tant que profession plus qu'au niveau individuel) doit justifier des coûts sociaux qui le nourrissent.

2.1.12

La nécessité de justifier son travail, ne serait-ce que, prosaïquement, pour justifier salaires et crédits de fonctionnement, a rejoint la perception profonde que beaucoup de mathématiciens avaient de leur utilité dans la société. A une exigence sociale a répondu un besoin de "servir à quelque chose" des mathématiciens.

2.1.13

D'innombrables besoins se sont exprimés, beaucoup peuvent être regroupés sous une étiquette "besoins technologiques" ou "besoins d'ingénierie". D'autres sont exprimés par des sciences *socialement justifiées*, comme la météorologie, l'économie ou la biologie.

2.1.14

La remontée de problèmes posés par les utilisateurs alimentent abondamment les recherches internes aux mathématiques. Nous donnerons ci-dessous des exemples de domaines d'application riches en nouveaux problèmes, qui posent aux mathématiciens nombre de questions (en EDP, équations différentielles stochastiques, calcul des variations, traitement du signal, contrôle, statistiques, etc.) dont ils n'auraient pas eu l'idée à partir de considérations purement mathématiques.

2.2 Simulation et calcul

2.2.1

Ce n'est pas le lieu ici d'analyser la surprise de Wigner [3] quant à la "déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences de la nature". Aujourd'hui la majorité des mathématiciens conviennent que leur science est omniprésente dans les applications, mais, au-delà, ils reconnaissent que d'innombrables avancées de leur domaine de recherche ont trouvé leur source dans la réalité concrète, soit parce qu'une modélisation demandait de nouveaux outils, soit parce que la progression des concepts du domaine d'interaction ne pouvait se fonder que sur une mathématisation nouvelle.

2.2.2

Depuis la fin du XXe siècle est apparue, grâce au développement des ordinateurs, une réelle possibilité de simulation. Celle-ci peut aider à la compréhension d'un phénomène ou à la prévision de son évolution. Elle peut aussi permettre de déterminer comment agir sur un système pour atteindre un objectif donné, en s'appuyant sur la résolution de nouveaux problèmes de mathématiques fondamentales de très haut niveau. Les possibilités de calcul se sont accrues, reléguant loin le mythe de la règle et du compas, puis ont véritablement explosé. L'accroissement de la puissance de calcul est "plus qu'exponentielle" (si l'on trace le logarithme de la vitesse de calcul en "flops" (nombres d'opérations par seconde) en fonction de la date, on obtient une courbe convexe). D'autre part, dans de nombreux problèmes, on observe un accroissement similaire du nombre de données (par exemple en environnement ou en génétique). Bien entendu, cela change la nature du travail du mathématicien, la nature des questions qu'il se pose et des problèmes qu'il peut contribuer à résoudre, ainsi que ses possibilités d'interaction avec le reste de la société.

2.2.3

C'est une banalité, mais aussi une réalité forte attestée par de très sérieux rapports dans tous les pays développés, que de dire que **la simulation numérique va se développer de manière considérable** et qu'**elle est maintenant aussi importante que l'expérience.** Les exemples qui seront donnés

ci-après viendront corroborer cette affirmation. Mais il faut savoir que, jusqu'à très récemment, la France a eu un retard énorme sur les véritables possibilités de calcul. De nombreux experts (à l'ORAP en 2004, à l'Académie des Sciences et au Ministère en 2005) avaient estimé que, en dehors du CEA, le retard était d'un facteur dix par rapport à certains de nos voisins européens. La situation a radicalement changé l'année dernière, avec la mise en place du Comité Stratégique du Calcul Intensif (placé auprès de la ministre de l'Enseignement supérieur et de la Recherche). Il est crucial que ce comité garde une mission permanente.
Les mathématiciens travaillent, en France, essentiellement sur des méthodes et des "problèmes modèles" mais ne font que peu ou pas de réelle simulation. Les "gros" calculs sont faits, en général, par des non-mathématiciens et sans le support de l'étude mathématique qui, seule, peut apporter du "systématique" donc du prédictif. Une raison à ces faits est peut-être le manque de reconnaissance, encore réel, par la communauté des mathématiques, pour le travail de simulation "lourde" qui est pourtant essentiel pour notre avenir.

Pour autant, la complexité des phénomènes que l'on voudrait simuler sur ordinateur est telle que les mathématiques ont un rôle essentiel à jouer, non seulement pour analyser les modèles et les algorithmes existants, mais aussi pour élaborer des modèles réduits mais précis qui rendent possibles des calculs en temps raisonnable ; les mathématiques doivent aussi répondre aux besoins de calibration et d'assimilation de données pour les phénomènes complexes, et donc à des questions de nature nouvelle en statistiques et en optimisation.

2.3 Mathématiques appliquées et Physique-Chimie

2.3.1

La physique et la mécanique sont bien sûr les premières sciences auxquelles on songe quand on pense aux interactions des mathématiques. Depuis la pomme de Newton ($F = m\gamma$, où intervient une dérivée seconde), ou les équations de Maxwell qui permettent de comprendre qu'on peut transporter de l'énergie sans transporter de masse, jusqu'à la machine à vapeur ou les ponts de Gustave Eiffel, toute la physique et la mécanique classiques sont fondées sur le calcul différentiel et les résolutions d'équations et les cursus de physique et de mécanique à l'Université, tout comme ceux des élèves d'écoles d'ingénieurs, imposaient le bon niveau mathématique qu'exigeait la profession (l'argument des mathématiques servant surtout d'outil de sélection est irrecevable). Cependant, l'histoire de la science et de son impact sur la société, de la géométrie abstraite des grecs à Galilée et Maupertuis – et les descriptions du mouvement, de la vitesse, du déséquilibre et du retour vers l'équilibre qui seront les aspects dominants qui lièrent pendant 4 siècles sciences et technologie – est probablement rentrée dans une nouvelle ère avec la découverte, dans la seconde moitié du XXe siècle, de l'ADN, du codage génétique, qui explique l'essence de la vie, suivie de la confrontation des scientifiques à l'extraordinaire complexité des processus inventés par l'évolution, et leur possible capacité d'agir sur la vie.

