

Sommaire

SOMMAIRE

Éditorial	3
Comptes rendus des CA et bureaux de la SMAI.....	5
Compte rendu de l’AG 2013 de la SMAI	17
Hommage à Jacques Hadamard	19
Hadamard et les Équations aux Dérivées Partielles	21
Hadamard et le concept de Problème Bien Posé.....	33
À propos de ses contributions en dérivation et en optimisation de formes	41
Marc Yor 1949-2014	51
Jean-Christophe Culioli 1959-201	57
Jean Jacques Moreau 1923-2014.....	61
Comptes rendus de manifestations	69
Compte rendu du Forum Emploi Mathématiques.....	75
Ouverture d’une formation d’ingénieur en mathématiques appliquées à l’INSA de Rennes.....	83
Tribune libre : Coût des publications : propositions concrètes	85
Résolvante, stabilité et applications	91
Résumés de thèses	123
Annonces de colloques	159
Revue de presse	165
Liste des correspondants locaux	173

Date limite de soumission des textes pour le Matapli 104 :
1er juin 2014

Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05

Tél : 01 44 27 66 62 – Télécopie : 01 44 07 03 64

MATAPLI - ISSN 0762-5707

smai@emath.fr - [http : //smai.emath.fr](http://smai.emath.fr)

PRIX DES PUBLICITÉS ET ENCARTS DANS MATAPLI POUR 2013

- 150 € pour une demi-page intérieure
- 250 € pour une page intérieure
- 400 € pour la 3^e de couverture
- 450 € pour la 2^e de couverture
- 500 € pour la 4^e de couverture
- 300 € pour le routage avec Matapli d'une affiche format A4
(1500 exemplaires)

(nous consulter pour des demandes et prix spéciaux)

Envoyer un bon de commande au secrétariat de la Smai

Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05

Tél : 01 44 27 66 62 – Télécopie : 01 44 07 03 64

smai@emath.fr

Site internet de la SMAI :

<http://smai.emath.fr/>

Editorial

par Grégoire Allaire
Président de la SMAI

EDITORIAL

Chers membres de la SMAI,

dans un monde où les bonnes nouvelles semblent parfois trop rares, il ne faut pas manquer les occasions de se réjouir. Je voudrais donc commencer par saluer l'élection de trois nouveaux membres de l'académie des sciences, Jean-François Le Gall, Laure Saint-Raymond et Cédric Villani : qu'ils reçoivent ici les chaleureuses félicitations de la SMAI ! Le 18 décembre 2013 nous avons aussi fêté les lauréats de l'année en mathématiques appliquées et informatique. Cette cérémonie, faite de courts exposés pédagogiques, rencontre un grand succès, non seulement auprès des "professionnels" mais aussi des étudiants qui peuvent y trouver une source d'inspiration ou de motivation au moment de choisir une carrière ou un domaine de recherche. Elle est co-organisée par la SMAI, INRIA et, pour la première fois cette année, par la SIF (société informatique de France) avec qui nous souhaitons développer des relations fructueuses (je reviendrai sur ce point un peu plus loin). La prochaine édition de ce "forum des lauréats" aura lieu fin 2014 et je ne peux que vous encourager à y assister et à y envoyer vos étudiants en quête d'orientation. Autre raison de se réjouir, le Monde a publié le 18 décembre dernier un article intitulé "l'université française, un tremplin pour l'entreprise". Celui-ci met à l'honneur les mathématiques en rapportant que, selon une enquête du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, le plus haut taux d'emploi (30 mois après l'obtention d'un Master) revient aux diplômés en mathématiques qui ont un taux d'emploi de 98% et une rémunération brute frôlant les 33 800 euros.

Dans les activités récentes, notons le succès du premier congrès franco-mexicain de mathématiques appliquées en novembre 2013 à Villahermosa (état du Tabasco), la réussite du Forum emploi mathématiques qui s'inscrit durablement dans le paysage mathématique français (voir le compte-rendu dans ce numéro) ainsi que la journée "sciences et media" du 21 janvier dernier, co-organisée par de nombreuses sociétés savantes. En ce qui concerne l'enseignement, les efforts des trois sociétés savantes de mathématiques (SFdS, SMAI et SMF) pour obtenir une liste raisonnable d'intitulés de Master n'ont pas été totalement fructueux. Si nous avons pu éviter le pire, nous regrettons néanmoins l'absence de certaines men-

Éditorial

tions phares (absence encore plus criante lorsque l'on découvre d'autres mentions très marginales mais visiblement défendues par des groupes de pression efficaces, à défaut d'être connus). Ainsi, il est surprenant de ne pas avoir de mention "Ingénierie mathématique" et "mathématiques-informatique" (ou "informatique-mathématiques") alors même que, pour cette dernière, la SIF y est favorable (sous certaines conditions) comme elle l'a confirmée dans un communiqué du 12 décembre 2013. Les trois sociétés savantes de mathématiques ont directement interpellé la ministre, Madame Fioraso, sur ce sujet dans une lettre ouverte envoyée le 5 février dernier. La seule réponse du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche est qu'il sera possible d'ouvrir des mentions de Master non prévues dans la nomenclature à titre "expérimental".

Cette année 2014 verra un certain nombre d'évènements importants pour notre communauté. Comme toutes les années paires, il y aura un congrès d'analyse numérique, organisé par nos collègues marseillais à Carry-Le-Rouet la première semaine d'avril. La semaine précédente auront eu lieu les journées du groupe SMAI/MODE à Rennes et en juin la conférence "curves and surfaces" organisée par le groupe SMAI/SIGMA à Paris. Le thème du CEMRACS en 2014 est la modélisation numérique des plasmas. Du 17 au 22 mars se tiendra la troisième édition de la Semaine des mathématiques sur le thème "mathématiques au carrefour des cultures". Enfin, au mois d'août aura lieu le congrès international des mathématiciens à Séoul avec une forte représentation de mathématiciens français et peut-être une bonne nouvelle du côté des médailles Fields? De manière plus terre à terre, 2014 sera aussi une année importante pour la SMAI dont le bureau sera renouvelé en grande partie. Ne manquez donc pas les élections au conseil d'administration au mois de mai. La SMAI a toujours besoin de bonnes volontés pour remplir ses missions...

Je termine cet éditorial sur une note nettement plus triste. Ces derniers mois ont vu la disparition de trois collègues, Jean-Christophe Culioli, Jean-Jacques Moreau et Marc Yor, auxquels nous rendons hommage dans ce numéro. A des degrés divers, tous étaient bien connus dans notre communauté et ont été emblématiques d'une certaine école française des mathématiques appliquées liant questions fondamentales, interactions avec d'autres sciences et applications concrètes ou industrielles. Chacun d'eux, à sa manière, est un exemple pour nous tous. La SMAI s'associe à la douleur des familles et des proches et leur présente ses plus sincères condoléances.

Grégoire Allaire
Président de la SMAI

Comptes rendus des CA et bureaux de la SMAI

par Antoine Lejay,
Secrétaire Général de la SMAI

Comptes rendus — Bureau (par téléphone) 27 septembre 2013

Présents. G. Allaire, A. Cohen, E. Gobet, T. Goudon F. Issard-Roch, A. Lejay, É. de Rocquigny.

1. Carte des masters

Le projet de « Carte des Masters » doit être refondu en collaboration avec la SMF et la SFdS. Le bureau a cherché des membres pour participer à un groupe de travail à ce sujet.

2. Portail des thèses

Le bureau souhaite développer un « portail des thèses » donnant un aperçu des thèses en mathématiques appliquées (domaines, carrières, financement, ...).

3. Demande de Reconnaissance d'Utilité Publique

Concernant la demande de reconnaissance d'utilité publique, le bureau a été informé des échanges avec la personne au Ministère de l'Intérieur en charge d'une première instruction du dossier avant le passage au Conseil d'État. Des modifications des statuts seront à prévoir pour qu'ils soient plus proches de ceux préconisés par le Conseil d'État.

4. Enseignement

La page relative aux enseignement du site de la SMAI sera prochainement mise à jour.

Suite aux réformes de la formation des enseignants, le bureau souhaiterait recenser les flux dans les masters MEEF-PLC (Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation pour les Professeurs des Lycées et des Collèges), parcours mathématiques.

Concernant les intitulés des licences et des masters, le SMAI souhaiterait aussi connaître l'effet sur les masters la disparition de la mention « ingénierie mathématique ».

5. Rencontres Math-Industrie

La prochaine Rencontre Math-Industrie, co-organisée avec AMIES, aura lieu début décembre à Strasbourg autour des modèles OpenSources pour la modélisation et simulation.

Comptes rendus des CA & bureaux de la SMAI

Trois autres rencontres sont en chantier pour 2014 : à Lyon autour de la modélisation/simulation en cosmétique et pharmacologie, à Toulouse sur le Big Data et enfin à Orléans.

La commission Industrie a lancé une réflexion sur les moyens de faciliter l’adhésion des entreprises en tant que personnes morales. Ce point sera mis à l’ordre du jour du prochain CA.

6. Forum des lauréats des prix en informatique et mathématiques appliquées

L’édition 2013 du Forum des lauréats des prix en informatique et mathématiques appliquées aura sans doute lieu le 18 décembre 2013.

7. SIAM-SMAI

Un événement joint SIAM-SMAI sur les mathématiques financières sera organisé en juin 2014 à Paris.

8. Préparation de l’ordre du jour du prochain Conseil d’Administration

Le bureau a ensuite discuté des différents points à mettre à l’ordre du jour du prochain CA : (a) Forum Emploi Mathématiques, (b) questions de parité, (c) Finance et trésorerie, (d) Publications.

Comptes rendus — Bureau (par téléphone) 10 octobre 2013

Présents. G. Allaire, A. Cohen, E. Gobet, A. Lejay.

Excusés. T. Goudon F. Issard-Roch, É. de Rocquigny.

1. Tarif d’adhésion des personnes morales

Concernant les personnes morales et physiques, le bureau recommande les mêmes tarifs qu’en 2013. Par ailleurs, de nouvelles formules d’adhésions seront proposées pour les entreprises.

Les tarifs 2014 seront prochainement soumis au CA par vote électronique.

2. Organisation d’événements

2.1. Forum des lauréats des prix

Le Forum des lauréats des prix en informatique et mathématiques appliquées aura lieu le 18 décembre après-midi au Collège de France. Il est co-organisé avec Inria et la société savante d’informatique SIF, avec le soutien de l’Académie des Sciences. L’organisation de cet événement progresse.

2.2. Forum Emploi Mathématiques

Le bureau a été informé de l’avancée de l’organisation du Forum Emploi Mathématiques le 6 décembre 2013 à Paris.

Comptes rendus des CA & bureaux de la SMAI

2.3. Journées Maths et industries

Le bureau a été informé de l’avancement de l’organisation des prochaines journées Maths et industrie à Strasbourg.

2.4. Conférence SMAI-SIAM en finance

Une conférence SMAI-SMAI en finance sera organisée du 17 au 24 juin prochain à Paris, par R. Cont (SMAI & SIAM) et R. Sicard (SIAM). Elle formera la conférence finale du cycle thématique Management robuste en finance¹.

3. Enseignement

3.1. Intitulés des masters

G. Allaire, A. Bonami (SMF) et A. Gégout-Petit (SFdS) seront reçus prochainement par le cabinet de M^{me} la Ministre pour défendre les intitulés des masters reflétant mieux les formations actuelles.

3.2. Rencontre avec l’Inspection Générale de l’Éducation Nationale

Le 18 novembre 2013, à l’IHP, la SMAI, la SMF et la SFdS rencontreront l’Inspection Générale de l’Éducation Nationale sur la problématique de comment motiver les élèves pour qu’ils choisissent des carrières scientifiques, avant la refonte des programmes du collège.

3.3. Projet ONISEP sur la promotion des métiers scientifiques

Avec divers partenaires, l’ONISEP est en train de monter un projet sur la promotion des métiers scientifiques. Le bureau a discuté de l’opportunité de participer à celui-ci.

3.4. Coursus Master Ingénierie

Le bureau a été informé de l’existence d’un groupe de travail sur la création de Coursus Master Ingénierie en mathématiques appliquées, qui dépend du réseau Figure². Le bureau estime nécessaire de rester informé de ces initiatives et de relayer ces informations auprès des membres de la SMAI.

Comptes rendus — Conseil d’Administration

10 octobre 2013

Présents. G. Allaire, A. Ambroso, A. de Bouard, J.-B. Caillau, C. Chalons, A. Cohen, J.-S. Dhersin, G. Faÿ, E. Gobet, C. Gout, F. Issard-Roch, A. Lejay, S. Mischler, G. Pagès.

Représentés. F. Alabau, Z. Belhachmi, V. Doléan, T. Goudon, Ph. Helluy, F. Lagoutière, J. Le Rousseau, V. Louvet, A. Samson.

¹<https://www.ceremade.dauphine.fr/ModelsRisks/conference.html>

²<http://www.reseau-figure.fr/>

Comptes rendus des CA & bureaux de la SMAI

Excusés. P. Maréchal, É. de Rocquigny M.-L. Mazure.

Absents. R. Abgrall, A. Bérard, J.-M. Bonnisseau, R. Cont, A. Guillin, T. Lelièvre.

1. Nouvelles de la SMAI

1.1. Intitulés des masters et commission enseignement

Le CA a été informé des décisions du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche sur les intitulés des licences et des masters. Pour les masters, il n'y aurait que trois intitulés : « mathématiques », « mathématiques et applications » et « probabilités et statistiques », et des parcours alors que la notion de spécialité disparaît. Avec la SMF et la SFdS, la SMAI sera prochainement reçue par le Cabinet de M^{me} la Ministre de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche afin de défendre des intitulés plus en accord avec les contenus des formations et de veiller à une certaine coordination avec les disciplines voisines.

Concernant ces questions, des informations sur les situations locales dans les Universités peuvent être remontées à la Commission Enseignement.

La Commission Enseignement souhaiterait aussi évaluer l'impact de la disparition de la mention « ingénierie mathématiques » dans les nouveaux intitulés de masters.

Enfin, la partie consacrée à l'enseignement du site WEB de la SMAI sera bientôt refondue.

1.2. Carte des masters

La SMAI avait pris part au développement de la carte des Masters³. En partenariat avec l'INSMI, la SMF et la SFdS, ce projet sera remis à plat. À cette fin, un groupe de travail a été mis en place. La SMAI y est représentée par Pascal Joly et Franck Boyer.

1.3. Forum Emploi Maths

La 3^e édition du Forum Emploi Mathématiques⁴ (FEM) aura lieu le 6 décembre prochain au Conservatoire National des Arts et Métiers.

Le comité d'organisation a fait part des difficultés pour cette année de faire venir des entreprises.

1.4. Forum des lauréats des prix en informatiques et mathématiques appliquées

L'édition 2013 du Forum des lauréats des prix en informatiques et mathématiques appliquées aura lieu le 18 décembre après-midi au Collège de France.

Le CA a donné son accord pour que la Société d'Informatique de France⁵ (SIF) soit éventuellement associée à cet événement.

³http://masters.emath.fr/main/emath_fr.html

⁴<http://www.forum-emploi-maths.org/>

⁵<http://www.societe-informatique-de-france.fr/>

1.5. Brochure « Mathématiques : L’explosion continue »

La brochure « Mathématiques : L’explosion continue »⁶ vient d’être publiée. Elle est éditée par SMAI, SFdS, SMF et la FSMP avec le soutien financier de Cap’Math. Il sera possible de commander des exemplaires en ne payant que les frais de port. Cette brochure, qui est la suite d’une brochure similaire de 2002 intitulée l’« Explosion des Mathématiques », est à destination du grand public.

2. Nouvelles des groupes thématiques

2.1. Groupe thématique SMAI-GAMNI

Ce groupe thématique organise le *Séminaire de Mécanique des Fluides Numérique* en janvier 2014.

2.2. Groupe thématique SMAI-MAIRCI

Ce groupe thématique prépare une journée sur les maillages avec l’ONERA pour 2014, et souhaiterait y associer d’autres groupes thématiques.

2.3. Groupe thématique SMAI-MAS

Les prochaines *rencontres EDP-Probab*⁷ auront lieu le 11 octobre 2013 à l’Institut Henri Poincaré.

2.4. Groupe thématique SMAI-MODE

Les *Journées du Programme Gaspard Monge* ont eu lieu le 3-4 octobre 2013 à l’ENSTA, avec 120 participants. Les Journées MODE auront lieu fin mars 2014. Le groupe thématique est partie prenante de l’organisation d’un trimestre sur les géométries sous-riemanniennes et d’un semestre sur le calcul des variations.

2.5. Groupe thématique SMAI-SIGMA

Ce groupe thématique prépare le congrès *Curves and Surfaces*. La journée du groupe thématique avec Assemblée Générale aura lieu le 15 novembre 2013.

3. Événements récents

3.1. École d’été CEMRACS 2013

Le *CEMRACS 2013* a été un grand succès avec 91 participants pour la semaine de cours spécialisés et 75 participants sur l’ensemble des cinq semaines de la session de recherche. Il y avait 16 projets de recherche, financés par des industriels CEA, EDF, IFPEN, IRSN, ONERA, Sanofi, Safety Line et des fonds publics : Labex AMIES, Labex Bezout, CNRS grand défi NEEDS, Labex MMCD, Polytech’Nice. Après une discussion sur l’utilisation du bénéfice dégagé ce *CEMRACS*, le CA a mandaté G. Allaire pour mener les démarches nécessaires pour leurs répartitions.

⁶<http://smf.emath.fr/content/lexplosion-continue-sommaire>

⁷<http://smai.emath.fr/spip.php?article123>

Comptes rendus des CA & bureaux de la SMAI

3.2. Journée SMAI-Mathématiques pour la Planète Terre (SMAI-MPT)

La journée *SMAI-MPT* a eu lieu le 18 septembre 2013 à l’IHP, avec 6 conférences autour des problèmes inverses en sismique ou géoscience.

3.3. Journée 30 ans de la SMAI

Une journée pour fêter les 30 ans de la SMAI a eu lieu le 8 octobre 2013 avec des exposés et des tables rondes sur les Massive Online Open Courses (MOOC), les expériences pédagogiques innovantes et les évolutions des publications scientifiques.

4. Publications

Inria et le CNRS souhaitent développer des journaux gratuits pour les lecteurs et les auteurs, selon des modèles divers (épi-journaux, ...).

Le CA confie à T. Goudon la mission de proposer un projet de journal scientifique gratuit pour un prochain CA en 2014.

5. Modalités des adhésions des entreprises en tant que personnes morales

La SMAI souhaiterait avoir plus d’entreprises adhérentes comme personnes morales à la SMAI. En réalité, les modalités d’adhésion actuelles peuvent compliquer les processus de décision, au moins pour les grands groupes.

Le bureau proposera prochainement de nouvelles modalités d’adhésion de personnes morales à destination des entreprises.

6. Trésorerie et relation avec les groupes thématiques

E. Gobet, trésorier, a rappelé les règles de comptabilité à destination des groupes qui n’ont pas de comptabilité propre.

Le CA donne mandat à E. Gobet pour discuter avec la BNP pour des propositions de placement des fonds actuels.

7. Demande d’utilité publique

Le CA a été informé du contenu des échanges avec le bureau des Associations et Fondations du Ministère de l’Intérieur concernant une pré-instruction du dossier, et notamment les modifications de statuts à prévoir avant le passage par le Conseil d’État.

Le CA soutient la poursuite de la procédure. Le bureau présentera des propositions de statuts et de règlement intérieur lors du prochain CA de janvier, afin que l’Assemblée Générale puisse se prononcer à l’été prochain.

8. Parité

Le CA confie à V. Doléan une mission sur les questions de parité dont elle présentera les conclusions à un prochain CA en 2014.

Comptes rendus — Bureau (par téléphone)

18 novembre 2013

Présents. G. Allaire, A. Cohen, E. Gobet, T. Goudon F. Issard-Roch, A. Lejay.

Excusés. A. Ambroso, É. de Rocquigny.

1. Mention des masters

Lundi 28 octobre, les représentants de la SMAI et SMF et la SFdS ont été reçus par le Ministère de l’Enseignement Supérieur et de la Recherche pour une discussion sur les projets de mentions de masters. Les propositions sont en continuelle mutation. Le bureau reste mobilisé sur ce sujet.

2. Conseil d’Administration d’EDP Sciences

A. Cohen a participé Conseil d’Administration de la société d’édition d’EDP Sciences, dont la SMAI est actionnaire à hauteur 0,4 % du capital. Il a fait part de ses réflexions sur les évolutions futures de cette société d’édition, en lien avec les mutations actuelles du secteur de l’édition.

3. Publications

T. Goudon a informé le bureau de l’avancée des réflexions sur le projet de publication ouvertes de la SMAI.

4. Modification des statuts

Le bureau a été informé de l’état d’avancement de la rédaction des nouveaux statuts suivant les suggestions du Ministère de l’Intérieur avant le passage en Conseil d’État de la demande de reconnaissance d’Utilité Publique.

5. Forum Emploi Mathématiques

La SMAI disposera d’un stand au Forum Emploi Mathématiques le 6 décembre 2013.

Comptes rendus — Bureau

17 janvier 2014

Présents. A. Ambroso, G. Allaire, F. Issard-Roch, E. Gobet, T. Goudon, A. Lejay.

Excusé. É. de Rocquigny.

Invités. F. Alabau, T. Lelièvre.

1. Préparation du CA

Le bureau a préparé le CA du 17 janvier après-midi. Certains points à l’ordre du jour de cette réunion et traités par le CA ne sont pas repris ici (publications, lien avec les autres associations, demande de reconnaissance d’utilité publique, ...).

Comptes rendus des CA & bureaux de la SMAI

2. Nouvelles de la SMAI

2.1. Collaboration avec le Mexique

Le congrès Franco-Mexicain en mathématiques appliquées et industrielles⁸ (25-29 novembre 2013), co-organisé avec la société mathématiques mexicaine (SMM), s’est très bien déroulé. D’autres initiatives communes pourraient avoir lieu à l’avenir.

2.2. Congrès SMAI 2015

Le bureau a été informé des modalités de la convention du congrès SMAI 2015 organisé par la Fédération Lyon Saint-Étienne dans le Jura. Le bureau a aussi discuté de la composition du Conseil Scientifique de ce congrès.

3. Actions en cours

3.1. Réaction au test PISA et licence pluridisciplinaire

Les licences pluridisciplinaires ont été créées pour former les étudiants au concours de professeur des écoles. Le ministère souhaite fermer ces licences. Certaines universités les transforment en y ajoutant une spécialisation progressive vers d’autres métiers (vulgarisation, ...). Le bureau devrait continuer à suivre ce sujet qui touche à la formation des enseignants et aux débouchés professionnels des étudiants de licence en particulier en mathématiques, alors que les résultats du test PISA sont inquiétants.

3.2. Carte des Masters

Le bureau a été informé des avancées de la réflexion sur la refonte de la Carte des Masters.

4. Gestion de la SMAI

4.1. Proposition de « Club de partenaires industriels »

Un industriel a suggéré à la SMAI la création d’un « Club de partenaires industriels » dont le but serait de recevoir des dons transformés en bourse (thèse, stage). Le bureau a discuté des possibilités de montage d’une telle initiative, en notant que l’octroi de bourses relève plutôt maintenant de l’activité d’autres structures.

4.2. Procédure de répartition des tâches entre nos salariées

Une seule de nos deux secrétaires reçoit les mails de l’adresse `smi@emath.fr`. Le bureau cherchera à mieux afficher sur le site les mails de nos secrétaires pour un meilleur aiguillage des envois en fonction des tâches définies par les fiches de postes.

⁸<http://paginas.matem.unam.mx/fmmiam/>

Comptes rendus — Conseil d'Administration

17 janvier 2014

Présents. F. Alabau, G. Allaire, A. Ambroso, Z. Belhachmi, J.-M. Bonnisseau, A. de Bouard, J.-B. Caillau, V. Doléan (par visio), E. Gobet, T. Goudon, P. Helluy, F. Issard-Roch, F. Lagoutière, A. Lejay, T. Lelièvre, J. Le Rousseau, V. Louvet (par visio), P. Maréchal, M.-L. Mazure, B. Nkonga (par visio), G. Pagès, A. Samson (par visio).

Représentés. A. Bérard, C. Chalons, A. Cohen, J.-S. Dhersin, G. Faÿ, C. Gout.

Absents. R. Cont, É. de Rocquigny, S. Mischler.

Ce CA est le premier utilisant un système de visio-conférence, à titre d'expérimentation.

1. Nouvelles de la SMAI

1.1. Forum des lauréats des prix

La SIF a été associée à l'organisation de l'édition 2013 de ce forum (SMAI et Inria avec le parrainage de l'Académie des Sciences), qui s'est tenu le 18 décembre 2013 au Collège de France. Cette manifestation a été un succès avec une forte participation d'étudiants de l'ENS Cachan.

1.2. Conférence SIAM-SMAI sur la Modélisation Mathématique en Finance

Cette conférence *Robust management in finance (advanced modeling and numerical methods)*⁹ aura lieu du 17 au 20 juin à l'Université Paris Diderot avec une trentaine d'orateurs invités.

1.3. Prêt à Animath

Le prêt de 20 000 € consenti par le CA par vote électronique le 2 décembre 2013 (19 voix pour et 1 voix contre sur 20 suffrages exprimés) à *Animath* devrait être remboursé le 15 février 2014, suite à l'avancée des négociations d'*Animath* avec sa banque.

1.4. Don à la SMF

Le CEMRACS 2013, organisé comme chaque année au CIRM, a été un grand succès. Les organisateurs, tout en notant la très grande qualité de l'accueil au CIRM, ont regretté l'absence d'un système de visio-conférence. La SMAI souhaite concourir aux efforts de la SMF pour faire du CIRM un haut lieu des rencontres mathématiques internationales. Dans ce but, le CA de la SMAI accepte à l'unanimité de procéder à un don à la SMF d'un montant de 20 000 € afin de permettre d'améliorer encore les conditions matérielles d'accueil et de travail au CIRM.

⁹<https://www.ceremade.dauphine.fr/ModelsRisks/conference.html>

Comptes rendus des CA & bureaux de la SMAI

1.5. Congrès SMAI 2015

Le CA a été informé des modalités de la convention du congrès SMAI 2015 organisé par la Fédération Lyon Saint-Étienne du 8 au 12 juin 2015 à Lamoura (Jura).

2. Nouvelles des groupes thématiques

2.1. SMAI-GAMNI

Le CA a approuvé à l’unanimité la composition du comité de liaison du groupe thématique voté par correspondance par les membres de GAMNI : Edouard Audit, Maison de la Simulation ; Frédéric Coquel, Paris VI/X ; Vincent Couailler, Onera ; Cécile Dobrzynski, Bordeaux (Secrétaire) ; Francis Filbet, Lyon ; Pascal Frey, Paris VI (Trésorier) ; Violaine Louvet, Lyon ; Pierre-Henri Maire, CEA/CESTA (Coordinateur adjoint) ; Michel Mallet, Dassault ; Marc Massot, Centrale Paris ; Boniface Nkonga, Nice (Coordinateur) ; et Francesca Rapetti, Nice.

Le CA a été informé de la composition du jury du Prix Blaise Pascal (GAMNI-SMAI) dirigé par Th. Colin.

B. Nkonga, le nouveau coordinateur, a exposé les priorités de ce groupe thématique.

2.2. SMAI-MAIRCI

Ce groupe thématique prépare, avec SMAI-GAMNI et SMAI-SIGMA, deux journées sur les maillages.

2.3. SMAI-MAS

Ce groupe thématique prépare les *Journées MAS* à Toulouse fin août 2014.

2.4. SMAI-MODE

Ce groupe thématique prépare les *Journées MODE* en mars 2014 à Rennes.

2.5. SMAI-SIGMA

Le CA a approuvé à l’unanimité le comité de liaison voté le 15 novembre 2013 lors de l’AG de ce groupe thématiques : Bernhard Beckermann, université de Lille ; Frédéric Chazal, INRIA Saclay ; Albert Cohen, université Paris 6 ; Olivier Gibaru, Art et Métiers ParisTech, centre de Lille (Responsable financier) ; Christian Gout, INSA Rouen (Secrétaire) ; Marie-Laurence Mazure, Université Joseph Fourier, Grenoble (Responsable) ; Quentin Méricot, CNRS, Grenoble ; Eric Nyiri, Art et Métiers ParisTech, centre de Lille ; Valérie Perrier, INP, Grenoble et Gabriel Peyré, CNRS, Paris-Dauphine.

3. Lien avec les autres associations

La CFEM (Commission Française pour l’Enseignement des Mathématiques)¹⁰ est une association d’associations. Les associations *Femmes et Mathématiques*¹¹ et *Sésamath*¹² ont demandé à l’intégrer. Suite à la demande de la CFEM, le CA de la SMAI

¹⁰<http://www.cfem.asso.fr/>

¹¹<http://www.femmes-et-maths.fr/>

¹²<http://www.sesamath.net/>

est favorable à l’unanimité à ce que *Femmes et Mathématiques* intègre la CFEM de plein droit et *Sésamath* comme association invitée en cooptant un de ses membres pour le CA.

4. Gestion de la SMAI

4.1. Demande de reconnaissance d’utilité publique

Le CA a été informé de l’état de la rédaction des nouveaux statuts et des échanges avec le Ministère de l’Intérieur à ce sujet. Le CA approuve à l’unanimité les baisses du seuil de quorum du Conseil d’Administration (un tiers au lieu de la moitié) et des Assemblées Générales délibérant sur des modifications des statuts (un quart au lieu d’un tiers), alors que, selon les statuts préconisés par le Conseil d’État, les membres représentés ne seront pas décomptés pour le quorum contrairement à nos statuts actuels.

4.2. Gestion des actifs financiers

E. Gobet, notre trésorier, a présenté l’état des placements de la SMAI et propose d’utiliser une solution de « gestion conseillée » par la BNP Paribas Banque Privée. Le CA a approuvé à l’unanimité d’utiliser cette solution. Après un an, un point sera fait sur cette gestion conseillée

4.3. Conseil scientifique

Le CA nomme à l’unanimité Denis Talay président du Conseil Scientifique et remercie chaleureusement Yvon Maday pour le travail effectué à cette fonction. Les membres du Conseil Scientifique seront ensuite proposés par son nouveau président et le bureau.

5. Publications

5.1. Brochure « Mathématiques, l’explosion continue »

Les 15 000 exemplaires du premier tirage de cette brochure ont été distribués. Des retirages, dans des conditions à préciser, sont prévus.

5.2. *ESAIM Proceedings*

Les quatre éditeurs d’*ESAIM Proceedings* souhaitent ouvrir le spectre du journal pour accueillir des articles de revue et en changer le titre à cette fin. Le CA est favorable à l’unanimité d’un changement de la ligne éditoriale et du nom de cette revue. Le titre envisagé est *ESAIM Proceedings and Surveys*.

5.3. Projet de publications

T. Goudon a présenté un projet de collection de journaux « libre pour les auteurs, libre pour les lecteurs »¹³. Le premier titre de cette collection concernerait le calcul scientifique.

¹³Voir aussi la présentation vidéos au 30 ans de la SMAI le 8 octobre 2013 (<http://smai.emath.fr/smai2013/smai30ans/>)

Comptes rendus des CA & bureaux de la SMAI

Les trois principaux chantiers sont (a) qui participe, qui paie ? Comment régler le problème du « Managing Editor » ? (b) les aspects techniques (site web, template L^AT_EX) (c) constituer le comité éditorial et affiner la politique éditoriale.

Le CA approuve à l’unanimité la poursuite du montage du projet.

5.4. Enseignement

Th. Goudon a présenté les nouveautés du programme¹⁴ de l’agrégation pour 2015, avec l’introduction de nouvelles notions en probabilités et EDP.

La SMF organise le 24 janvier une réunion sur les masters MEEF second degré en mathématiques, réunion à laquelle sont invités tous les responsables de ces masters. La SMAI y sera représentée.

La mention « licence pluridisciplinaire », destinée à la formation des professeurs de 1^{er} degré, ne figure pas dans la liste des intitulés de mentions par décision du ministère.

Le CA a été informé d’un projet de lettre ouverte de la SIF destinée à M. le Président de la République défendant la création de postes d’enseignants spécifiques en informatique au collège et au lycée.

¹⁴<http://agreg.org/indexmaths2015.html>

Compte rendu de l'AG 2013 de la SMAI

Compte rendu de l'Assemblée Générale 2013

Par Antoine Lejay

L'Assemblée Générale de la SMAI s'est tenue le 29 mai 2013 au Belembra Club les Tuquets à Seignosse (Landes), lors du congrès SMAI 2013, 145 personnes étaient physiquement présentes, et 41 étaient représentées par des procurations.