2.3.2

Certes, les problèmes posés par la physique sont de nature concrète (c'est là qu'est la notion d'interaction) et leur solution ne s'est jamais limitée à la résolution d'un problème de mathématiques : le physicien, voire l'ingénieur, ont toujours apporté beaucoup de créativité, une capacité de concrétisation, une inventivité face au réel dont le mathématicien ne peut que rarement se targuer.

2.3.3

L'histoire de la physique et de la mécanique au XXe siècle n'a fait qu'amplifier le lien avec les mathématiques, en commençant par Albert Einstein et la relativité. N'entend-on pas dire qu'Einstein était freiné dans sa recherche par ses compétences mathématiques, excellentes bien sûr, mais insuffisantes pour suivre ou précéder sa pensée de physicien ? Aujourd'hui, parmi les tout meilleurs mathématiciens français, beaucoup interagissent profondément avec la physique, tels plusieurs lauréats récents de la médaille Fields.

2.3.4

Les lois fondamentales de la physique sont le fondement des systèmes d'EDP étudiés en mathématiques appliquées, tels les équations de Schrödinger, des ondes, de Maxwell, de la chaleur, les équations cinétiques, celles de la mécanique des fluides (Euler, Navier-Stokes,...), de la mécanique du solide (élasticité,...) etc. Elles sont au cœur de l'étude mathématique, tant théorique que numérique (les "bons" schémas numériques préservent les lois physiques) et elles interviennent de manière fondamentale dans la plupart des domaines de recherche mentionnés ci-dessous. **Les problèmes de passage d'une échelle à une autre (du microscopique au mésoscopique puis au macroscopique), de couplages d'échelles, la détermination de modèles simplifiés mais significatifs (donc plus raisonnablement étudiables et simulables) sont parmi les plus intéressantes questions actuelles de la recherche.**

2.3.5

D'autres sciences sont, à juste titre, réputées fondées sur une mathématisation consistante. L'astronomie, des lois de Kepler à la découverte (par le pur calcul !) de Neptune par Urbain Le Verrier, est centrée sur la mathématique. De nos jours, les systèmes dynamiques servent à discuter de la stabilité du système solaire, tandis que l'évolution des galaxies (naissances,"chocs", fusions, . . .) se traitent comme problèmes inverses. L'astrophysique utilise des équations de type Boltzmann (et les travaux dans cette direction) pour décrire l'évolution de "poussières" stellaires.

2.3.6

La chimie a longtemps été un consommateur modeste de mathématiques. Certes les dynamiques moléculaires étaient modélisées à l'échelle macro-moléculaire (problèmes stœchiométriques) par des équations quelque peu sophistiquées, du type de celles de Michaelis et Menten, tandis que la cristallographie a tout à la fois fondé et abondamment utilisé la théorie des groupes finis. Mais ce n'est qu'assez tardivement, pour une science datant des débuts de l'humanité, que l'on y a vu un emploi massif de mathématiques sophistiquées : citons la modélisation des combustions et des flammes, par des équations aux dérivées partielles spécifiques. Citons l'extraordinaire problème de déconvolution permettant de reconstituer la structure tridimensionnelle d'une molécule à partir de diffraction de rayons X : l'école française a permis un changement d'échelle dans la taille des structures résolues, passant de petites molécules cristallines à d'énormes molécules, des protéines par exemple.

2.3.7

Les immenses progrès en chimie quantique et en simulation moléculaire impliquent bien sûr la résolution de l'équation de Schrödinger (sous ses innombrables variantes), mais aussi d'équations intégro-différentielles comme celle de Hartree-Fock. Au centre de tous ces calculs figurent aussi toutes les méthodes d'optimisation ou du contrôle, par exemple quand il s'agit de chercher la conformation spatiale d'une molécule (telle une protéine) qui minimise l'énergie, ou d'ajuster un rayon laser pour casser une molécule sur la bonne liaison. A l'heure actuelle, la plupart des calculs effectifs réalisés l'ont été par des non mathématiciens professionnels et, seulement depuis peu, ces questions ont fait l'objet d'études systématiques par quelques groupes de mathématiciens en France. Les problèmes mathématiques soulevés sont extrêmement nombreux et variés, tant sur les aspects théoriques que numériques. Ici encore, on rencontre des problèmes de couplage de plusieurs modèles, de plusieurs échelles, des questions de passage de systèmes conservatifs à dissipatifs, d'ergodicité de systèmes dynamiques, de limite de systèmes de particules en interaction, des problèmes d'information manquante, de contrôle des équations d'évolution, de compréhension mathématique de la physique hors d'équilibre, de la physique à température finie, etc. Essentiellement, **tout reste à faire dans ce domaine appelé à un vaste développement et dans lequel la France possède encore un peu d'avance théorique, mais qu'elle pourrait perdre rapidement.**

2.4 Mathématiques appliquées et Sciences de la Vie

2.4.1

Comme la chimie, la biologie a longtemps utilisé relativement peu de mathématiques et, par là même, suscité peu de recherches dans notre discipline. Il faut néanmoins citer, au minimum, les modèles "proie-prédateur", qui relèvent à la fois de la théorie des jeux continus et des systèmes dynamiques et d'EDP (c'est sans doute dans ce domaine que sont apparus les modèles d'équilibre cyclique). Il faut aussi indiquer la morphogénèse, impliquant encore une fois systèmes dynamiques et optimisation. Mais, depuis quelques années, partout dans le monde, une recherche extrêmement dynamique se développe sur des sujets mathématiques issus des sciences du vivant. Cette évolution radicale marque notamment le paysage français avec le fort investissement de mathématiciens de très haut niveau. Toutefois, là où en physique ou en chimie on dispose habituellement de modèles mathématiques relativement bien établis, la description de phénomènes biologiques est assez peu mise en équations (avec des exceptions notables en biomécanique, génomique...). Dans ce domaine, plus encore que dans d'autres, **le mathématicien doit donc rechercher le dialogue hors de sa discipline** pour aider à formaliser mathématiquement un certain nombre de questions puis tenter, par l'analyse ou la simulation numérique, d'apporter des réponses qualitatives ou quantitatives et un regard nouveau. **L'instauration de ce dialogue est un processus difficile et délicat qui induit naturellement des évolutions quant aux formations tant en mathématique qu'en biologie.**