Ordre du jour :

- Rapport moral et vote du quitus ;
- Rapport financier et vote du quitus ;
- Présentations des groupes thématiques ;
- Proclamation des résultats des élections au Conseil d'Administration ;
- Questions diverses.

La séance a débuté à 20h45

1 Présentation du rapport moral et du rapport financier

Le président, G. Allaire, a présenté le rapport moral synthétisant les différentes activités de la SMAI concernant l'industrie, le grand public, les conférences, les publications, l'enseignement,

La rapport moral a été adopté à l'unanimité.

Les comptes consolidés et le rapport financier de l'année 2013 ont été présentés par le trésorier, F. Lagoutière.

Les comptes et le rapport financier ont été approuvé avec 185 voix pour et une abstention.

Ils seront publiés dans le prochain numéro de Matapli.

2 Présentation des groupes thématiques

L. Decreusefond, A. Guillin, A. Rondepierre, et A. Cohen ont présentés les nombreuses activités des groupes thématiques MAS, MAIRCI, MODE et SIGMA.

Compte rendu de l'AG 2013 de la SMAI

3 Élections au Conseil d'Administration

Dix personnes se sont présentées pour siéger au Conseil d'Administrations. Sont élus au Conseil d'Administration, par ordre décroissant de nombre de voix :

- Antoine Lejay (sortant), 224 voix
- Annalisa Ambrosio, 221 voix
- Françoise Issard-Roche, 216 voix
- Frédéric Lagoutière, 215 voix
- Emmanuel Gobet, (sortant) 212 voix
- Zakaria Belhachmi, (sortant) 209 voix
- Jean-Stéphane Dhersin, 209 voix
- Victorita Doléan, 209 voix
- Gilles Fay, 206 voix
- Etienne de Rocquigny, (sortant) 199 voix

L'Assemblée remercie chaleureusement les membres sortants et félicite les membres élus.

4 Questions diverses

4.1 Reconnaissance d'Utilité Publique

À l'unanimité, l'Assemblée Générale a approuvé la poursuite de la procédure de reconnaissance d'Utilité Publique et a approuvé la motion suivante :

L'Assemblée Générale de la SMAI confirme sa décision du 27 juin 2011 de demander la reconnaissance d'utilité publique de la SMAI. Elle mandate son président, Grégoire Allaire, et son secrétaire général, Antoine Lejay, pour mener les discussions avec les représentants de l'État et le Conseil d'État sur les modifications éventuelles qu'il faudrait apporter à ses statuts ou à son règlement intérieur, sachant que l'adoption de tout changement serait soumise au vote de l'Assemblée Générale de la SMAI dans les conditions prévues par les statuts.

5 Clôture de l'Assemblée Générale

L'Assemblée Générale s'est terminée par une courte présentation des congrès CANUM 2014, du CEMRACS 2013 et d'une rapide présentation de financements par la Maison de la simulation.

L'ordre du jour étant épuisé, la séance est levée à 22h15.

Hommage à Jacques Hadamard

par Grégoire Allaire

La SMAI célèbre le "barycentre" du 150ème anniversaire de la naissance et du 50ème anniversaire de la disparition de Jacques Hadamard, un des derniers "mathématiciens universels" dont l'oeuvre couvre l'ensemble des domaines mathématiques. Il n'est évidemment pas possible de rendre compte de l'intégralité des contributions principales d'Hadamard dans un volume si restreint. C'est pourquoi la SMAI et la rédaction de Matapli ont demandé à trois de nos collègues de présenter chacun un aspect essentiel de l'oeuvre d'Hadamard parmi ceux qui ont eu une postérité extrêmement riche en mathématiques. Le lecteur nous pardonnera cette limitation et cette obligation de choix : les bibliographies des trois articles qui suivent lui permettront d'en savoir plus.

Avant de laisser les trois auteurs présenter chacun un aspect du travail d'Hadamard, il est bon de rappeler brièvement quelques éléments chronologiques sur sa vie. Jacques Hadamard naquit le 8 décembre 1865 et mourut le 17 octobre 1963. Après des études à l'École normale supérieure, il obtint son doctorat en 1892. Il fut successivement enseignant aux universités de Bordeaux et de Paris, puis au collège de France. Il fut également professeur à l'École polytechnique ainsi qu'à l'École centrale de Paris et membre de l'académie des sciences. Rappelons aussi une anecdote qui, malgré les circonstances tragiques, témoigne tout à la fois de la réputation et de la longue vie mouvementée d'Hadamard. Fuyant l'occupant nazi et les persécutions antisémites pendant la seconde guerre mondiale, il se réfugia aux Etats-Unis où il chercha un poste d'enseignant-chercheur. Reçu par le recteur d'une petite université américaine et essayant d'expliquer qui il était, il se reconnut dans un des portraits accrochés au mur et dit "c'est moi". Le recteur ne put lui promettre de le recruter et lui demanda de revenir la semaine suivante. Lorsqu'il se représenta, son portrait avait disparu et il n'y avait pas de poste pour lui... Même courte, cette introduction ne serait pas complète si nous ne mentionnions pas son engagement politique, en faveur notamment de Dreyfus et du pacifisme, mais aussi sa légendaire distraction : on dit qu'il servit de modèle pour le personnage du savant Cosinus créé par Christophe.

Hommage à Jacques Hadamard



Jacques Hadamard¹

¹Photo issue de : http://fr.wikipedia.org/wiki/Jacques_Hadamard - Crédit : Studio Harcourt, Paris

Hadamard et les Équations aux Dérivées Partielles

par Claude Bardos¹

1 Introduction.

Cet article est consacré aux contributions d’Hadamard dans le domaine des équations aux dérivées partielles. J’écrirai en bref EDP et j’omettrai les questions relatives au bilaplacien et au calcul des variations, objet de l’article compagnon de Michel Pierre [23]. Dans sa carrière de “Mathématicien Universel”, selon le sous titre du livre que lui consacrent Mazya et Shaposhnikova [22], les EDP jouent un rôle essentiel.

Si son premier article (sans évoquer les contributions antérieures au Journal de Mathématiques Spéciales) date de 1888, c’est en 1901 (cf. [4] ainsi que l’article de Michel Pierre [23] et sa bibliographie), qu’il publie un premier article faisant intervenir des EDP. Ensuite, jusqu’à la fin de sa vie, il aura sur le sujet publié environ soixante-quinze articles et écrit quatre livres. Le dernier, “La théorie des équations aux dérivées partielles” inspiré par le contenu de son cours à Pékin en 1936 et avec l’objectif de réaliser une synthèse du sujet, fut publié en 1964, comme oeuvre posthume, par les éditions de Pékin.

Il a fait sur les EDP quatre interventions au Congrès International des Mathématiciens (1900-Paris, 1908-Rome, 1921-Strasbourg, 1932-Zurich). Enfin dans les oeuvres complètes de Jacques Hadamard publiées par le CNRS, le volume réunissant les articles consacrés aux EDP fait 1709 pages.

Cette longue période d’activité correspond à une évolution cruciale sur le sujet. Les EDP apparaissent chez d’Alembert en 1747 et chez Euler en 1745. A l’échelle de l’élaboration des nos connaissances scientifiques, c’est tout de suite après l’apparition du calcul infinitésimal : Leibnitz et Newton 1684 et 1713 (environ 50 ans avant). Ainsi dans ce domaine les choses commencent à évoluer vite.

Au moment où Hadamard publie ses premiers travaux, il dispose du classement en elliptique, parabolique et hyperbolique des équations linéaires du second ordre à coefficients constants fait par Du Bois-Reymond en 1889. On sait aussi que les solutions d’équations différentielles dépendent non pas de nombres (comme les solutions d’équations différentielles ordinaires) mais d’un nombre variable de fonctions.

¹Université Paris-Diderot, Laboratoire J.-L. Lions, BP 187, 75252 Paris Cedex 05, France, claud.bardos@gmail.com

Hadamard et les Équations aux Dérivées Partielles

En particulier Green a identifié les solutions des problèmes de Dirichlet et de Neumann pour le Laplacien et introduit, pour les décrire, la notion de fonction de Green. Poisson (1819) a donné la formule explicite de la solution de l'équation des ondes à coefficients constants en dimension 3 d'espace et Parseval, par la méthode de descente, en a déduit la solution en dimension 2.

Mais à cette époque on ne dispose pas de l'analyse fonctionnelle, de la théorie de Lebesgue et bien sûr pas des distributions, objets qui autour des années 1950 se seront imposés comme les outils puissants et incontournables de la discipline.

Ainsi c'est dans cet intervalle de temps que Jacques Hadamard va jouer un rôle essentiel, de précurseur, de pionnier et même de visionnaire. Sans revenir sur une liste complète de ses contributions, je vais illustrer cela en décrivant quelques unes de ses réalisations.

2 La notion de problème bien posé. Vers l'analyse fonctionnelle abstraite

Il s'agit probablement de l'idée d'Hadamard la plus populaire dans la communauté math-appli. Hadamard dispose en 1901 du Théorème de Cauchy-Kovalevskaya, généralisation du théorème de Cauchy-Lipschitz sur les équations différentielles.

Ce théorème, d'ailleurs exposé dans le premier chapitre du livre d'Hadamard de 1923 [9], sous sa forme la plus naturelle concerne les solutions, dans $(t, x) \in \mathbf{R}_t \times \mathbf{R}_x$, du problème :

$$\begin{aligned} \partial_t^m u &= G(t, x, \partial_t^j \partial_x^\alpha u); \quad 0 < j \leq m-1, j + |\alpha| \leq m, \\ \partial_t^j u(0, \cdot) &= g_j(\cdot) \quad 0 \leq j \leq m-1 \end{aligned}$$

et énonce l'existence et l'unicité locales, au voisinage d'un point $(0, x)$ d'une solution (analytique par rapport aux variables x et t) sous l'hypothèse essentielle d'analyticité de la fonction G et des données g_j .

Hadamard observe que cet énoncé n'est pas adapté à la signification physique des équations. L'analyticité n'est pas une hypothèse naturelle et surtout les conditions aux limites qu'il convient d'imposer dépendent de la nature des problèmes et des équations. Pour l'équation de Laplace, on prescrit une donnée (par exemple la solution ou sa dérivée normale) sur toute la frontière, par contre, pour l'équation des ondes dans $\mathbf{R}_t \times \mathbf{R}_x^d$ on prescrit la solution et sa dérivée temporelle en $t = 0$. Aussi Hadamard dit qu'un problème est bien posé s'il admet une unique solution qui, de plus, dépend continûment des données. Maintenant on dit aussi "Bien posé au sens d'Hadamard" et cette notion apparaît dans le titre d'un des

premiers articles de J.L. Lions [18]. Ainsi il en est de l'équation de Laplace dans un domaine avec données de Dirichlet ou de Neumann sur le bord de ce domaine, de l'équation de la chaleur dans $\mathbf{R}_t^+ \times \mathbf{R}_x$ avec donnée de sa valeur à l'instant $t = 0$ et de l'équation des ondes dans $\mathbf{R}_t \times \mathbf{R}_x^d$ avec la donnée de la solution et de sa dérivée temporelle à l'instant $t = 0$.

Selon Mendelbrojt et Schwartz [21] (ici je traduis) : "Cette idée s'avéra bien plus fructueuse qu'il ne l'avait lui même imaginé. Les analystes furent dès lors obligés d'examiner, comme il l'avait dit, différents types de voisinages et de continuités ce qui inévitablement conduisit aux espaces fonctionnels, à la topologie générale et à l'analyse fonctionnelle, préfigurant l'usage systématique des estimations a priori (en particulier celles qui correspondent à des quantités physiques) pour étudier des solutions sans avoir recours à leur expression explicite", soit que cette expression soit difficile à obtenir et que l'analyse fonctionnelle donne des résultats plus rapides, soit que l'on n'ait absolument pas accès à cette solution sans des calculs par ordinateurs (apparus dans notre communauté autour des années 1950).

3 La Paramétrix d'Hadamard, vers les distributions et le calcul pseudodifférentiel

Avec ses articles de 1904, 1905 [6] et [7], Hadamard entreprend une étude systématique des solutions fondamentales des équations linéaires du second ordre, d'abord dans le cadre elliptique et ensuite pour les problèmes hyperboliques de type onde. Dans ce cadre, il dispose de nombreux travaux préliminaires motivés par la mathématisation de la théorie de la lumière à partir des équations de Maxwell : Huyghens en dimension 1, Poisson en dimension 3, Kirchoff pour la dimension 2 par la méthode de descente puis Volterra, Tedone et d'Adhémar (contemporain d'Hadamard) en dimension quelconque.

Mais dans tous ces cas, il s'agit d'équations à coefficients constants et, pour les formules en dimensions supérieures à 3, d'expressions non explicites. Volterra et Tedone donnent une expression en forme d'intégrales multiples de la solution sur des lignes arbitraires ce qui leur permet d'obtenir la solution par différentiation. On peut comprendre leur intuition en regardant par exemple dans le Courant-Hilbert [3] page 682 -688 la construction explicite de la solution du problème de Cauchy.

Pour traiter le cas des coefficients variables analytiques, Hadamard introduit (il me semble que c'est à lui qu'on doit cette terminologie) les notions de solutions élémentaires ou fondamentales, d'abord pour les équations elliptiques puis pour

Hadamard et les Équations aux Dérivées Partielles

l'équation des ondes.

En dimension d d'espace, à l'équation elliptique homogène (je me permets d'utiliser des notations modernes et donc condensées)

$$\nabla_x(A(x)\nabla_x u) = 0,$$

avec $A(x)$ désignant une matrice $d \times d$ symétrique définie positive dépendant analytiquement de la variable x , Hadamard associe la distance géodésique définie par l'intégrale

$$\Gamma(x, y) = d_A(x, y) = \min \int_0^t \sqrt{(A^{-1}(x)\dot{x}(s), \dot{x}(s))} ds$$

sur l'ensemble des trajectoires qui réalisent $x(0) = x$, $x(t) = y$ et construit la fonction de Green $G(x, y)$ (avec une singularité pour $x = y$) sous la forme :

$$\begin{aligned} G(x, y) &= U\Gamma^{-\frac{d-1}{2}} \text{ pour } d \text{ pair,} \\ G(x, y) &= U\Gamma^{-\frac{d-1}{2}} + V\Gamma^{-\frac{d-1}{2}} \text{ pour } d \text{ impair} \end{aligned}$$

avec U et V désignant des fonctions analytiques. Il entreprend ensuite d'en déduire la solution du problème aux limites à partir de la formule de Green. Mais il observe que cela conduit à des intégrales divergentes. Ainsi il introduit alors une nouvelle méthode pour calculer des intégrales divergentes, en retranchant une partie “infinie” convenable, et parle de “partie finie”. Cette démarche s'avère être un outil puissant conduisant au calcul explicite de la solution en dimension d impaire. Pour le cas de la dimension paire d , la méthode ne s'applique pas directement. Alors inspiré par la construction de Kirchoff pour les ondes en géométrie cylindrique, il utilise une méthode de descente qui permet de décrire la solution en dimension d paire.

En 1905, [7] Hadamard adapte la construction de sa solution fondamentale à l'équation des ondes à coefficients variables dépendant analytiquement de (x, t) par exemple (en omettant juste pour simplifier les équations qui vont suivre, la dépendance en temps dans la matrice A) sous la forme :

$$\partial_t^2 u - \nabla_x(A(x)\nabla_x u) = 0.$$

Avec les travaux de Lagrange, Hamilton et Jacobi, il dispose de la notion de bica-ractéristique, de système Hamiltonien et de l'équation d'Hamilton Jacobi

$$\partial_t \phi = \pm \sqrt{(A(x)\nabla_x \phi, \nabla_x \phi)}. \quad (1)$$

A cette équation sont associés, dans l'espace cotangent (Hadamard n'emploie pas

Hadamard et les Équations aux Dérivées Partielles

ce terme !), les deux systèmes Hamiltoniens définis par :

$$\begin{aligned} H_{\pm}(x, \xi) &= \pm \frac{1}{2}(A(x)\xi, \xi), \\ \frac{dx}{dt} &= \partial_{\xi} H_{\pm}(x, \xi), \quad \frac{d\xi}{dt} = -\partial_x H_{\pm}(x, \xi). \end{aligned} \tag{2}$$

Les courbes $(x_{\pm}(t), \xi_{\pm}(t))$ sont dites bicaractéristiques et réalisent un feuilletage de l'ensemble $S = \{(x, \xi) / (A(x)\xi, \xi) = 1\}$. Les courbes $(x_{\pm}(t), t)$ projections sur l'espace $\mathbf{R}_x \times \mathbf{R}_t$ des bicaractéristiques sont dites caractéristiques.