2.4.2

En premier lieu, on doit citer l'arrivée des séquences biologiques, tout spécialement le développement massif du "séquençage" de l'ADN. Plus de cinquante millions de nouvelles "lettres" sont introduites *chaque jour* dans les banques de données publiques. Si la gestion de tant de données pose des problèmes informatiques sérieux, leur analyse interpelle le statisticien. Une des gageures est la recherche de signal pertinent (les gènes bien sûr, mais aussi leurs promoteurs et d'innombrables signaux biologiques) au sein de ces séquences. Les chaînes de Markov ont trouvé là un vaste domaine d'application, qui a suscité l'élaboration et l'étude de nouveaux modèles, comme celui des chaînes de Markov cachées, première étape aujourd'hui de toute annotation génomique. Les méthodes modernes d'ajustement de modèles (les algorithmes EM, les méthodes de choix de modèle, etc.) se sont développées au contact de ces applications, et l'évolution actuelle vers l'inférence de réseaux (réseaux génétiques, réseaux métaboliques, ...) va à l'évidence induire de nouveaux développements en théorie des graphes.

2.4.3

L'un des tout premiers besoins qu'exprime la société d'aujourd'hui est un besoin de santé. L'épidémiologie (et ses aspects spatio-temporels) ou le traitement de données d'essais cliniques induisent depuis longtemps des avancées méthodologiques en statistiques. L'exemple du modèle de Cox, qui modélise l'explication d'une durée de survie par des covariables, est édifiant : il a été bâti empiriquement et a longtemps donné des résultats, avant que l'on justifie théoriquement son emploi. Cette justification s'est fondée sur des théorèmes probabilistes profonds (auxquels l'école française a largement contribué) avant que l'école scandinave ne les exploite d'un point de vue statistique, montrant les qualités de la méthode, mais aussi ses “défauts” (i.e. les conditions nécessaires à sa bonne application, conditions dont on sortait régulièrement). Une analyse similaire peut être faite de l'estimation d'une courbe de survie (Kaplan-Meier) ou des tests de comparaison de deux traitements : sans théorie rigoureuse des processus ponctuels, on ne peut pas savoir quand il est licite ou non d'utiliser ces méthodes.

2.4.4

Les neurosciences constituent une science en plein développement et, outre les aspects d'imagerie médicale évoqués ci-dessous, l'une des technologies qui a le plus apporté à la médecine. Elle fait appel aux équations aux dérivées partielles, stochastiques parfois, pour modéliser la propagation des signaux dans le cerveau et les nerfs.

2.4.5

La biomécanique (osseuse, par exemple) et les biofluides (écoulement sanguin ou gazeux avec de fortes interactions fluide-structure, puisque les vaisseaux se déforment, de façon d'ailleurs très contrainte) demandent l'élaboration de modèles adaptatifs (les paramètres devant s'ajuster en fonction de la morphologie et de la condition du patient) et à convergence rapide, du fait de l'urgence médicale.

2.4.6

L'écologie et la dynamique des populations sont des sujets qui explosent aujourd'hui, de leurs aspects stochastiques (les processus de branchement sont nés de cette application et continuent à s'y développer), jusqu'aux équations moyennes, EDP modélisant les équilibres écologiques. Par exemple, l'hydrodynamique correspondante, qui est nécessaire dans la description des phénomènes, est loin d'être comprise.

2.4.7

La tomographie d'impédance a joué un rôle moteur dans la résolution de problèmes inverses. Utilisée en imagerie des cancers (sein, foie, prostate) et en traitement des brûlures, c'est une méthode non invasive, associée parfois à la résonance magnétique ou à l'imagerie ultra-sonore, qui, elle aussi, conduit à des équations non linéaires non encore bien comprises ni bien résolues par les mathématiciens.

2.4.8

Un autre champ d'application lié au “vivant” est celui de l'agronomie. Toute une discipline relevant des mathématiques, la “biométrie”, s'est développée pour répondre à ces besoins, constitués en grande partie de statistiques spécifiques (les plans d'expérience ont foisonné dans le domaine agricole). Et toute une panoplie de modèles linéaires (mixtes, généralisés, etc.) et de modèles non linéaires se sont développés pour traiter les données conséquentes.

2.4.9

L'introduction des mathématiques en biologie est un phénomène très récent, au moins en France. Si certains secteurs évoqués ont commencé à se développer il y a quelques dizaines d'années, le développement date, pour la plupart, de quelques années seulement et se trouve concentré dans un petit nombre de lieux. Il est clair que notre retard est énorme sur ce domaine majeur. Il y a actuellement une sorte d'explosion de ce domaine (toutes les institutions veulent recruter des mathématiciens orientés vers la biologie qui sont rares et peu formés) mais **il est important d'envisager un développement cohérent avec les aspects de formation, d'outils et de culture mathématique adaptés.**

2.5 Mathématiques appliquées et STIC

2.5.1

Une autre demande de la société qui a toujours existé mais s'est accrue énormément concerne la communication, la transmission d'informations et de données. Aussi a-t-on vu se développer de façon considérable les mathématiques du traitement de l'image et de l'information. Elles sont plus que jamais au cœur de multiples enjeux technologiques (imagerie médicale et satellitaire, géosismique, télécommunications et télévision numérique, internet et multimédia).

De longue date, les mathématiques, ainsi que l'informatique, ont contribué au développement des techniques intervenant dans cette discipline, avec des apports mutuels. Les outils de bases (analyse de Fourier, filtrage linéaire, séries temporelles) ont fait place à des outils plus sophistiqués nécessitant une maîtrise des concepts mathématiques.

Quelques exemples récents sont significatifs du rôle croissant des mathématiques :

– les nouvelles méthodes de représentation des images visant à surpasser les capacités des ondelettes pour la compression (outils combinant la théorie de l'approximation et la géométrie, curvelets, bandlets, maillages anisotropes, etc).
– l'utilisation des EDP et des méthodes variationnelles pour résoudre des problèmes de restauration, reconstruction, débruitage, déconvolution.
– la prise en compte des propriétés de "parcimonie" par des techniques telles que le "compressed sensing" qui vise à reconstruire un signal à partir du minimum de mesures possible.
– l'utilisation de techniques statistiques telles que l'analyse en composantes indépendantes en vue de la séparation de source.

2.5.2

De même, le développement de la **société de l'information** et d'internet dans la vie de tous les jours motivent le développement de protocoles qui permettent de protéger l'information. En effet, celle-ci peut être altérée par des perturbations naturelles comme lors de son passage sur un canal ou sur un support physique (comme un CD ou un DVD) : la théorie des codes correcteurs d'erreurs vise précisément à contrôler ces défauts. Mais l'information doit aussi être protégée de potentielles attaques malveillantes qui souhaiteraient écouter ou modifier des communications : c'est un des objets de la cryptologie. Celle-ci permet aussi de donner des équivalents numériques d'opérations de la vie quotidienne comme la signature électronique qu'on peut par exemple utiliser pour payer ses impôts. **Dans chacun de ces cadres, il y a nombre de problèmes mathématiques difficiles, en lien avec des applications très concrètes et des débouchés multiples.**

2.5.3

Un domaine de plus en plus important demandant des ressources et de l'innovation mathématiques est, en termes imagés, ce qui est en grand nombre et discret : les variables inconnues ne sont plus dans le royaume du continu (pas toutes en tout cas), et il y en a beaucoup. La recherche opérationnelle est l'approche scientifique de problèmes de gestion, de décision qui se rencontrent dans les grandes organisations publiques ou privées. La taille et la complexité des problèmes rendent nécessaire l'introduction de méthodes quantitatives permettant d'aider les responsables dans leur prise de décision. Ici, contrairement aux applications en physique ou en mécanique, les deux phases de modélisation et de résolution d'un problème doivent le plus souvent être considérées simultanément : la modélisation retenue devant être inspirée par les méthodes de résolutions envisageables.
On rencontre de nombreux exemples d'applications dans l'optimisation et la rationalisation de la production et de l'organisation. Mentionnons par exemple l'optimisation des réseaux de télécommunications ou de transports, de la chaîne logistique, de politiques énergétiques, etc... ; la gestion des horaires du personnel (élaboration d'emplois du temps), la planification pour l'industrie agro-alimentaire et l'agriculture, l'évaluation des politiques publiques, etc.

2.6 Mathématiques appliquées pour l'industrie

2.6.1

La modélisation mathématique de la météorologie et du climat (essentielle pour l'étude du "changement climatique") et la simulation de leur évolution sont sans doute parmi les domaines où s'utilisent les plus gros systèmes discrétisés d'équations aux dérivées partielles, fondés sur la physique des fluides et les lois de la thermodynamique. Les calculs sont bien sûr réalisés grâce à une informatisation et un parallélisme massif, mais contrôlés par des théorèmes mathématiques assurant la stabilité des solutions. Les questions posées par ces systèmes sont multiples et souvent originales, donnant lieu à de nouveaux problèmes mathématiques : détermination de données manquantes ou assimilation de données (où la théorie du contrôle cherche à apporter des solutions comme dans l'assimilation de données variationnelles utilisée maintenant dans les grands centres de prévision), algorithmes permettant de traiter des systèmes énormes suffisamment vite pour que la prévision garde un sens (l'amélioration des méthodes et des algorithmes apporte parfois un gain comparable à celui de l'augmentation de la puissance des ordinateurs auxquels ils s'additionnent [2]) stabilité des schémas, fiabilité des calculs pour les prévisions à n jours, détermination des "bonnes" ou "moins bonnes" observations, etc.

2.6.2

Aux échelles intermédiaires, la compréhension des phénomènes environnementaux nécessite l'intégration de processus très divers : phénomènes physico-chimiques, écologiques, voire économiques et sociaux. Les mathématiques sont alors essentielles pour modéliser les interactions entre ces différentes composantes. La mise au point de modèles en tant qu'outils cognitifs (compréhension des mécanismes d'interaction), normatifs (modèles de gestion) ou d'aide à la décision (prévision), fait appel aux mathématiques, avec, en particulier, le développement récent de systèmes complexes alliant intelligence artificielle et mathématiques dans des modèles dits "intégratifs" ou "coopératifs".

2.6.3

Le domaine de l'énergie est traditionnellement un gros consommateur de mathématiques. Les problématiques typiques, qui demandent des simulations intenses, sont les études de sûreté, le dimensionnement des installations, les écoulements complexes (multiphasiques, combustions, plasmas), la prospection sismique (problèmes inverses). La raréfaction de l'énergie et le souci de la préservation de l'environnement vont conduire à des changements radicaux, davantage de sûreté requise va demander davantage de simulations précises. Dans la perspective du projet ITER, la stabilisation des plasmas (le confinement magnétique) va demander, ici aussi, des simulations fiables, donc correctement maîtrisées par les mathématiciens et, sans doute des développements théoriques, un exemple étant l'étude mathématique de l'approximation gyrocinétique de l'équation de Vlasov.

2.6.4

Dans les sciences des matériaux et la mise au point de matériaux nouveaux, l'apport des méthodes fines du calcul des variations ou les méthodes d'homogénéisation sont essentiels (par exemple pour la mise au point de matériaux composites, qui constituent, entre autres, l'essentiel des avions d'aujourd'hui). Ce domaine est relativement peu présent en France alors que nous possédons un savoir-faire voire une avance certaine sur le plan théorique.