On désigne enfin par $(x_{\pm}(t, x_1, \xi_1, t_1), \xi_{\pm}(t, x_1, \xi_1, t_1))$ la bicaractéristique qui à l'instant $t = t_1$ passe par le point $(x_1, \xi_1) \in S$. L'ensemble de ces courbes forment le cône bicaractéristique issu de ce point. Par homogénéité, les caractéristiques vérifient la relation :

$$x_{-}(t, x_1, \xi, t_1) = x_{+}(t, x_1, -\xi, t_1).$$

Ainsi on définit le cône caractéristique de sommet (x_1, t_1) comme l'ensemble des courbes (avec x_1, t_1 fixés)

$$(\xi, t) \mapsto x_{+}(t, x_1, \xi, t_1).$$

Pour $t < t_1$ on parle de cône “rétrograde” $C_{-}(x_1, t_1)$ et pour $t > t_1$ de cône futur $C_{+}(x_1, t_1)$.

A l'aide d'une solution $G(x, t, x_1, t_1)$ du problème adjoint, singulière sur le tronc de cône rétrograde $C(x_1, t_1) \cap \{0 < t < t_1\}$ et analytique, (éventuellement constante ou nulle) dans son intérieur, Hadamard construit dans l'article [7], comme dans le cas elliptique, une solution fondamentale du problème de Cauchy

$$\partial_t^2 u - \nabla_x(A(x)\nabla_x u) = 0, u(x, 0) = 0, \quad \partial_t u(x, 0) = \phi(x) \quad \text{donné}.$$

Il me semble que c'est la première fois que les notions de bicaractéristiques (déjà présentes dans les équations d'Hamilton-Jacobi) apparaissent de manière systématique dans la théorie des EDP linéaires elliptiques ou hyperboliques.

Comme dans le cas elliptique, la construction se fait d'abord en dimension impaire d'espace et on retrouve la dimension paire par la méthode de descente. Mais dans le cas hyperbolique, la construction de la solution fondamentale fait apparaître la Jacobienne $J(\Phi)$ de l'application

$$\xi \in S \mapsto \Phi(\xi) = x_{\pm}(t_1, x_1, \xi, 0). \tag{3}$$

Hadamard restreint donc la construction au cas où $J(\Phi)$ ne s'annule pas, ce qui est assuré dès que t est assez petit.

Hadamard et les Équations aux Dérivées Partielles

Ici, encore plus que dans le cas des problèmes elliptiques, l'utilisation des parties finies joue un rôle essentiel. Aussi bien dans le cas elliptique que dans le cas hyperbolique, la construction va inévitablement conduire à l'introduction de la distribution δ et aussi avec les parties finies au formalisme des distributions.

Il faut aussi observer que la notion de solutions au sens des distributions est implicitement contenue dans les conditions de saut (de compatibilité dans les discontinuités) dites de Rankine Hugoniot. Hadamard a déjà rencontré cela dans son cours au Collège de France de 1899-1900 et dans le livre [5] qui en résultera.

L'hypothèse d'analyticité, utilisée par Hadamard pour construire des solutions fondamentales par des séries entières, fut rapidement levée par E. Levi et D. Hilbert avec l'introduction de la notion de paramétrix. Au lieu d'une solution fondamentale exacte définie par des séries convergentes, on construit pour tout k , des solutions G_k approchées modulo un reste régulier d'ordre k . Ainsi cette extension préfigure les règles du calcul pseudodifférentiel.

4 La mathématisation du principe d'Huyghens et ses conséquences

L'intérêt d'Hadamard pour le principe d'Huyghens et sa formulation mathématique se manifeste, d'après Mazya et Shaposhnikova [22], dès 1909 cf. [8] p.19.

Selon Huyghens une excitation en un point O à l'instant t produit un signal qui se propage comme une onde sphérique. Chaque point où l'onde arrive à l'instant t' devient une source de lumière et produit à son tour une onde sphérique. A l'instant $t > t' > 0$, l'effet total est l'enveloppe de ces ondes sphériques secondaires et forme le front d'onde.

Pour formaliser cette démarche, Hadamard dans son livre [9] et dans sa conférence pour le cinquantième anniversaire de la Société Mathématique de France [10] décompose le principe d'Huyghens en trois sillogismes :

A Majeure. Pour déduire d'un phénomène connu à l'instant t_0 l'effet produit à un instant ultérieur t_2 , on peut commencer par calculer l'effet à un instant intermédiaire t_1 , puis partir de celui là pour en déduire l'effet à l'instant t_2 .

B Mineure. Si la perturbation initiale à l'instant t_0 est localisée au voisinage d'un point déterminé O , son effet à l'instant t_1 sera nul partout, excepté au voisinage d'une sphère S_1 de centre O et de rayon $c(t_1 - t_0)$ en désignant par c la vitesse de propagation.

C Conclusion. La perturbation initiale peut, au point de vue de son effet à l'instant final t_2 , se remplacer par un système ayant lieu à l'instant intermédiaire t_1 et convenablement distribué sur la surface de la sphère S_1 .

Hadamard et les Équations aux Dérivées Partielles

Pour la propagation de la lumière décrite d'après Maxwell par l'équation des ondes :

$$\frac{1}{c^2} \partial_t^2 u - \Delta u = 0$$

Hadamard observe que le syllogisme A correspond au fait que le problème est bien posé et la solution décrite par un groupe de transformations.

Cela lui permet, dans l'article de 1924 [10], en décomposant l'intervalle $(0, t)$ en une suite finie d'intervalles assez petits de lever, dans la construction de la solution élémentaire, l'hypothèse $J(\Phi) \neq 0$ sur le Jacobien de l'application Φ cf. (3). Il s'agit d'une idée simple mais super astucieuse qui sera reprise par Ludwig [20] puis dans l'article de Lax et Courant [15] sur la propagation des singularités et qui préfigure le théorème de composition des opérateurs Fourier intégraux d'Hörmander [12].

Ensuite, il observe aussi que le point B n'est pas toujours vrai stricto sensu. Il est vrai en dimension impaire d'espace (forme forte du principe d'Huyghens selon [16]) mais faux en dimension paire. Il est aussi faux pour des modifications simples de l'équation des ondes, soit avec des coefficients variables, soit encore plus simplement en dimension 1 d'espace pour l'équation des télégraphistes

$$A \partial_t^2 u + 2B \partial_t u = C \partial_x^2 u.$$

Ce qui reste vrai dans toute dimension est la propagation du signal à une vitesse inférieure ou égale à c vitesse finie de propagation de la lumière (forme faible du principe d'Huyghens également selon [16]) et bien sûr, dans tous les cas selon la terminologie moderne d'Hörmander, la propagation du front d'onde selon les bicaractéristiques.

Comme Hadamard ne dispose pas de cette notion, il propose de distinguer dans l'espace temps les points en ondes qui correspondent au front d'onde, la région hors d'onde et la région sous onde (objets qu'il peut caractériser dans tous les cas avec sa construction de solution fondamentale).

Il observe dans [10] que la forme forte du principe d'Huyghens est équivalente au fait que la solution fondamentale s'annule à l'intérieur du cône d'onde et se propose de caractériser la classe d'opérateurs dits d'Huyghens de la forme

$$L(u) = \partial_t^2 u - \nabla_x (A(x) \nabla_x u) + B(x) \cdot \nabla_x u + C(x)u$$

qui possèdent cette propriété. Il prouve qu'en dimension paire d'espace ces opérateurs ne sont jamais du type d'Huyghens et en dimension impaire il prouve, tout en reconnaissant que cette condition est loin d'être explicite, que les opérateurs sont de type d'Huyghens si et seulement si la solution fondamentale de l'adjoint ne contient pas de terme en $\log$. Donner dans le cas général des conditions pour qu'un opérateur hyperbolique soit ou non de type d'Huyghens est une

Hadamard et les Équations aux Dérivées Partielles

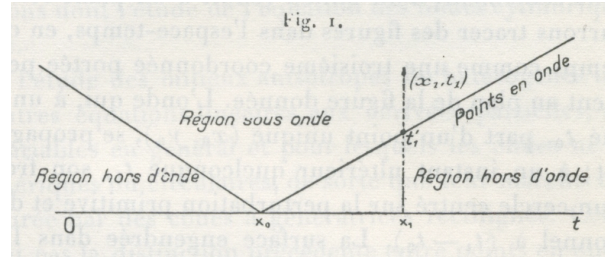


FIG. 1: L'illustration du principe d'Huyghens selon Hadamard [10].

question qui n'est toujours pas résolue. Mais sous le nom de théorie des lacunes, elle a suscité de nombreux travaux ultérieurs, en particulier une contribution fondamentale de Atiyah, Bott et Garding [1].

Il semble qu'actuellement l'intérêt pour ce sujet soit tombé en désuétude. C'est probablement dû à l'étude initialisée par Sjöstrand [25] de la propagation du front d'onde analytique. Dans ce cadre, la région "sous onde" correspond à une région où la solution est analytique (énoncé indépendant de la dimension d'espace et des variations de l'opérateur). De plus avec le théorème de Payley Wiener qui échange régularité spatio-temporelle et décroissance du spectre de Fourier, ce type de notion va caractériser la région dans laquelle la parametrix de l'équation de Helmholtz :

$$|k|^2 u + \nabla_x A(x) \nabla_x u + B(x) \cdot \nabla_x u + C(x) u = S$$

est à décroissance exponentielle en $|k|$. Ceci pour des calculs d'approximation est presque aussi bien que d'être nulle. Mais bien sûr Hadamard ne disposait ni de la notion de front d'onde analytique ni des raffinements de la théorie de Fourier qui vont avec.

Enfin, dans l'article [11], il développe l'identification dans l'espace-temps entre les points où le jacobien $J(\Phi)$ s'annule et l'enveloppe des caractéristiques.

Hadamard ne dispose pas des outils permettant d'établir une relation complète entre les caustiques et le comportement à haute fréquence des solutions de l'équation des ondes, mais il a indéniablement, avec l'introduction de la géomé-

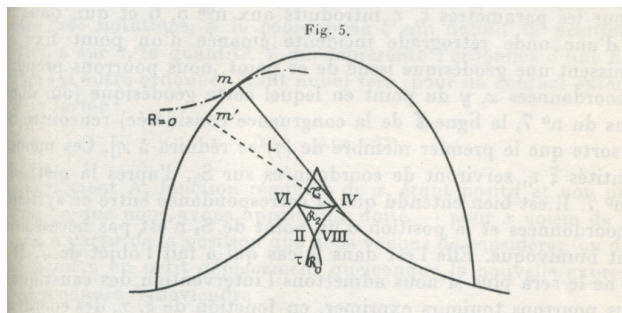


FIG. 2: Les caustiques selon Hadamard [11].

trie symplectique dans les EDP, créé un cadre adapté aux générations suivantes (entre autre avec les travaux de Ludwig, Melrose, Taylor et Ivrii).

5 Conclusion

J’ai donc essayé de montrer l’influence considérable que Jacques Hadamard a eu sur la théorie des EDP. Il a construit des solutions, dégagé des notions fondamentales et par son travail grandement contribué à l’émergence dans la discipline d’outils plus formels comme l’analyse fonctionnelle, les distributions et plus généralement l’analyse harmonique. L’essentiel de son travail porte sur une période où ces outils étaient en gestation.

Une autre caractéristique de sa démarche est l’omniprésence de la physique dans sa pensée ; mais c’était d’autant plus naturel que pour Hadamard et ses contemporains, il n’y avait pas de frontière entre ces disciplines et la dualité entre mathématiques pures et appliquées n’existait pas. Enfin d’après la biographie de Maz’ya et Shaposhnikova, loin d’être un mathématicien “autiste”, Hadamard avait des contacts constants et fructueux avec les scientifiques de son époque de Duhem à Wiener en passant bien sûr par Poincaré et bien d’autres.

Selon la terminologie du “Mathematics Genealogy Project”, nous en sommes

Hadamard et les Équations aux Dérivées Partielles

à la 5^{ème} génération après Hadamard (je me situe dans la quatrième). Son influence sur la seconde est explicite comme en témoigne l'article de Mandelbrojt et Schwartz [21]. Au sujet de son livre [9] ils écrivent : "This book is a real masterpiece and by its content, its clarity, and the abundance of its ideas, it has inspired all the investigators on partial differential equations of the following generation". Ce livre est d'ailleurs cité entre autres dans les ouvrages suivants : Courant-Hilbert [3], Schwartz [24], Whitham [26], Lions [18], Lions-Magenes [19], Babic-Buldyrev [2], et enfin dans ceux d'Hörmander [13] et [14] qui dans [14] reproduit au chapitre 17.3, en introduction, la construction de la solution fondamentale d'Hadamard.

Et naturellement dans les générations suivantes on se réfère beaucoup moins à Hadamard, comme l'écrivait Schwartz " Les jeunes mathématiciens lisent moins ses travaux, en partie parce que le langage a beaucoup changé, et les nouveaux livres expriment les mêmes idées dans un langage moderne". Par exemple si on se propose d'utiliser la construction de la solution fondamentale d'Hadamard on ira voir dans le chapitre 17.3 de [14] où elle est exposée, bien sûr sous forme de parametrix dans notre langage moderne. Mais en conclusion on peut encore souligner que les questions étudiées par Hadamard ont joué un rôle fondamental dans l'élaboration de ce langage moderne.

Bibliographie

- [1] Atiyah, M. F. ; Bott, R. ; Garding, L. Lacunas for hyperbolic differential operators with constant coefficients. II. Acta Math. 131 (1973), 145–206.
- [2] Babic, V. M. ; Buldyrev, V. S. Short-wavelength diffraction theory. Asymptotic methods. Translated from the 1972 Russian original by E. F. Kuester. Springer Series on Wave Phenomena, 4. Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- [3] Courant, R. ; Hilbert, D. Methods of mathematical physics. Vol. II. Partial differential equations. Reprint of the 1962 original. Wiley Classics Library. A Wiley-Interscience Publication. John & Sons, Inc., New York, 1989.
- [4] Hadamard, J. ; Sur l'équilibre des plaques élastiques circulaires libres ou appuyées et celui de la sphère isotrope. (French) Ann. Sci. École Norm. Sup. (3) 18 (1901), 313–342.
- [5] Hadamard, J. ; Leçons sur la propagation des ondes et les équations de l'hydrodynamique. Hermann, Paris.
- [6] Hadamard, J. ; Recherches sur les solutions fondamentales et l'intégration des équations linéaires aux dérivées partielles (premier mémoire). Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. (3) 21 (1904).

Hadamard et les Équations aux Dérivées Partielles

- [7] Hadamard, J. ; Recherches sur les solutions fondamentales et l'intégration des équations linéaires aux dérivées partielles (deuxième mémoire). Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. (3) 22 (1905), 101–141.
- [8] Hadamard, Jacques ; Notice sur les travaux scientifiques de M. Jacques Hadamard (Archives de l'Ecole Polytechnique).
- [9] Hadamard, Jacques ; Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations, New Haven, Yale University Press ; (1923) reprinted by Dover Publications, New York , 1954.
- [10] Hadamard, J. ; Le principe de Huygens. Bull. Soc. Math. France 52 (1924), 610–640.
- [11] Hadamard, J. ; La propagation des ondes et les caustiques. Comment. Math. Helv. 5 (1933), no. 1, 137–173.
- [12] Hörmander, Lars Fourier integral operators. I. Acta Math. 127 (1971), no. 1-2, 79–183.
- [13] Hörmander, Lars Linear partial differential operators. Third revised printing. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 116 Springer-Verlag New York Inc., New York 1969
- [14] Hörmander, Lars The analysis of linear partial differential operators. III. Pseudo-differential operators. Reprint of the 1994 edition. Classics in Mathematics. Springer, Berlin, 2007.
- [15] Courant, R. ; Lax, P. D. The propagation of discontinuities in wave motion. Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. 42 (1956), 872–876.
- [16] Lax, Peter D. ; Phillips, Ralph S. Scattering theory. Second edition. With appendices by Cathleen S. Morawetz and Georg Schmidt. Pure and Applied Mathematics, 26. Academic Press, Inc., Boston, MA, 1989.
- [17] Lions, J.-L. Problemi misti nel senso di Hadamard classici e generalizzati. Rend. Sem. Mat. Fis. Milano 28 (1959), 149–188 29 1959 235–239.
- [18] Lions, J.-L. Equations différentielles opérationnelles et problèmes aux limites. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd. 111 Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1961.
- [19] Lions, J.-L. ; Magenes, E. Problèmes aux limites non homogènes et applications. Vol. 1. Travaux et Recherches Mathématiques, No. 17 Dunod, Paris 1968
- [20] Ludwig, Donald Exact and asymptotic solutions of the Cauchy problem. Comm. Pure Appl. Math. 13 1960 473–508.