2.6.5

En économie, les mathématiques jouent un rôle croissant. Au delà de la théorie classique de l'équilibre économique ou de la théorie des jeux pour interpréter les interactions entre agents économiques, de nouveaux enjeux comme le souci de développement durable lié au réchauffement climatique, posent aux économistes, et par là-même aux mathématiciens, des questions conceptuelles nouvelles : comment évaluer aujourd'hui une politique dont les effets négatifs n'apparaîtront que dans cinquante ans, ou comment définir ce qui remplace le taux d'actualisation ? D'autre part, les études sur la théorie des contrats apporte un programme de travail ouvert, même si le cadre de travail (lien avec le transport optimal, calcul des variations avec contraintes de convexité globale) semble être bien posé.

L'apport des mathématiques, lors de ces vingt dernières années, a aussi été spectaculaire dans le domaine de la finance. Les "produits dérivés", les calculs d'options américaines ou européennes, le "pricing", le "hedging", voici des mots que les mathématiciens ont récemment appris à connaître et qui ne relevaient pas de leur vocabulaire habituel. La plupart des banques et compagnies d'assurance cherchent désormais à avoir des groupes de mathématiciens. Outre l'intérêt des services apportés, le domaine pose de nombreuses questions très intéressantes sur les modèles (volatilité par exemple), sur la résolution des modèles, sur les problèmes inverses associés, enfin sur les méthodes numériques nécessaires. La France est très bien placée dans ce domaine, avec un groupe de recherche mondialement reconnu et une formation adaptée très appréciée dans le monde entier. La recherche et les formations dans ces directions explosent actuellement, et nous devons profiter de notre position pour rester à la pointe dans ce secteur d'activité ; ceci est d'autant plus important que les mathématiques peuvent être aussi bien un moyen de développement de la finance qu'un moyen de contrôle et régulation d'un secteur parfois sujet à des dérapages.

2.6.6

Enfin, les mathématiques ont aussi un rôle à jouer directement avec l'industrie. Depuis longtemps les mathématiques ont été utilisées pour améliorer les méthodes de conception ou les procédés de fabrication industriels. Depuis quelques dizaines d'années, leur emploi a connu une très forte croissance grâce à la simulation numérique sur ordinateur, qui a permis de **diminuer considérablement le nombre d'essais expérimentaux auparavant nécessaires, d'abord dans les très grandes entreprises du secteur de l'énergie ou de la construction mécanique, puis dans des secteurs plus variés** (chimie, électronique, finance, etc.).
Différentes disciplines des mathématiques entrent en jeu dans ce processus : analyses statistiques, algèbre linéaire numérique, géométrie algorithmique, ana-

lyse mathématique de modèles sous formes d'équations intégrales, différentielles ou aux dérivées partielles, contrôle, analyse de phénomènes aléatoires (analyse des risques), optimisation, etc. Ces exemples typiques de l'intervention des mathématiques dans les sciences de l'ingénieur peuvent être complétés par d'autres dont l'essor dans les applications industrielles est plus récent : les probabilités, la théorie des nombres (en cryptographie), la théorie des graphes (réseaux, recherche opérationnelle), la théorie du signal (analyse d'images), etc. De manière générale, toutes les activités industrielles innovantes ont besoin des mathématiques. Réciproquement, la plupart des branches des mathématiques sont utilisables pour ces innovations (et c'est un exercice dangereux que de prédire quelle branche sera *in fine* utilisée). En particulier, une formation mathématique solide, mise à jour, fait indéniablement partie du bagage scientifique de l'Ingénieur et de tous ceux qui vont travailler dans l'industrie.

3 Les jeunes mathématiciens et la visibilité des mathématiques

La première chose à faire, pour entretenir la vie de la recherche et des laboratoires et pour pouvoir envisager le développement nécessaire des grands thèmes évoqués ci-dessus, est d'assurer le renouvellement des chercheurs par le recrutement de nombreux jeunes chercheurs brillants et bien formés.

3.1 Recrutement d'étudiants

3.1.1

Jusqu'à présent, les mathématiques ont joui, en France, d'une situation privilégiée en ce qui concerne le recrutement de jeunes mathématiciens d'élite. l'école Mathématique Française a une grande renommée mondiale qui est justifiée. On peut en juger par le nombre de médailles Fields obtenues par les mathématiciens français, par les invitations dans les colloques internationaux de renom, par les publications, par l'attractivité de la France pour les meilleurs mathématiciens internationaux, etc. Ce renom a indiscutablement contribué à attirer les jeunes étudiants parmi les meilleurs de chaque génération vers les mathématiques, aidés en cela par la sélection par les mathématiques qui a (ou avait) cours dans l'enseignement secondaire par exemple. Le système des Grandes Écoles et des Écoles Normales Supérieures en particulier a permis de sélectionner une élite parmi l'élite et de fournir aux meilleurs jeunes passant par ces filières, pendant leurs études, les moyens de développer autant que possible leur apprentissage des mathématiques.

3.1.2

La constatation de ces dernières années montre que la situation est sans doute en train de changer pour les étudiants de mathématiques et pour l'élite.

3.1.3

Il y a moins d'étudiants attirés par les Sciences, et ceci n'est pas spécifique à la France [4, 5, 6], ni bien sûr aux mathématiques. Les raisons de cette désaffection dépassent l'objet du présent rapport mais elles englobent certainement la vie environnante peu portée vers les aspects scientifiques, les changements dans l'échelle des valeurs, les perspectives offertes aux scientifiques dans la société en terme de position sociale ou de salaires, etc.