Hadamard et les Équations aux Dérivées Partielles

- [21] Mandelbrojt, Szolem ; Schwartz, Laurent Jacques Hadamard (1865–1963). Bull. Amer. Math. Soc. 71 1965 107–129.
- [22] Mazya, Vladimir ; Shaposhnikova, Tatyana Jacques Hadamard, a universal mathematician. History of Mathematics, 14. American Mathematical Society, Providence, RI ; London Mathematical Society, London, 1998.
- [23] Pierre, Michel Jacques Hadamard : A propos de ses contributions en dérivation par rapport au domaine et en optimisation de formes. Article compagnon.
- [24] Schwartz, Laurent Théorie des distributions. Tome II. (French) Actualités Sci. Ind., no. 1122, Paris, 1951. 169 pp.
- [25] Sjöstrand, Johannes Propagation of analytic singularities for second order Dirichlet problems. Comm. Partial Differential Equations 5 (1980), no. 1, 41–93.
- [26] Whitham, G. B. Linear and nonlinear waves. Pure and Applied Mathematics. Wiley-Interscience [John Wiley & Sons], New York-London-Sydney, 1974.

Hadamard et le concept de Problème Bien Posé

par Jacques Blum¹

1 Introduction.

Jacques Hadamard est un mathématicien universel, dont les travaux sont d’une variété extrême [1]. La notion de problème bien-posé, qu’il a introduite dès 1902 [2], n’a cessé de se préciser au fil des 60 années qu’il a passées à étudier les équations aux dérivées partielles suivant leur nature (elliptique, parabolique ou hyperbolique) et leurs conditions initiales ou aux limites. La nature du problème de Cauchy a fait l’objet de plusieurs livres de la part de Jacques Hadamard [3], [4] et de travaux sans cesse renouvelés. Celà l’a conduit jusqu’à un ouvrage paru après sa mort [5], où il revient encore sur cette notion en y ajoutant des notes bibliographiques intéressantes sur les trois conditions du problème bien-posé.

HADAMARD ET LE CONCEPT DE PROBLÈME BIEN POSÉ

2 La définition d’un problème parfaitement bien posé.

En 1902, Jacques Hadamard a 37 ans, il est docteur ès sciences mathématiques depuis 10 ans, a déjà obtenu plusieurs prix de l’Académie des Sciences et vient d’être nommé professeur adjoint à la Faculté des Sciences de l’Université de Paris. Il publie en français un article au Princeton University Bulletin “*Sur les problèmes aux Dérivées Partielles et leur signification physique*” [2], où il écrit en épigraphe cette phrase de Poincaré : “*La Physique ne nous donne pas seulement l’occasion de résoudre des problèmes..., elle nous fait pressentir la solution*”.

C’est là que, relativement à l’équation de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \quad (4)$$

il définit le problème de Dirichlet et le problème de Cauchy dans le demi-espace $x \geq 0$ avec pour condition aux limites pour $x = 0$

$$u = u_0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = u'_0. \quad (5)$$

¹Université Nice-Sophia Antipolis, Laboratoire J.-A. Dieudonné, parc Valrose, 06108 Nice Cedex 02, France, jblum@unice.fr

Hadamard et le concept de Problème Bien Posé

u_0 et u'_0 étant deux fonctions données de y, z . Il définit le concept de problème **parfaitement bien posé** comme étant **possible** et **déterminé** (existence et unicité). Il montre que, si le problème de Dirichlet vérifie bien ces deux conditions, ce n'est pas toujours le cas du problème de Cauchy, en faisant le lien avec la notion de données physiques.

Il s'intéresse ensuite à l'équation des ondes, qui modélise la propagation du son.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}. \quad (6)$$

Pour des données initiales en $t = 0$,

$$u = U, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = U', \quad (7)$$

U et U' étant des fonctions données de x, y, z , ce problème est possible et déterminé dans tout l'espace, alors que, si l'on considère comme précédemment le domaine $x \geq 0$ avec les conditions de Cauchy stationnaires (5) sur $x = 0$, le problème se ramène à (4) et (5) et le problème de Cauchy n'est plus parfaitement bien posé.

Hadamard conclut bien évidemment sur le fait que le caractère parfaitement bien posé du problème de Cauchy dépend de la nature de l'équation aux dérivées partielles considérée.

3 Le célèbre exemple de problème mal posé

En 1920, Jacques Hadamard effectue son troisième voyage aux Etats-Unis où il est invité à donner des conférences au Rice Institute (Houston, Texas), où il va parler de l'oeuvre scientifique de Poincaré et à l'Université de Yale où il est invité par la fondation Silliman. Sa série de conférences au collège Yale porte sur le problème de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles linéaires et a été publiée successivement en anglais [3] et en français dans une traduction effectuée par sa fille Jacqueline Hadamard [4].

Il s'agit tout d'abord d'une analyse critique du théorème de Cauchy-Kovalevskaya, comme cela a été souligné dans l'article-compagnon [6]. C'est l'analyticité des données de Cauchy qui interpelle Hadamard : *“Tout ceci est d'accord avec le fait que les données de Cauchy, si elles ne sont pas analytiques, ne sont pas de nature à déterminer une solution d'une quelconque de ces deux équations”* (il parle des équations de Laplace et de la chaleur). *“Cette concordance remarquable entre les deux points de vue est notre principale raison pour considérer l'attitude que nous avons prise dans ce qui précède (et qui consiste à renoncer systématiquement à l'hypothèse de*

Hadamard et le concept de Problème Bien Posé

l’analyticité des données) comme mieux en accord avec la vraie nature des choses que la conception primitive de Cauchy et de ses successeurs. Nous avons soutenu, contre plusieurs géomètres, l’importance de cette distinction. Quelques-uns d’entre eux arguaient du fait que l’on peut toujours considérer des fonctions quelconques comme analytiques, attendu que, dans le cas contraire, elles peuvent être approchées avec autant de précision que l’on veut à l’aide de fonctions analytiques. Mais,   notre avis, cet argument ne porte pas, la question n’étant pas de savoir si une telle approximation alt rera très peu les données, mais si elle alt rera très peu la solution. Il est facile de voir que, dans le cas qui nous occupe, les deux questions ne sont en aucune façon équivalentes.”

Pour étayer ce point, Hadamard avait donné son fameux exemple au Congrès de la société mathématique suisse à Zürich en 1917. Il le reprend dans son livre sur le problème de Cauchy [4].

“Prenons l’équation classique des potentiels pour deux dimensions :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad (8)$$

avec les données de Cauchy suivantes :

$$\begin{cases} u(0, y) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x}(0, y) = u_1(y) = A_n \sin(ny), \end{cases} \quad (9)$$

n étant un nombre très grand, mais A_n étant une fonction de n assujettie à être très petite quand n devient très grand (par exemple $A_n = \frac{1}{n^p}$). Ces données diff rent aussi peu que l’on veut de zéro. Cependant un tel problème de Cauchy a pour solution

$$u = \frac{A_n}{n} \sin(ny) \sinh(nx), \quad (10)$$

laquelle, si

$$A_n = \frac{1}{n}, \text{ ou } \frac{1}{n^p}, \text{ ou } e^{-\sqrt{n}}, \quad (11)$$

est très grande pour toute valeur déterminée de x différente de zéro, à cause du mode de décroissance de e^{nx} et par conséquent de $\sinh(nx)$.”

En conclusion, l’exemple d’Hadamard prouve à l’évidence que la solution du problème de Cauchy pour l’équation de Laplace n’est pas continue par rapport aux données. Par contre, Hadamard établit que, pour l’équation des cordes vibrantes (6), la solution du problème de Cauchy est continue par rapport aux données initiales (7).

Comme on l’a vu dans 2, au départ Hadamard se limitait aux notions de solvabilité et d’unicité pour définir le caractère bien-posé, sans y insérer la continuité par rapport aux données. Il précise dans [5] que c’est Courant-Hilbert [7] qui a

Hadamard et le concept de Problème Bien Posé

incorporé cette notion dans la définition d’un problème bien-posé, qui doit ainsi satisfaire les trois propriétés suivantes :

- 1) la solution existe
- 2) elle est unique
- 3) elle dépend continûment des données.

D’un point de vue physique, la première condition implique la consistance du modèle et des données. La seconde implique que la situation réelle est bien définie. La troisième signifie que de petites erreurs dans les données (initiales ou distribuées), qui sont inhérentes à un système physique expérimental, n’induisent que de petites déviations sur la solution.

Tout problème est dit mal-posé si l’une de ces trois conditions est violée.

4 Problèmes inverses

Hadamard a surtout étudié le caractère bien-posé des équations aux dérivées partielles dans un but de compréhension mathématique de ces systèmes provenant de la physique et de la mécanique. Il ne disposait pas encore de toutes les techniques actuelles de l’analyse fonctionnelle (distributions, espaces de Sobolev,...) qui font que le caractère bien ou mal-posé dépend de l’espace des fonctions ou des données. Certes il en avait perçu certains aspects comme pour le problème et le principe de Dirichlet [8].

Mais Hadamard pensait que seuls les problèmes bien-posés avaient un intérêt pratique et c’est une des limites de son travail sur ce sujet. En effet tout ce qu’on appelle problèmes inverses, qui consistent à identifier l’état d’un système à partir de mesures expérimentales et d’un modèle, relèvent en général de la notion de problème mal-posé, même si le problème direct est bien-posé. La résolution du modèle avec des paramètres donnés constitue le problème direct, alors que la détermination de ces paramètres à partir de mesures est le problème inverse.

Le problème inverse peut être mal-posé pour des raisons diverses :

- 1) les mesures expérimentales sont en général bruitées et donc la compatibilité entre modèle et données n’a alors aucune raison d’être assurée. L’existence d’une solution du problème inverse n’est donc pas certaine.
- 2) plusieurs jeux de paramètres peuvent éventuellement donner les mêmes mesures donc l’unicité n’est pas assurée.
- 3) même si on a existence d’une solution, des mesures proches ne correspondent pas nécessairement à des jeux de paramètres voisins donc à des solutions voisines et c’est cette instabilité par rapport aux données qui est la difficulté majeure des problèmes inverses.

Hadamard et le concept de Problème Bien Posé

Le problème de Cauchy pour l'équation de Laplace est une remarquable illustration de ces difficultés. Pour des mesures correspondant à des conditions de Cauchy sur le bord, il n'est pas du tout évident qu'il y ait une solution de l'équation de Laplace (en particulier si du bruit sur les mesures fait qu'il n'y a plus compatibilité). De plus ce bruit sur les données de Cauchy peut entraîner, comme le montre l'exemple d'Hadamard de la section précédente, une très grande erreur sur la solution du problème. Ces difficultés peuvent heureusement être surmontées dans de nombreux cas, comme nous allons le voir, en ajoutant par exemple des hypothèses de régularité sur les solutions et en relaxant d'une certaine façon l'ajustement aux mesures.

Une grande classe de problèmes inverses à résoudre peut s'écrire sous la forme :

$$Au = f \quad (12)$$

où A est un opérateur linéaire continu d'un espace de Hilbert E dans un espace de Hilbert F . On retrouve le caractère mal posé de (12) en écrivant que :

- 1) A peut ne pas être surjectif
- 2) A peut ne pas être injectif
- 3) l'inverse de A , s'il existe, peut ne pas être continu.

Le problème (12) n'a de solution que si f appartient à l'image de A , mais ceci est trop contraignant du fait des erreurs de mesure. L'idée est alors de relaxer la contrainte de l'équation (12) et de remplacer ce problème par un problème de moindres carrés :

$$\min_{u \in E} \|Au - f\|_F^2. \quad (13)$$

Ceci équivaut alors à résoudre l'équation normale de ce problème aux moindres carrés qui s'écrit :

$$A^* A \bar{u} = A^* f. \quad (14)$$

La solution de norme minimale de (14) peut s'exprimer, si A est une matrice, à partir de ses valeurs singulières et on en déduit [9] que

$$\|\delta \bar{u}\|_E \leq \frac{\|\delta f\|_F}{\sigma_n}, \quad (15)$$

où δf est une perturbation de f , $\delta \bar{u}$ la perturbation associée de $\bar{u}$ et σ_n la plus petite valeur singulière de A . Dans le cas où σ_n est petite, cela quantifie l'instabilité du problème inverse.

Dans le cas où E et F sont de dimension infinie et où A est compact, le nombre de valeurs singulières de A est infini et dénombrable et la plus petite tend vers 0, ce qui explique le caractère mal posé de (14).

Hadamard et le concept de Problème Bien Posé

Tikhonov a proposé des techniques de régularisation [10], qu’on peut présenter dans un cadre variationnel en minimisant une nouvelle fonctionnelle :

$$\min_{u \in E} (\|A u - f\|_F^2 + \varepsilon \|u - u_0\|_E^2) , \quad (16)$$

où u_0 est une ébauche de u et ε le paramètre de régularisation. Ce problème de minimisation admet une solution unique définie par :

$$(A^* A + \varepsilon I) \tilde{u} = A^* f + \varepsilon u_0 , \quad (17)$$

qui dépend continûment de f et qui converge, quand ε tend vers 0, vers la solution de (14) la plus proche de u_0 . Le point délicat dans la pratique est le choix de ε , qui a fait l’objet d’études fort nombreuses, dont la discussion dépasse le cadre du présent article, mais on peut se référer à [11] sur ce point. Cette méthode de régularisation a fait l’objet de nombreuses études dans la littérature russe. Il est même montré dans [12] qu’on peut ainsi transformer un problème mal-posé au sens d’Hadamard en un problème bien-posé au sens de Tikhonov !

Ce type de problèmes de moindres carrés peut être étendu au cas non-linéaire et son caractère bien-posé défini grâce à la théorie de la quasi-convexité [13].

Il existe bien sûr d’autres méthodes que les moindres carrés et la régularisation de Tikhonov pour résoudre un problème inverse. Par exemple pour le problème de Cauchy pour l’équation de Laplace, Lattès et Lions avaient introduit la quasi-réversibilité [14] en ajoutant au laplacien un opérateur du quatrième ordre pénalisé pour lequel les conditions aux limites (5) rendent le problème bien-posé. Des variantes de cette méthode sont données dans [15].

Le spectre d’applications des problèmes inverses est très large, allant du traitement du signal et de l’imagerie médicale (tomographie, équations intégrales,...) à de nombreux domaines de la physique (thermique, géophysique, scattering,...) où l’on cherche souvent à identifier des paramètres dans des équations différentielles ou aux dérivées partielles en passant par le domaine de l’assimilation de données en météorologie et en océanographie [16].

5 Conclusion.

Le concept de problème bien ou mal-posé a été un fil conducteur tout au long de l’oeuvre de Jacques Hadamard et en particulier de ses travaux sur les e.d.p. Le nom d’Hadamard restera à jamais gravé à ce concept qu’il a su faire évoluer, collant toujours de très près à la physique des phénomènes. Aujourd’hui on sait, grâce aux progrès de l’analyse fonctionnelle et des techniques numériques, améliorer le traitement des problèmes inverses mal-posés et enrichir l’ensemble des

domaines applicatifs de cet outil très productif, dont Hadamard serait fier de voir les réalisations, lui le précurseur.

Bibliographie

- [1] Maz'ya V., Shaposhnikova T., Jacques Hadamard, A universal mathematician, History of Mathematics, Volume 14, American Mathematical Society, 1998
- [2] Hadamard J., Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique, Princeton University Bulletin, 1902, 49-52.
- [3] Hadamard J., Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations, New Haven, Yale Univ. Press, 1923, reprinted by Dover Publications, New York, 1954
- [4] Hadamard J., Le problème de Cauchy et les équations aux dérivées partielles linéaires hyperboliques, Paris, Hermann éditeurs, 1932
- [5] Hadamard J., La théorie des équations aux dérivées partielles, Editions Scientifiques, Pékin, 1964
- [6] Bardos C., Hadamard et les équations aux dérivées partielles, Article compagnon.
- [7] Courant R., Hilbert D., Methods of mathematical physics, Volume 2, Partial Differential equations, 1962, Interscience Publishers
- [8] Hadamard J., Sur le principe de Dirichlet, Bull. Soc. Math. France 34, 135-138
- [9] Kern M., Problèmes inverses, Cours Ecole Supérieure d'ingénieurs Léonard de Vinci, 2002-2003
- [10] Tikhonov A., Arsenine V., Méthodes de résolution de problèmes mal posés, Editions Mir, Moscou, 1974
- [11] Engl H.W., Hanke M., Neubauer A., Regularisation of Inverse Problems, Kluwer, 1996
- [12] Lavrentiev M. M., Savel'ev L. Ya., Linear operators and ill-posed problems, Consultants Bureau, New York, 1995
- [13] Chavent G., Non linear least squares for inverse problems, Springer, 2009
- [14] Lattès R., Lions J.-L., Méthode de quasi-réversibilité, Dunod, 1967
- [15] Bourgeois L., A mixed formulation of quasi-reversibility to solve the Cauchy problem for Laplace's equation, Inverse Problems, vol. 21, pp. 1087-1104, 2005

Hadamard et le concept de Problème Bien Posé

- [16] Blum J., Le Dimet F.-X., Navon I. M., Data assimilation for geophysical fluids, Handbook of Numerical Analysis, Ciarlet Editor, Vol.14, Computational Methods for the Atmosphere and the Oceans, Temam and Tribbia editors, 385-441, North Holland

À propos de ses contributions en dérivation par rapport au domaine et en optimisation de formes

par Michel Pierre¹

Le nom de Jacques Hadamard est définitivement attaché à la *structure des dérivées premières de fonctionnelles de forme*. Rappelons d'abord de quoi il s'agit.

Structure des dérivées premières de forme

Une application de l'ensemble des ouverts de $\mathbb{R}^N$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ est dite *fonctionnelle de forme*. Pour fixer les idées, on peut penser à l'exemple élémentaire de la fonction qui, à un ouvert Ω , associe sa mesure de Lebesgue, soit :

$$\Omega \mapsto |\Omega| := \int_{\Omega} dx.$$

On s'intéresse aux petites variations de ces *fonctionnelles de forme* "autour d'un ouvert fixe Ω " : comment estimer les valeurs de ces fonctionnelles pour des ouverts "voisins" de Ω ? Comment par exemple estimer

$$|(I + \theta)(\Omega)| - |\Omega| = ?$$

où l'application $\theta : \mathbb{R}^N \mapsto \mathbb{R}^N$ est "petite", c'est-à-dire que $(I + \theta)(\Omega)$ (où on note I l'identité de $\mathbb{R}^N$ dans $\mathbb{R}^N$) est une "petite" perturbation de Ω . Et plus généralement, comment estimer

$$E((I + \theta)(\Omega)) - E(\Omega) = ?$$

où $E(\cdot)$ est une fonctionnelle de forme ?

Le théorème de structure, dit de Hadamard donc, exprime que *cette variation ne dépend que de la trace de la déformation θ sur le bord $\partial\Omega$ de Ω , et même, plus précisément, de la composante normale de cette trace*.

Cette propriété est en fait assez intuitive. Ainsi, si $(I + \theta)$ laisse le bord de Ω invariant, il ne modifie pas Ω "géométriquement" puisqu'alors $(I + \theta)(\Omega) = \Omega$ et donc $E((I + \theta)(\Omega)) - E(\Omega) = 0$.

¹ENS Rennes, Michel.Pierre@ens-rennes.fr

À propos de ses contributions en dérivation et en optimisation de formes

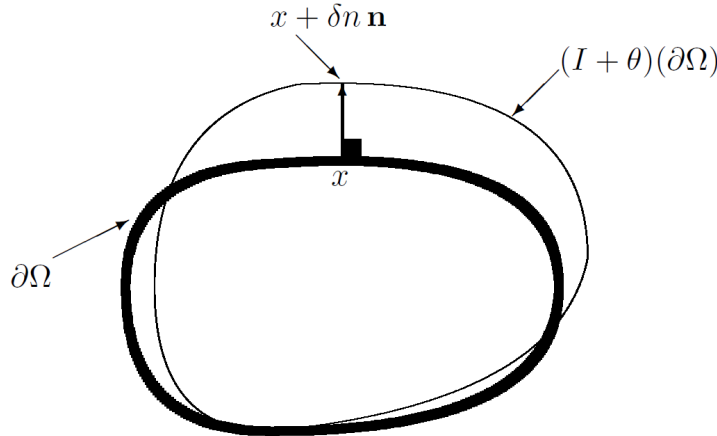
Si maintenant la trace de θ sur $\partial\Omega$ a une composante normale nulle, cela signifie que $(I + \theta)$ déplace "tangentiellement" le bord de Ω sur lui-même, c'est-à-dire que $I + \theta$ laisse Ω invariant à l'ordre un : on s'attend à ce que la variation de $E(\cdot)$ reste aussi nulle à l'ordre un, soit

$$E((I + \theta)(\Omega)) - E(\Omega) = o(\theta),$$

où la notation $o(\theta)$ signifie, comme d'habitude, que $\lim_{\|\theta\| \rightarrow 0} o(\theta)/\|\theta\| = 0$ pour une certaine norme $\|\cdot\|$. Le théorème de structure dit plus généralement que, pour une déformation θ :

$$E((I + \theta)(\Omega)) - E(\Omega) = \Phi(\theta \cdot \mathbf{n}_{|\partial\Omega}) + o(\theta),$$

où $\mathbf{n}$ désigne la normale unitaire à $\partial\Omega$ orientée vers l'extérieur, $|\partial\Omega$ désigne la restriction à $\partial\Omega$ et Φ est une forme linéaire continue sur un espace adéquat de fonctions définies sur $\partial\Omega$. L'application $\theta \mapsto \Phi(\theta \cdot \mathbf{n}_{|\partial\Omega})$ donne alors l'expression de ce qu'on peut appeler la dérivée première de $E(\cdot)$ par rapport au domaine autour de Ω .



On a par exemple

$$|(I + \theta)(\Omega)| - |\Omega| = \int_{\partial\Omega} \theta \cdot \mathbf{n} \, ds + o(\theta), \quad (18)$$

où ds désigne la mesure surfacique sur $\partial\Omega$.

Le mémoire de J. Hadamard sur l'équilibre des plaques

C'est dans son *Mémoire sur le problème d'analyse relatif à l'équilibre des plaques élastiques encastrées* [1], mémoire de 126 pages pour lequel il obtint le prix Vaillant de

À propos de ses contributions en dérivation et en optimisation de formes

l’Académie en 1907, que J. Hadamard explicite ces calculs de variation de forme pour les fonctionnelles associées à l’opérateur biharmonique bidimensionnel $\Delta\Delta$ où $\Delta = \partial_{xx}^2 + \partial_{yy}^2$ et donc $\Delta\Delta = \partial_{x^4}^4 + 2\partial_{x^2y^2}^4 + \partial_{y^4}^4$, opérateur qui permet de modéliser les vibrations de plaques.

Il y donne, en particulier, l’expression de la variation d’une valeur propre $k(\Omega)$ de l’opérateur biharmonique avec condition au bord, dite d’encastrement, soit

$$\Delta\Delta(V) = k(\Omega)V \text{ dans } \Omega, \quad V = \frac{dV}{d\mathbf{n}} = 0 \text{ sur } \partial\Omega, \quad (19)$$

où $\frac{dV}{d\mathbf{n}}$ désigne la dérivée normale de V sur $\partial\Omega$, c’est-à-dire la dérivée en $h = 0$ de $h \mapsto V(x + h\mathbf{n})$ pour $x \in \partial\Omega$. Ainsi, $k(\Omega)$ représente une fréquence propre de vibration d’une plaque encastree de forme Ω .

Avec les notations ‘modernes’ ci-dessus, la formule de variation de J. Hadamard s’écrit, en supposant la fonction propre V normalisée par $\int_{\Omega} V^2(x) dx = 1$:

$$k((I + \theta)(\Omega)) - k(\Omega) = - \int_{\partial\Omega} \left[\frac{d^2V}{d\mathbf{n}^2} \right]^2 \theta \cdot \mathbf{n} ds + o(\theta), \quad (20)$$

où $d^2V/d\mathbf{n}^2$ désigne la dérivée seconde de V dans la direction normale $\mathbf{n}$, c’est-à-dire la dérivée seconde en $h = 0$ de $h \mapsto V(x + h\mathbf{n})$ où $x \in \partial\Omega$.

La fonction de Green d’une plaque

Il est intéressant de revenir sur l’approche adoptée par J. Hadamard pour ce calcul : elle a un caractère très général, tout en étant écrite en termes et dans l’esprit de ce tout début de XXe siècle. Elle repose sur l’étude des variations de la fonction de Green $B \in \Omega \mapsto \Gamma_A(B)$ qui, comme l’écrit J. Hadamard, “représente la flexion normale qu’éprouverait, en B , une plaque élastique mince, homogène et isotrope, ayant la forme de l’aire Ω , encastree sur tout son contour et soumise à une force normale unique appliquée en $A \in \Omega$ ”. Cette fonction est symétrique par rapport aux deux points A, B , soit $\Gamma_A(B) = \Gamma_B(A)$. De plus, $B \mapsto \Gamma_A(B)$ est, à un facteur près, la solution (unique) du problème aux limites

$$\Delta\Delta(\Gamma_A) = \delta_A \text{ dans } \Omega, \quad \Gamma_A = \frac{d\Gamma_A}{d\mathbf{n}} = 0 \text{ sur } \partial\Omega, \quad (21)$$

où δ_A est (en langage actuel) la masse de Dirac au point A . Il était déjà classique que cette fonction de Green permettait de représenter les solutions U de $\Delta\Delta(U) = 0$ dans Ω en fonction des valeurs de U et $dU/d\mathbf{n}$ sur $\partial\Omega$, en l’occurrence :

$$U(A) = \int_{\partial\Omega} \left[U \frac{d(\Delta\Gamma_A)}{d\mathbf{n}} - \frac{dU}{d\mathbf{n}} \Delta\Gamma_A \right] ds. \quad (22)$$

À propos de ses contributions en dérivation et en optimisation de formes

Cette représentation s’obtient à partir de la simple identité déduite de (21)

$$U(A) = \int_{\Omega} U \Delta \Delta (\Gamma_A) - \Gamma_A \Delta \Delta (U)$$

en lui appliquant avec $V = \Gamma_A$ la formule générale d’intégration par parties

$$\int_{\Omega} U \Delta \Delta (V) - V \Delta \Delta (U) = \int_{\partial \Omega} U \frac{d(\Delta V)}{d\mathbf{n}} - \frac{dU}{d\mathbf{n}} \Delta V + \frac{dV}{d\mathbf{n}} \Delta U - V \frac{d(\Delta U)}{d\mathbf{n}}, \quad (23)$$

où $U, V : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}$ sont des fonctions régulières.

Les variations de la fonction de Green d’une plaque

Pour calculer les variations de Γ_A par rapport à la forme du domaine Ω , J. Hadamard utilise que toute déformation régulière du bord $\partial \Omega$ (supposé régulier) peut être représentée à l’aide des seules valeurs de cette déformation selon la normale $\mathbf{n}$ en chaque point de $\partial \Omega$, qu’il note $\delta n \cdot \mathbf{n}$.

Soit Ω^* une petite perturbation de Ω . On note Γ_A^* la fonction de Green associée. Supposons d’abord que $\Omega \subset \Omega^*$ si bien que Γ_A^* est définie sur $\bar{\Omega}$. Rappelons que, d’après (21), $\Delta \Delta \Gamma_B = \delta_B$, $\Delta \Delta \Gamma_A^* = \delta_A$. Puisqu’aussi $(A, B) \mapsto \Gamma_A(B)$ est symétrique, on obtient :

$$\Gamma_A^*(B) - \Gamma_A(B) = \Gamma_A^*(B) - \Gamma_B(A) = \int_{\Omega} \Gamma_A^* \Delta \Delta (\Gamma_B) - \Gamma_B \Delta \Delta (\Gamma_A^*).$$

À l’aide de (23) appliqué avec $U = \Gamma_A^*$, $V = \Gamma_B$, ceci donne que, pour tout $A, B \in \Omega$:

$$\Gamma_A^*(B) - \Gamma_A(B) = \int_{\partial \Omega} \left[\Gamma_A^* \frac{d(\Delta \Gamma_B)}{d\mathbf{n}} - \Delta \Gamma_B \frac{d\Gamma_A^*}{d\mathbf{n}} \right] ds. \quad (24)$$

Le calcul à l’ordre un de J. Hadamard

J. Hadamard simplifie alors à l’ordre un cette identité : pour δn petit, il écrit qu’à l’ordre un sur $\partial \Omega$:

$$\Gamma_A^* \simeq 0, \quad \frac{d\Gamma_A^*}{d\mathbf{n}} \simeq -\delta n \frac{d^2 \Gamma_A^*}{d\mathbf{n}^2} \simeq -\delta n \frac{d^2 \Gamma_A}{d\mathbf{n}^2}. \quad (25)$$

Indications : Ceci s’obtient par exemple en utilisant que, pour $x \in \partial \Omega$:

$$\Gamma_A^*(x) = \Gamma_A^*(x + \delta n \mathbf{n}) - \frac{d\Gamma_A^*}{d\mathbf{n}}(x + \delta n \mathbf{n}) \delta n + o(\delta n) = o(\delta n)$$

$$\text{car } \Gamma_A^* = 0 = \frac{d\Gamma_A^*}{d\mathbf{n}^*} \text{ sur } \partial \Omega^*, \text{ et donc aussi } \nabla \Gamma_A^* = 0 \text{ et } \frac{d\Gamma_A^*}{d\mathbf{n}} = 0,$$

À propos de ses contributions en dérivation et en optimisation de formes

$$\begin{aligned}\frac{d\Gamma_A^*}{d\mathbf{n}}(x) &= \frac{d\Gamma_A^*}{d\mathbf{n}}(x + \delta n \mathbf{n}) - \frac{d^2\Gamma_A^*(x + \delta n \mathbf{n})}{d\mathbf{n}^2} \delta n + o(\delta n) = -\frac{d^2\Gamma_A^*(x)}{d\mathbf{n}^2} \delta n + o(\delta n), \\ \text{et enfin } \frac{d^2\Gamma_A^*(x)}{d\mathbf{n}^2} \delta n &= \frac{d^2\Gamma_A(x)}{d\mathbf{n}^2} \delta n + o(\delta n).\end{aligned}$$

Ainsi, compte-tenu de (25), il réécrit la variation (24) à l'ordre un sous la forme :

$$\Gamma_A^*(B) - \Gamma_A(B) \simeq \int_{\partial\Omega} \left[\Delta\Gamma_B \frac{d^2\Gamma_A}{d\mathbf{n}^2} \delta n \right] ds = \int_{\partial\Omega} \left[\frac{d^2\Gamma_B}{d\mathbf{n}^2} \frac{d^2\Gamma_A}{d\mathbf{n}^2} \delta n \right] ds,$$

la dernière égalité, qui conduit à une formule plus symétrique, venant du fait que $\Delta\Gamma_B = d^2\Gamma_B/d\mathbf{n}^2$ sur $\partial\Omega$ (puisque $\Gamma_B = 0$ sur $\partial\Omega$).

J. Hadamard indique que ce calcul reste valable, même si la perturbation Ω^* ne contient pas Ω , en utilisant un domaine contenant à la fois Ω et Ω^* .

Dans le langage 'moderne' introduit plus haut, si $\Omega^* = (I + \theta)(\Omega)$, ce résultat exprime exactement (puisque $\delta n = \theta \cdot \mathbf{n} + o(\delta n)$) que

$$\Gamma_A^*(B) - \Gamma_A(B) = \int_{\partial\Omega} \frac{d^2\Gamma_B}{d\mathbf{n}^2} \frac{d^2\Gamma_A}{d\mathbf{n}^2} \theta \cdot \mathbf{n} ds + o(\theta). \quad (26)$$

L'intégrale ci-dessus représente donc la dérivée première de $\Gamma_A(B)$ par rapport au domaine Ω et a bien la structure annoncée en introduction. Selon la formule (22) [avec A remplacé par B], cette fonction $[B \mapsto \int_{\partial\Omega} \Delta\Gamma_B \frac{d^2\Gamma_A}{d\mathbf{n}^2} \theta \cdot \mathbf{n} ds]$ s'interprète à A fixé comme la solution $W : B \mapsto W(B)$ du problème biharmonique

$$\Delta\Delta(W) = 0 \text{ dans } \Omega, \quad W = 0 \text{ et } \frac{dW}{d\mathbf{n}} = -\frac{d^2\Gamma_A}{d\mathbf{n}^2} \theta \cdot \mathbf{n} \text{ sur } \partial\Omega.$$

On peut retrouver d'ailleurs "formellement" cette expression en dérivant le système (21) par rapport à Ω dans l'esprit du calcul "à l'ordre un" précédent.