3.1.4

Il est possible ainsi qu'une des raisons soit liée à la nécessaire rigueur de l'exercice mathématique, qui peut conduire à considérer les mathématiques comme une science un peu rigide, sûrement peu en rapport avec les évolutions de la société. D'autres difficultés sont inhérentes à la manière dont la formation mathématique est pensée. Pour donner une image, elle procède la plupart du temps par couches horizontales successives, faisant du contenu intégral de la couche n un prérequis indispensable pour aborder la couche $n+1$. Ainsi, avant de pouvoir jouer les morceaux les plus intéressants il faut en passer par une phase de répétition des gammes assez longue et fastidieuse. Il en résulte que beaucoup d'élèves et d'étudiants n'ont qu'une image figée des mathématiques, bien loin de la science vivante qu'elle est en réalité. Cependant de nombreuses pistes peuvent être explorées pour rendre l'enseignement des mathématiques plus attractif. La première peut consister à miser sur l'interdisciplinarité et à montrer, à tous les niveaux de formation, comment les mathématiques interviennent dans d'autres domaines et comment, à défaut d'être mathématiciens eux-mêmes, les jeunes que nous formons utiliseront des mathématiques. La seconde doit viser à mieux faire connaître les "métiers des mathématiques", au-delà des seules carrières d'enseignants. Enfin, il faut souligner les nombreuses tentatives, dans le supérieur mais aussi dans le secondaire, pour faire de l'ordinateur un outil permettant d'appréhender, via une démarche plus expérimentale, des concepts mathématiques abstraits et de justifier une réflexion de nature plus théorique. L'introduction, il y a quelques années déjà d'une épreuve de modélisation au concours de l'agrégation va dans ce sens en demandant aux futurs enseignants d'illustrer comment les techniques mathématiques peuvent éclairer un propos scientifique ou technique et d'exploiter l'outil informatique pour valider leur propos.

3.2 Universités et Grandes Écoles

3.2.1

En ce qui concerne l'élite parmi les étudiants, elle est formée dans sa très grande majorité dans les Grandes Écoles. Le système est complètement spécifique à la France, même si, dans la plupart des pays comparables, il existe des centres de formation plus recherchés et plus huppés que d'autres. Oxford, Cambridge, Princeton, Harvard ou le MIT n'ont rien à voir avec une Grande École française, même si, à l'origine, le MIT cherchait à copier l'École Polytechnique. Du fait même de la nature des concours et de l'enseignement dans la plupart des classes préparatoires, les meilleurs mathématiciens s'orientent vers ces formations et bien peu d'entre eux se retrouvent dans les premier et second cycles de mathématique des universités. Jusqu'à présent, les Grandes Écoles scientifiques n'ont aucun problème pour remplir leurs promotions avec des étudiants de grande valeur. Toutefois, la concurrence existe dorénavant avec d'autres disciplines comme l'économie, la gestion, etc. Jusqu'à il y a une dizaine d'années, un bon nombre d'étudiants de Grandes Écoles se retrouvaient dans les universités et laboratoires de mathématiques en troisième cycle et pour la préparation de thèses. Ils fournissaient une bonne partie des chercheurs de la recherche scientifique qu'elle soit académique ou non (grands organismes, recherche dans les entreprises, etc). Là encore, la situation est en train de changer. Certains élèves d'écoles d'ingénieurs suivent un Master 2 (ex DEA) mais bien peu continuent dans la préparation d'une thèse et donc dans la recherche scientifique.

3.2.2

D'autres perspectives bien plus alléchantes que la recherche scientifique sont ouvertes aux ingénieurs, en même temps que **le fait même d'avoir une thèse n'est pas du tout considéré comme valorisant** pour leur métier en général, voire dévalorisant dans certains cas. **Ceci est très grave et pour deux raisons.** D'une part, c'est grave pour la recherche qui voit se tarir l'une des meilleures sources de chercheurs. D'autre part, c'est très grave pour l'économie ou l'industrie en général. En effet, la formation par la recherche est essentielle pour l'innovation et le non-repli sur soi. A l'heure de la mondialisation, de la restructuration des entreprises au niveau mondial ou au moins européen, les ingénieurs français, s'ils restent toujours de grand potentiel car sévèrement sélectionnés, vont connaître un handicap par rapport à leurs collègues étrangers. Il est d'ailleurs remarquable que si peu de brevets soient pris en France, par rapport à des pays comparables. **Sur le plan international, le diplôme décerné par une Grande École n'est rien de plus qu'un Master alors que le diplôme véritablement reconnu est le PhD, dont la plupart des ingénieurs étrangers s'honorent.**

3.3 Les post-doctorats

Alors que longtemps le recrutement de "post-docs" a été impossible dans notre système, de nombreuses possibilités de bourses post-doctorales sont apparues dans les dernières années, avec les contrats européens, les bourses du CNRS, les bourses demandées dans le cadre de projets de l'ANR, etc. En dehors de ce dernier cas qui semble bénéficier d'une assez grande souplesse, tous les systèmes sont rigides, lents et compliqués, et ne permettent pas de recruter les meilleurs, même en épuisant toutes les possibilités de bourses. Par exemple, le système des bourses du CNRS ne donne des réponses que très tard dans l'année, trop tard pour attirer les meilleurs candidats qui auront accepté des propositions ailleurs. Aucun laboratoire ne peut faire des propositions directes à des docteurs brillants qu'ils ont pu identifier grâce à des rencontres ou des avis. Il est clair que les universités américaines ne procèdent pas ainsi et qu'elles attirent les meilleurs jeunes docteurs du monde entier. La France devrait s'inspirer de leur exemple pour enrichir ses laboratoires de post-doctorants de talent.

3.4 L'attrait des carrières

Indépendamment des motifs en amont évoqués ci-dessus, les carrières de la recherche scientifique ne sont pas attrayantes. **Les salaires, en particulier les salaires des jeunes chercheurs, sont ridiculement bas.** Les centres universitaires étant situés dans de grandes métropoles, il est trop souvent difficile, sur le seul salaire, de trouver un logement en rapport avec les aspirations du niveau d'études atteint. La comparaison avec les revenus du secteur privé ou des ingénieurs des grands corps de l'Etat mène au constat d'une disparité par trop criante. Les incertitudes sur les carrières de chercheurs ajoutent au climat de désaffection que l'on ressent chez les jeunes. De même, peut-être plus particulièrement en mathématiques appliquées, beaucoup de brillants chercheurs (par exemple appartenant à un grand corps de l'état) n'envisagent pas d'être candidats sur des postes de professeur. Ce noble métier ne semble plus être attractif lui non plus. Enfin, pour les plus brillants qui aiment la recherche et veulent en faire leur métier, on ne peut passer sous silence l'attrait des pays étrangers. Les USA et le Canada sont bien sûr prêts à accueillir la plupart de nos meilleurs chercheurs, mais aussi plus près de nous le Royaume-Uni offrent des carrières et des perspectives bien plus intéressantes que la France et ceci constitue une concurrence réelle pour la recherche française. Il est essentiel de rendre les carrières des chercheurs attrayantes, comme c'est le cas dans beaucoup de pays comparables au nôtre. Cela passe, bien sûr, par de meilleurs salaires, mais aussi par de meilleures conditions de travail et la possibilité de consacrer l'essentiel de son temps et de son énergie à son travail de recherche et de formation. Ce travail de recherche s'accompagne en effet de certaines spécificités qui lui donnent toute sa richesse. A l'excitation du jeu intellectuel inhérent à la pratique mathématique, proche pour certains de la démarche artistique, s'ajoute une autonomie incomparable (choix des sujets, gestion du calendrier...). La carrière de chercheur permet aussi d'échanger dans de nombreux pays et de combiner de fructueuses collaborations scientifiques avec un profond enrichissement culturel.