J. Hadamard étend cette analyse par analogie au problème de valeurs propres (19) et en déduit facilement la formule (20).

Fonctions de Green des problèmes de Dirichlet et Neumann

Dans le même article, et il l'avait déjà annoncé dans [3], J. Hadamard indique qu'on peut obtenir, par la même méthode, l'expression de la variation de la fonction de Green g_A du problème de Dirichlet (il était déjà ainsi appelé à l'époque), où g_A est solution de

$$-\Delta g_A = \delta_A \text{ dans } \Omega, \quad g_A = 0 \text{ sur } \partial\Omega.$$

À propos de ses contributions en dérivation et en optimisation de formes

Il la donne explicitement, soit :

$$g_A^*(B) - g_A(B) = \int_{\partial\Omega} \frac{dg_B}{d\mathbf{n}} \frac{dg_A}{d\mathbf{n}} \theta \cdot \mathbf{n} ds + o(\theta).$$

Il donne aussi l’expression de la variation de la dérivée du problème de Neumann (déjà aussi connu sous ce nom), qui est la solution du problème suivant où $P(\Omega)$ = périmètre de Ω = longueur de $\partial\Omega$:

$$-\Delta\gamma_A = \delta_A \text{ dans } \Omega, \quad \frac{d\gamma_A}{d\mathbf{n}} = 1/P(\Omega) \text{ sur } \partial\Omega, \quad \int_{\partial\Omega} \gamma_A = 0.$$

Il en déduit également une formule analogue à (20) pour la variation des valeurs propres du problème (plus simple) de Dirichlet (conditions nulles au bord) :

$$k((I + \theta)(\Omega)) - k(\Omega) = - \int_{\partial\Omega} \left[\frac{dV}{d\mathbf{n}} \right]^2 \theta \cdot \mathbf{n} ds + o(\theta),$$

formule encore bien utile de nos jours.

La conjecture de Lord Rayleigh

Ces calculs de variation de forme avaient pour but d’examiner “les problèmes de maxima et de minima qui s’y rapportent” comme l’annonce J. Hadamard en début de son article [1]. Il évoque effectivement ensuite le fameux problème posé par Lord Rayleigh dans sa *Theory of sound* [5] “en indiquant la plaque circulaire comme celle qui réalise l’extremum du son fondamental, sous des conditions d’aire ou de périmètre données”.



Lord Rayleigh

Et J. Hadamard continue en écrivant : “Nous avons, dans ce qui précède appris à former la variation première de la quantité considérée par Lord Rayleigh et de plusieurs

À propos de ses contributions en dérivation et en optimisation de formes

autres analogues ; et il sera aisé d'en déduire une expression de la variation seconde". Il donne en effet les équations de la variation première, soit, sur $\partial\Omega$

$$\text{aire donnée : } \left[\frac{d^2 V}{d\mathbf{n}^2} \right]^2 = \lambda \ ; \ \text{périmètre donné : } \left[\frac{d^2 V}{d\mathbf{n}^2} \right]^2 = \frac{\lambda}{R}, \quad (27)$$

où $\lambda \in \mathbb{R}$ est un multiplicateur de Lagrange pour la contrainte et R est le rayon de courbure de $\partial\Omega$. Ces équations expriment la proportionnalité entre la dérivée de la valeur propre donnée en (20) et celle de la contrainte d'aire donnée en (18) ou celle du périmètre dont on montre facilement qu'elle s'écrit $\int_{\partial\Omega} R^{-1} \theta \cdot \mathbf{n} \, ds$.

J. Hadamard appelle *extrémales* les formes qui satisfont (27) et pose bien sûr la question de savoir sous quelle condition une extrémale est un extremum, au moins relatif. Il consacre une grande partie de [1] au développement de méthodes pour traiter cette question. Il ne le fait pas pour la conjecture de Lord Rayleigh ci-dessus : ce problème difficile donnera lieu ultérieurement à de nombreuses publications et ne sera finalement résolu que très récemment par N. Nadirashvili [6]. Nous renvoyons aussi au livre [7], très riche sur la biographie et l'oeuvre de J. Hadamard, et qui offre (entre autres) un historique des progrès sur cette conjecture, ainsi que sur la question de la positivité (ou non) de la fonction de Green Γ_A -discutée aussi par J. Hadamard dans [1]- et de la première fonction propre de (19), positivité qui est liée à la question de l'identification de la plaque optimale. Il s'est avéré qu'aucune de ces positivités n'a lieu en général, même pour un Ω convexe, contrairement aux convictions de l'époque.

Quelle forme pour une déformation maximale d'une plaque ?

J. Hadamard choisit plutôt dans [1] d'analyser à titre d'exemple le maximum de la fonction $\Gamma_A(A)$ [voir la définition dans (21)] parmi les domaines Ω de périmètre donné L . Le disque de centre A et de rayon $R = L/2\pi$ est une extrémale : en effet, Γ_A est radiale et donc aussi $d^2\Gamma_A/d\mathbf{n}^2$, si bien que sur le bord de ce disque

$$\left[\frac{d^2\Gamma_A}{d\mathbf{n}^2} \right]^2 = \frac{\lambda}{R},$$

pour une certaine constante λ , d'où la proportionnalité de la dérivée (de forme) de $\Gamma_A(A)$ [voir (26)] et de celle du périmètre.

À l'occasion de cet exemple, J. Hadamard introduit et développe toute une panoplie d'idées et d'outils généraux pour aborder des questions du calcul des variations, encore d'actualité, en particulier lorsque la variable est une forme. Citons par exemple :

À propos de ses contributions en dérivation et en optimisation de formes

- le calcul des dérivées secondes par rapport au domaine et l'étude de leur négativité,
- le lien délicat entre leur négativité, même stricte, et l'existence effective d'un maximum local,
- la nécessité de bien identifier la norme du problème selon le type de fonctionnelle : c'est ce qu'il souligne en disant (cf. [1]) que $\Delta\Gamma_A$ et $d(\Delta\Gamma_A)/dn$ sont, selon l'expression de l'époque, "continus à la Lipschitz à l'ordre deux" par rapport aux variations du bord,
- la notion d'extremum "fort" ou "faible" selon la norme utilisée pour les voisinages où le maximum est atteint,
- la mise en place, dès 1907, d'une *méthode de continuation* -très moderne- consistant à suivre continuellement des formes le long d'un paramètre réel, selon lequel la fonctionnelle est croissante et dont les formes vont asymptotiquement atteindre la forme optimale. Il indique comment ceci permet dans certains cas d'obtenir un maximum absolu et pas seulement relatif.

Leçons sur le calcul des variations au Collège de France

Pour toutes ces idées, J. Hadamard s'inspire fortement de celles mieux connues, mais encore en cours de développement à l'époque, pour la minimisation des fonctionnelles plus analytiques de la forme

$$\min \left\{ \int_0^a f(x, y, y') dx; \quad y : [0, a] \rightarrow \mathbb{R}, \quad y(0), y(a) \text{ donnés} \right\}.$$

Très pédagogiquement, il prend d'ailleurs soin dans [1] d'expliquer les nouvelles idées sur ce type de fonctionnelles avant de les appliquer à $\Gamma_A(A)$. Il avait en fait déjà introduit la méthode de continuation pour ces fonctionnelles dans [4]. Notons qu'elles recouvrent bien sûr aussi des questions de formes. Ce point de vue analytico-géométrique est présent tout au long de ses '*Leçons sur le calcul des variations*' [2] publiées en 1910 et qui reprennent ses cours au Collège de France. Il y expose de façon systématique et complètement repensée, à la fois les difficultés et les idées nouvellement jaillies du calcul des variations en dimension infinie, avec des applications aux géodésiques, au brachistochrone, aux hamiltoniens, aux problèmes isopérimétriques, etc. en présentant avec soin les différentes contributions des meilleurs experts passés et contemporains du calcul des variations, et qui sont nombreux tant le sujet était alors d'actualité : Euler, Lagrange, Legendre, Jacobi, Hamilton, Gauss, Sturm, Du Bois Reymond, Clebsch avant 1900, et ensuite Kneser, Mayer, Volterra, Poincaré, Caratheodory, Weierstrass, Scheeffer, Bolza, Darboux, Kneser, Osgood, Hilbert, ...

Bibliographie

- [1] J. Hadamard, *Sur le problème d'analyse relatif à l'équilibre des plaques élastiques encastrées*, Mémoire couronné en 1907 par l'Académie : Prix Vaillant, Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences **33**, No 4, et dans le Volume 2 des *Œuvres de Jacques Hadamard* publié dans les éditions du CNRS (1968), pp 515-641.
- [2] J. Hadamard, *Leçons sur le calcul des variations*, Hermann, Paris, 1910, et lisible en ligne à l'adresse
https://openlibrary.org/books/OL7161127M/Leçons_sur_le_calcul_des_variations
- [3] J. Hadamard, *Sur les opérations fonctionnelles*, C.R. Acad. Sci. Paris **136**, (1903) pp 351-354, et dans le Volume 1 des *Œuvres de Jacques Hadamard* publié dans les éditions du CNRS (1968), pp 405-408.
- [4] J. Hadamard, *Sur une méthode de calcul des variations*, C.R. Acad. Sci. Paris **143**, (1906) pp 1127-1129, et dans le Volume 2 des *Œuvres de Jacques Hadamard* publié dans les éditions du CNRS (1968), pp 479-481.
- [5] J.W. Rayleigh, *The theory of sound*, vol. 1,2, Macmillan, London, 1877 et 1896.
- [6] N.S. Nadirashvili, *Rayleigh's conjecture on the principal frequency of the clamped plate*, Arch. Rational Mech. Anal., **129** (1995), pp 1-10.
- [7] V. Maz'ya et T. Shaposhnikova, *Jacques Hadamard, un mathématicien universel*, EDP Sciences, 2005.

**CONFERENCE ANNOUNCEMENT - LABEX LOUIS BACHELIER
SIAM-SMAI CONFERENCE ON FINANCIAL MATHEMATICS :
ADVANCED MODELING AND NUMERICAL METHODS**

From June 17 to 20, 2014, in Paris, the international *Conference on Financial Mathematics : Advanced Modeling and Numerical Methods* will be jointly organized with

- Labex Louis Bachelier (<http://www.labexlouisbachelier.org>),
- SIAM (<http://www.siam.org>),
- SMAI (<http://smai.emath.fr>).

It will mainly focus on Robust Hedging and Uncertainty, Model Approximation and Numerical Methods, Advanced Modeling and Market Microstructure, Systemic Risks. It aims at contributing to a general reflexion on the notion of risk and models in mathematical finance. It is the closing conference of a Thematic Cycle organized by various academic institutions located in Paris, with the financial support of the Louis-Bachelier Institute.

CONFERENCE WEBSITE : <http://www.ceremade.dauphine.fr/ModelsRisks/conference.html>

LOCATION : Amphithéâtre Buffon of University Paris 7 - Paris.

CALL FOR COMMUNICATIONS : see the conference website.

Support to US PhD students will also be provided.

Registration is free but mandatory.

Organizing committee : Bruno Bouchard (University Paris-Dauphine and ENSAE-ParisTech) - Rama Cont (Imperial College London and CNRS) - Romuald Elie (University Paris-Est Marne La Vallée) - Emmanuel Gobet (Ecole Polytechnique) - Marc Hoffmann (University Paris-Dauphine) - Anis Matoussi (University of Le Mans) - Dylan Possamaï (University Paris-Dauphine) - Mathieu Rosenbaum (University Pierre et Marie Curie) - Ronnie Sircar (Princeton University) - Xiaolu Tan (University Paris-Dauphine) - Peter Tankov (University Paris Diderot - Paris 7)

Marc Yor 1949-2014

MARC YOR 1949-2014



Marc Yor, né le 24 juillet 1949, est décédé le 9 janvier 2014. Après des études à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan (1969-1973), il a été de 1973 à 1981, stagiaire, puis attaché, et enfin chargé de recherche au CNRS, puis professeur à l'Université Pierre et Marie Curie (Paris 6) à partir de 1981 jusqu'au 1er janvier 2014, date à laquelle il a pris sa retraite.

Il a été élu correspondant de l'Académie des Sciences en 1997, puis membre en 2003, dans la section Mathématiques. Il a reçu le prix Humboldt, le prix Montyon de l'Académie des Sciences et l'Ordre National du Mérite. Il était également membre senior de l'Institut Universitaire de France depuis 2004.

Sa thèse (1976), dirigée par Pierre Priouret, s'intitulait Représentation intégrale et étude des distributions extrémales.

Marc Yor, parmi les premiers, s'est intéressé au Calcul Stochastique, et toute son œuvre témoigne de la puissance de cette théorie et de la diversité de ses applications. Il chérissait particulièrement le Mouvement Brownien et les divers processus construits à partir de lui (méandres, ponts, processus de Bessel, excursions, temps locaux, ...).

Marc Yor 1949-2014

Une des lignes directrices des travaux de Marc Yor est le calcul de lois et la découverte de relations significatives entre différents phénomènes ou différentes notions. Il reprenait souvent une question, jusqu’à comprendre en profondeur « pourquoi ça marche », et en avoir tiré toutes les conséquences et extensions possibles.

Dans son document *les dix thèmes de recherche sur les processus stochastiques qui me tiennent à coeur et qui m’ont longtemps occupé* (2011) (qui sera publié dans un numéro commun de Matapli et de la Gazette consacré aux contributions scientifiques de Marc) ainsi que *vingt thèmes de recherche* (2006), il présente, avec la modestie qui le caractérise, le rôle qu’il a joué dans l’étude des théorèmes de représentation, de la régularité (en espace-temps) des temps locaux des semimartingales, des temps locaux d’intersection du mouvement brownien dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$, des identités en loi entre fonctionnelles quadratiques du mouvement brownien, du grossissement de filtration, du mouvement Brownien planaire, des matrices aléatoires, de la théorie des excursions, ... Parmi ses derniers thèmes de recherche, on peut citer le théorème de représentation de Skorokhod et les méthodes de pénalisation. Il portait un grand intérêt aux mathématiques financières, surtout pour les nouveaux problèmes que cette branche des mathématiques apportait. Il a obtenu la loi de l’intégrale d’un mouvement Brownien géométrique et une formule fermée pour les options double barrières. Il a donné de nombreux exemples permettant d’écrire certains processus de Lévy comme des mouvements Browniens changés de temps. Sa lecture de la formule de Black et Scholes lui a permis de développer les relations entre les lois de premier et dernier temps de passage d’un Brownien géométrique. La recherche de martingales ayant des marginales données l’a conduit à faire une étude exhaustive des peacocks (processus croissant pour l’ordre convexe). Afin d’alimenter un véritable débat sur ce domaine, il a organisé (en 2005 et 2008) deux conférences à l’Académie des Sciences. Son souci constant de donner le meilleur de lui-même l’a amené à participer activement à l’encadrement des étudiants de master, organisant en particulier les rencontres de recherche de stage.

Marc Yor a eu un rôle considérable, à la suite de Jacques Neveu et de Paul-André Meyer, dans le développement de l’« École Probabiliste Française ». Par ses activités éditoriales, ses collaborations internationales, ses cours et conférences dans le monde entier, par les étudiants qu’il a dirigés et les recherches qu’il a inspirées, Marc Yor a contribué de façon essentielle au développement spectaculaire et aux succès de la Théorie des Probabilités et notamment du Calcul Stochastique.

Il est l'auteur de 16 ouvrages (plusieurs en collaboration), le plus connu étant le "Revuz-Yor" (première édition 1991) qui est devenu le livre de référence sur les martingales continues, pour des générations de chercheurs. Marc annotait constamment sa propre copie de cet ouvrage, y apportant des compléments ou de nouvelles références bibliographiques. Il a été coéditeur du Séminaire de Probabilités de Strasbourg durant 26 ans (du volume XIV au volume XXXIX). Il a publié plus de 400 articles, avec une centaine de co-auteurs différents. Marc aimait partager ses connaissances et son enthousiasme avec d'autres chercheurs et avec ses étudiants. Il a dirigé une trentaine de thèses. Il consacrait une grande partie de son temps à recevoir les chercheurs désireux de lui poser des questions et à répondre aux nombreux fax qu'il recevait (cette façon de correspondre étant sans doute un des seuls progrès techniques qu'il appréciait). Il était toujours disponible quand il s'agissait de discuter de questions mathématiques et était très intéressé par l'utilisation, par les physiciens, de résultats profonds liés au mouvement Brownien.