3.5 La visibilité des mathématiques

Il est important de pouvoir expliquer à un niveau raisonnable notre travail à la société qui nous entoure, de lui faire comprendre la problématique et les raisons de ce travail, surtout si nous souhaitons que cette société reconnaisse nos mérites et finance ce travail. C'est aussi important pour intéresser les élèves et les étudiants et être attractifs. Bien sûr cela prend du temps et de l'énergie et dérange le chercheur (dont par ailleurs l'évolution de carrière est totalement indépendante de son talent à évoquer ses travaux devant d'autres que ses pairs). Des efforts ont été faits lors de manifestations comme les Fêtes de la Science ou dans le cadre du Palais de la Découverte ou de la Cité des Sciences et ils sont significatifs. Mais cela est loin d'être suffisant. A cet égard, certaines communautés de mathématiciens ont réussi des choses extraordinaires ; par exemple, en Grande-Bretagne, il est possible d'obtenir une décharge totale d'enseignement "pour parler des mathématiques à la société" (et faire d'excellentes émissions à la BBC). Une telle initiative en France permettrait d'élargir l'ensemble des personnes motivées par ces activités, en les rendant statutaires, rémunérées et visibles. Pour ce qui est du contenu, **il n'y a pas de recette miracle pour transformer une science par nature très abstraite et difficile en domaine abordable par tout un chacun. Mais il faut que chaque mathématicien fasse des efforts dans ce sens** et que certains, peut-être plus enclins ou meilleurs que d'autres, y consacrent beaucoup de temps en étant reconnus pour cela par le système. Cette dernière chose n'est pas la plus simple à réaliser. D'autres disciplines, souvent très ardues, ont très bien su s'organiser pour faire comprendre leur travail et son importance.

4 Une recherche structurée

4.1 De la nécessité d'unités de recherches

4.1.1

Le mathématicien a toujours eu la réputation de travailler seul. De façon provocatrice, disons que **ceci n'est pas et n'a jamais été vrai.** Bien clairement, de tout temps les mathématiciens ont communiqué entre eux et les "redécouvertes" (des axiomes d'Euclide, par exemple) par quelqu'enfant prodige restent très anecdotiques voire affabulatoires. Il y a toujours eu des écoles, souvent nationales ou régionales, alimentant un vivier de mathématiciens qui, par leurs échanges quotidiens, diffusaient les idées nouvelles heurtant la culture mathématique du moment, permettant ainsi l'émergence de nouvelles idées, de nouveaux points d'attaques, de nouvelles théories. Et même si le Mathématicien Solitaire existe toujours, il convient de le nuancer : Andrew Wiles est réputé avoir démontré "seul" la conjecture de Fermat. Il s'est néanmoins appuyé sur les représentations galoisiennes, les formes modulaires et, bien sûr la conjecture de Shimura-Taniyama-Weil, ce qui montre à l'évidence que s'il a été l'acteur final, il a profité de récents travaux d'autres mathématiciens - ce qui n'enlève rien à la performance de Wiles.

4.1.2

De même, pour faire face à de multiples enjeux scientifiques ou technologiques majeurs, il est indispensable de conjuguer plusieurs grands domaines mathématiques et plusieurs disciplines à l'extérieur des mathématiques ; à titre d'exemple, pour arriver à modéliser et simuler la formation d'une protéine, on utilise aujourd'hui non seulement de la biologie et de la chimie, mais aussi des systèmes dynamiques et des équations aux dérivées partielles, des processus stochastiques, de la géométrie, de l'analyse numérique, du calcul scientifique, de l'informatique distribuée, etc.

4.1.3

Il a toujours été vrai que les idées s'appuient sur les idées, que le nouveau naît de dialogues au sein d'une discipline, si ce n'est une sous-discipline, ou à l'interface entre disciplines. Le "Séminaire" est davantage un début, une source d'inspiration pour les recherches à venir, qu'une fin, un lieu où présenter un travail achevé, au moins pour une de ses étapes, même s'il joue parfois un rôle moteur ("je dois finir ceci pour le présenter à telle occasion").

4.1.4

De là naît la notion, scientifique bien avant d'être administrative, d'unité de recherche, un lieu où cohabitent des chercheurs de préoccupations voisines et qui échangent sans cesse leur "matériel cognitif", comme des bactéries en symbiose échangent du matériel génétique.

4.2 Réflexion sur la structuration

4.2.1

Il est indispensable de structurer cette organisation de la recherche, en comprenant profondément à la fois les nécessités nationales, les tendances scientifiques et, nécessairement, d'innombrables contraintes humaines, parfois fort éloignées de la science. Une dépendance trop forte aux besoins universitaires serait à l'évidence contre-productive. Telle université a besoin d'une poignée de mathématiciens pour assurer les cours, par exemple un algébriste, un statisticien et un numéricien, elle les recrutera en fonction de ces besoins, pouvant les isoler ainsi de centres de recherche leur convenant.

4.2.2

Il est nécessaire qu'une instance, composée bien sûr de mathématiciens, ait une reflexion profonde sur la structuration de la recherche mathématique en France (voire au niveau européen), en suivant l'évolution sur un terme assez long. Elle doit composer avec d'autres contraintes, universitaires ou autres. Mais elle doit être déterminante dans le pilotage de la recherche mathématique en France.

4.2.3

Le financement de la recherche "sur projets" est sans doute nécessaire, mais il n'est pas suffisant. Généralisé, il conduirait à des dérives du système, en particulier en ce qui concerne les thèmes de recherche et plus généralement la manière même de faire de la recherche. Toute la recherche fondamentale ne peut pas être menée suivant ce modèle unique du projet ciblé et à court terme. **Il est vital de garder une partie substantielle de financement pour les laboratoires reconnus**, définie par une instance nationale, compétente et représentative du tissu national de la recherche sur des critères de qualité et non sur des projets finalisés trop précis.

4.2.4

Les recherches nationales en mathématiques doivent continuer de s'appuyer sur les universités et sur les grands organismes de recherche. Le CNRS et l'INRIA en sont deux exemples significatifs. Le CNRS et "son" Comité National ont joué un rôle essentiel dans l'épanouissement de la recherche mathématique en France dans les trente années qui ont suivi la guerre ; il a "sauvé" ces mathématiques lorsque les circonstances ont pratiquement tari le recrutement universitaire, dans les années 70. Il continue à irriguer et orienter cette recherche aujourd'hui, jouant un rôle fondamental. L'action du CNRS a notamment permis que l'on fasse de bonnes mathématiques à peu près partout sur le territoire national. L'INRIA, depuis sa création il y a quarante ans et l'impulsion fondatrice de Jacques-Louis Lions, est un élément-clef du développement national des mathématiques appliquées et de leurs interactions avec les sciences informatiques, les technologies de l'information, et les sciences du vivant.

4.2.5

Il faut aussi veiller à renforcer les collaborations entre laboratoires du monde académique et centres de recherche industriels puisque la recherche mathématique dans les entreprises et établissements publics de pointe (par exemple, les grandes banques, EDF, le CEA, etc.) ouvre des horizons nouveaux à la discipline et est source d'emplois pour nos futurs docteurs.

4.2.6

Il faut néanmoins mettre en garde le lecteur à propos d'une confusion fréquente entre la recherche et l'innovation lorsque l'on évoque la recherche industrielle. La recherche peut conduire à l'innovation mais toute innovation n'est pas issue de la recherche. De nombreuses aides publiques à la "recherche industrielle" sont en fait des aides à l'innovation, ce qui peut être légitime, mais ce qui n'est pas la même chose qu'un soutien à la recherche.

4.3 A propos des réformes en cours

Les réformes concernant l'organisation de la recherche et de l'enseignement supérieur vont donner une très grande autonomie aux universités. **On peut toutefois espérer que la politique scientifique du pays ne se réduira pas à la simple juxtaposition de politiques définies localement** à partir de considérations locales. En effet, le développement efficace et harmonieux de la plupart des domaines évoqués plus haut ne peut pas résulter d'une politique définie localement. Les questions liées au recrutement seront tout particulièrement sensibles avec le risque de voir disparaître certains secteurs des mathématiques ou de voir certains domaines s'enfermer dans des "niches" géographiques où elles se scléroseront inéluctablement. Une instance nationale représentative peut jouer un rôle important en tempérant les politiques locales et en veillant à la vitalité globale et équilibrée de la discipline. Le CNRS, par ses recrutements disciplinaires, pourrait jouer ce rôle. Des évolutions intéressantes ont été proposées en introduisant des détachements de recherche sur plusieurs années (par exemple 5 années non renouvelables). Ces détachements, attribués et financés par l'organisme national de recherche, pourraient concerner des chercheurs confirmés, déjà titulaires d'un emploi universitaire, ou de jeunes chercheurs débutant leur carrière. Les premiers pourraient se voir éventuellement chargés durant cette période de missions spécifiques d'animation de la recherche. Pour les plus jeunes, il parait crucial que ce détachement ne s'apparente en aucun cas avec un emploi temporaire : ils devront donc être au préalable recrutés par un établissement universitaire dans lequel ils seront affectés pendant le détachement. Ces évolutions passeront par un dialogue nouveau entre l'organisme national de recherche et les Universités, mais en tout état de cause il semble vital de ne pas laisser les orientations scientifiques et les recrutements être uniquement le fait des politiques locales d'établissements.

5 Conclusion

Nous avons donné ci-dessus un aperçu de domaines très importants de la science, de la technologie et de la vie où les mathématiques sont véritablement fondamentales et qui doivent absolument être développés prioritairement en France si notre pays veut être indépendant et occuper un rôle de premier rang dans les sciences et technologies. Bien entendu, cela nécessite une action forte, cohérente et bien coordonnée en termes de moyens. Ceci nécessite avant tout que de nombreux jeunes, si possible les plus brillants, soient attirés et s'orientent vers la recherche en mathématiques. Il faut pour cela d'abord les intéresser, leur montrer la beauté et la puissance de la matière mathématique, mais aussi peut-être son implication dans la vie environnante, sociale et économique, sans les assommer d'emblée avec une litanie de techniques pointilleuses. Il faut aussi assurer aux jeunes chercheurs brillants des conditions de travail et un statut social de bon niveau comme le font les pays étrangers comparables au nôtre.

Références

[1] O. Pironneau, *Rapport de prospective sur le Calcul scientifique*, 1997, `http ://www.inria.fr/recherche/prospective/pironneau.fr.html`.

[2] *Computational Science : Ensuring America's Competitiveness*, Rapport PITAC, 2005.

[3] E.P. Wigner, *The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences*, Comm. Pure and Applied Math. 13, p. 1-147, 1960.

[4] *La France souffre-t-elle d'une désaffection de ses étudiants pour les filières scientifiques ?*, Centre d'analyse stratégique, note externe de veille **30**, octobre 2006.

[5] *Rapport Charvet : «Les jeunes et les études scientifiques dans l'académie d'Orléans-Tours»*, janvier 2004.

[6] *Rapport Porchet : «Attrait et qualité des études scientifiques universitaires»*, mars 2003.