Marc Yor était un excellent conférencier et un enseignant unanimement apprécié. Il était très exigeant, envers lui-même et envers les autres, pour ce qui est de la qualité de la rédaction des textes mathématiques et de l'originalité des résultats. A cet égard, il se montrait particulièrement scrupuleux en ce qui concerne les citations, commentaires et références à la littérature existante. Il était aidé en cela par une mémoire légendaire.

En 2000, Marc Yor a été désigné par l'Académie des Sciences pour ouvrir le pli cacheté : Sur l'équation de Kolmogoroff, transmis en février 1940, juste avant son suicide, par Wolfgang Doeblin. Marc a été très impressionné par la valeur et le caractère novateur de ce texte qui, indépendamment de K. Itô, annonçait les développements qu'allait connaître le calcul stochastique. Il s'est alors beaucoup impliqué pour faire découvrir, à un large public, ce mathématicien d'exception au destin tragique.

Marc était connu pour son humilité, son honnêteté intellectuelle, sa gentillesse et sa simplicité, son enthousiasme communicatif, son érudition et sa rigueur de pensée. Nous avons perdu un mathématicien exceptionnel, un homme remarquable à la personnalité extraordinairement attachante, qui a influencé toute une génération de chercheurs. Sa disparition brutale est cruellement ressentie par tous ceux qui l'ont connu.

Par Monique Jeanblanc et Francis Hirsch.

Marc Yor 1949-2014

Souvenirs de Marc Yor

Marc,

Tu créais de nouvelles mathématiques

Comme Mozart composait de nouvelles musiques

Originalité, profondeur, élégance.

Tu contribuais à de nouvelles théories

Comme Matisse et Picasso fabriquaient de nouvelles peintures

Puissance, beauté, simplicité.

Tu rédigeais ton oeuvre dans un style qui n'appartenait qu'à toi

Pédagogie, précision, sobriété.

Tes mathématiques ont une saveur et des couleurs à nulle autre pareilles

Celles des fêtes de l'esprit.

Ton nom restera dans l'Histoire de notre discipline.

Tu étais généreux

Une sorte de générosité universelle.

Générosité envers tes collègues avec lesquels tu n'hésitais pas à partager tes découvertes.

Générosité avec bien d'autres aussi auxquels tu offrais ton temps, et bien plus encore.

Pendant des années, tu t'es levé tous les jours aux aurores, avant ta journée de travail,

Pour laver, soigner et nourrir ta vieille tante impotente qui perdait la tête

Au détriment de ta santé, peut-être

Pendant des années, tu as tous les dimanches entraîné au foot les gamins de ton village

Un jour je déjeunais avec toi chez le traiteur chinois de Saint-Chéron et au cours du repas

J'ai appris par hasard que tu donnais des leçons de français au fils de la maison,

Pour qu'il puisse plus rapidement s'adapter à l'école du village.

Et bien d'autres choses, du même tonneau.

Tu étais noble et pratiquais une morale chrétienne.

Tu étais modeste

Lorsqu'on est médiocre, il est facile d'être modeste

Mais tu étais extraordinairement brillant, et pourtant modeste

Réellement modeste, sans faux-semblant ni posture fabriquée.

Cela rendait agréable les contacts scientifiques avec toi

Et explique, en partie, le nombre impressionnant des gens avec qui tu as collaboré.

Tu étais également d'une honnêteté scientifique scrupuleuse

N'hésitant pas à faire de longues recherches pour attribuer un résultat à son véritable auteur.

Tu travaillais sans relâche, c'était ton bonheur

Pas de vacances, pas de week-end.

Bien que tenant le travail pour une vertu cardinale,

Il m'arrivait de penser que tu travaillais trop

Et de souhaiter, pour ta santé, que tu te reposes un peu.

Tes mathématiques étaient l'avant-garde

Mais tu vivais encore dans un monde ancien.

Marc Yor 1949-2014

Pas de permis de conduire ni de voiture, pas de téléphone portable,
Un usage minimal de l'ordinateur
Cela te rendait souvent la vie difficile et compliquée.

Malgré tes occupations professionnelles innombrables,
Tu étais cultivé et lisais beaucoup.
Tes journées avaient plus de vingt-quatre heures.
Tu aimais Camus et l'Ulysse de Joyce,
Tu étais pacifiste et aimais Ferrat
Tu m'as longuement parlé de lui le jour de sa mort.
Tu détestais les romans biographiques des grands scientifiques
Qui avaient du mal à vivre dans la société de leur temps.

Comme beaucoup d'entre nous,
A côté de tes immenses qualités,
Tu possédais une face un peu plus grise.
Cela te rendait terriblement humain
Trop humain parfois, peut-être.

Marc,
Tu m'as beaucoup apporté
Tant humainement que mathématiquement
Merci
Tu étais plus jeune que moi et pourtant tu fus mon maître.
J'avais pour toi une profonde estime
Je t'admirais et je t'aimais.
Cela durera.
Tu étais mon ami, et je crois que j'étais le tien.

Puis en octobre 2008 à ton retour du Japon
La maladie s'est abattue sur toi
Brutale, insidieuse, terrible.
Tu as lutté courageusement
Ta famille et quelques amis ont essayé de t'aider
Avec un grand sentiment d'impuissance.
Tu as lutté encore, puis souffert, beaucoup souffert
Il y a eu des rémissions
Mais rien ne fut jamais comme avant
Puis tu es mort, avec un grand courage.
Un jour d'hiver

Salut l'artiste.

Bernard Roynette.

SMAI Members: Join **siam**®

at a 30% discount!

If you live outside the United States, join SIAM as a reciprocal member and become part of our international and interdisciplinary community of educators, practitioners, researchers, and students from more than 100 countries working in industry, laboratories, government, and academia.

SIAM offers you:

- Subscriptions to *SIAM News*, *SIAM Review*, and *SIAM Unwrapped*
- Big discounts on SIAM conferences and publications
- SIAM activity group memberships
- Free access to Community of Science funding opportunities and research tools
- Career advancement through the SIAM career website and job board

Go to www.siam.org/joinsiam to join online as a reciprocal member and receive a 30% discount.



JOIN TODAY
www.siam.org/joinsiam

Please use
promo code
MBSM14
when you join.

SOCIETY for INDUSTRIAL and APPLIED MATHEMATICS

3600 Market Street, 6th Floor, Philadelphia, PA 19104-2688 USA

Phone: +1-215-382-9800 · Fax: +1-215-386-7999 · membership@siam.org · www.siam.org

Art credit: A. L. Traud, E. D. Kelsic, P. J. Mucha, M. A. Porter, "Comparing Community Structure to Characteristics in Online Collegiate Social Networks," *SIREV* Vol.53, pp.526-543.

Jean-Christophe Culioli 1959-2014

JEAN-CHRISTOPHE CULIOLI 1959-2014



À propos de Jean-Christophe Culioli
Par Guy Cohen, chercheur émérite, CERMICS-ENPC.

Jean-Christophe Culioli, né en 1959, sort de l'École Polytechnique en 1982 pour entrer chez Arthur Andersen ; il n'y reste qu'un peu plus d'un an, avant de passer à la Direction des Études Économiques Générales d'EDF où il commence à être impliqué dans des études d'optimisation. Après environ deux années, il rejoint le service de recherches de Schlumberger. Parallèlement, il obtient en 1984 un DEA de "Mathématiques et Automatique" conjoint à l'Université de Paris-IX Dauphine et à l'École des Mines de Paris. C'est probablement là que je l'ai rencontré pour la première fois car j'y donnais un cours en "Optimisation de Grands Systèmes". Il m'a alors contacté pour préparer un doctorat tout en étant salarié à plein temps chez Schlumberger. C'était un pari audacieux que nous avons tenté lui et moi.

Jean-Christophe Culioli 1959-2014

À l’époque, nous disposions d’un formalisme assez général sur les algorithmes d’optimisation par décomposition-coordination, formalisme baptisé “Principe du Problème Auxiliaire” (PPA). Ce formalisme avait été développé à travers plusieurs travaux de thèse dans le cadre de l’optimisation déterministe différentiable et non différentiable. L’objet des algorithmes d’optimisation par décomposition-coordination, par essence itératifs, est d’obtenir la solution d’un problème de grande taille en ne résolvant que des problèmes de taille plus petite, une procédure de coordination permettant de reconstituer la solution globale.

Par ailleurs, pour certains problèmes d’optimisation stochastique, l’idée du gradient stochastique avait montré son efficacité : elle consiste essentiellement à ne “visiter”, à chaque itération de gradient, qu’un seul scénario engendré aléatoirement, les itérations permettant finalement d’approcher l’espérance mathématique de la fonction objectif, tout en se dirigeant vers son optimum.

Comme le formalisme du PPA englobe comme cas particulier les algorithmes de gradient, il était donc naturel de chercher à marier les deux idées de décomposition-coordination et de gradient stochastique pour étendre ce formalisme à la résolution des problèmes d’optimisation stochastique dits “en boucle ouverte” (jargon d’automaticien désignant les situations où il n’y a pas de possibilité de recours à des observations supplémentaires révélées seulement en cours de déroulement d’un horizon d’optimisation, comme c’est le cas en général dans les problèmes de commande — ou “contrôle” — stochastique). C’est donc ce programme que j’ai confié comme sujet de thèse à Jean-Christophe. L’idée était simple mais le sujet comportait deux difficultés : d’une part, comprendre quels types de contraintes couplantes (en espérance, en probabilité, presque sûres...) pouvaient être traités par cette approche (l’interaction entre sous-problèmes pouvant en effet venir soit de la fonction objectif, soit des contraintes, soit plus généralement des deux); et d’autre part, étendre l’étude générale de convergence disponible pour ces algorithmes dérivés du PPA au cadre stochastique, même si évidemment des travaux sur la convergence des algorithmes d’approximation stochastique étaient déjà publiés.

Ce programme fut donc réalisé par Jean-Christophe “à temps perdu” puisque je rappelle qu’il était, pendant tout ce temps, salarié à plein temps chez Schlumberger. La thèse fut soutenue en 1987 à l’Université de Paris-Dauphine, avec notamment, dans le jury, les regrettés Michel Métivier et Michel Viot, ainsi qu’Albert Benveniste, tous éminents spécialistes de ces techniques stochastiques. Ce travail a valu à Jean-Christophe le prix de la meilleure thèse en Automatique de l’année,

décerné par l’AFCET. Il a fait l’objet d’une publication dans une revue SIAM¹. Il a reçu un petit prolongement en 1995 sous la forme d’un CRAS².

En 1988, Jean-Christophe est parti en post-doc à Oak Ridge National Laboratory où il a passé deux ans. Il était impliqué dans des recherches et applications des réseaux de neurones, sujet très à la mode à l’époque. Mais je savais qu’il n’était pas très satisfait de cette activité sur le plan scientifique. Aussi, lorsque je lui ai proposé de rejoindre notre équipe au Centre d’Automatique et Systèmes de l’École des Mines de Paris, à Fontainebleau, sur un poste Armines en 1990, il a accepté cette proposition avec enthousiasme malgré probablement un sacrifice financier. Il y est resté jusqu’en 1998, date de son départ à Air France pour recréer un centre de Recherche Opérationnelle. Pendant ces presque huit années, il a participé aux travaux de l’équipe que je dirigeais avec Pierre Carpentier, notamment à divers contrats industriels de plus en plus centrés sur la commande stochastique (par exemple un contrat avec l’Aérospatiale et le CNES sur l’optimisation de la mise en orbite d’engins habités avec contrainte de récupération formulée comme une contrainte en probabilité, et par ailleurs le développement d’une approche numérique des problèmes de commande stochastique basée sur les arbres de scénario ; voir notamment cet article en deux parties — théorie et application à des problèmes de gestion de production à EDF³).

Jean-Christophe a eu de plus pendant toute cette période diverses activités d’enseignement à l’ENSAE, à l’École Centrale de Paris, à l’École des Mines de Paris, et dans le cadre de séminaires industriels (EDF, CCET Rennes...). Son goût pour la communication et la vulgarisation (aussi bien en optimisation que dans l’utilisation de logiciels évolués comme *Mathematica* avec la publication de deux livres introductifs sur ces sujets chez Ellipses) sont à l’image de son caractère extraverti, de son hyperactivité, de son enthousiasme pour la science et de son éternel sourire que tous ceux qui l’ont côtoyé garderont probablement en leur mémoire.

¹J.-C. CULIOLI, G. COHEN. Decomposition-coordination algorithms in stochastic optimization. *SIAM Journal of Control and Optimization*, **28**, 6, 1372–1403, 1990.

²J.-C. CULIOLI, G. COHEN. Optimisation stochastique sous contraintes en espérance. *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences, Paris*, t. 320, Série I, 735–758, 1995.

³P. CARPENTIER, G. COHEN, J.-C. CULIOLI. Stochastic optimal control and decomposition-coordination methods— Part I : Theory ; Part II : Application. Seventh French-German Conference on Optimization, Dijon, France, June 1994 ; in : *Recent Developments in Optimization*, Roland Durrer and Christian Michelot (Eds.), Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems No. 429, Springer-Verlag, 72–87, Berlin, 1995.

Jean-Christophe Culioli 1959-2014

Jean-Christophe Culioli
Par Alexandre Boissy, au nom de la Recherche Opérationnelle
d’Air France.

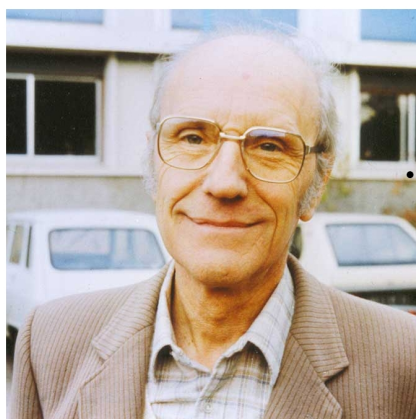
En 1998, Jean-Christophe a relancé le département de Recherche Opérationnelle d’Air France. En effet cette équipe avait été créée quarante ans plus tôt par Jacques Agard, faisant d’Air France un des pionniers de la Recherche Opérationnelle dans l’industrie française. Mais entraîné dans les turbulences financières de la compagnie aérienne au début des années 1990, le département a connu une période d’interruption de plusieurs années. Sous l’impulsion de Jean-Paul Hamon, alors Directeur Général des Systèmes d’Information, Jean-Christophe est reparti quasiment de zéro, en recrutant rapidement une équipe d’ingénieurs solides et en les formant avec passion et exigence. En quelques mois seulement, après quelques très belles réussites et un sens aigu de l’innovation, Jean-Christophe a positionné le Département au plus haut niveau et regagné la confiance des métiers de la compagnie. L’équipe est devenue un incontournable en interne d’Air France à la fois pour le développement de solutions d’optimisation et pour son conseil sur les grands sujets stratégiques de l’entreprise.

Après la Recherche Opérationnelle, Jean-Christophe a été directeur de l’Architecture, puis directeur des Développements Informatiques. Il a ensuite été nommé directeur scientifique du Marketing, Revenu Management et Programme auprès de Bruno Matheu, et a initié et dirigé un projet essentiel pour l’entreprise : KARMA, nouveau système d’optimisation du Revenu Management d’Air France et KLM. Jean-Christophe a été un formidable précurseur en posant les fondamentaux d’un revenu management innovant, qui en ce moment même démarre sa phase de mise en production pour le Groupe AF/KLM.

Il y a quelques mois, Jean-Christophe était revenu aux Systèmes d’Information pour prendre la responsabilité du projet « Ressources et Compétences », promouvoir les mobilités et construire des parcours professionnels adaptés et valorisants pour les salariés de l’entreprise.

Jean-Christophe aura très profondément marqué Air France par sa passion de l’innovation, sa capacité à faire bouger les choses et repousser les limites, mais aussi par son sens du partage, sa générosité et son souci permanent de transmettre, valoriser et faire grandir ses équipes.

Jean Jacques Moreau 1923-2014



JEAN JACQUES MOREAU 1923-2014

Jean Jacques Moreau, né en 1923 à Blaye (Gironde), fut agrégé en mathématiques et docteur en mathématiques de l'Université de Paris, puis successivement chercheur au CNRS, professeur en méthodes mathématiques de la physique à l'Université de Poitiers, enfin professeur de mécanique générale à l'Université Montpellier II. Il y créa le Groupe d'Analyse Convexe au sein de l'Institut de Mathématiques.

Pendant les trois années précédant son départ à la retraite en 1985, l'équipe d'Analyse Appliquée et Mécanique évoluera, sous sa responsabilité, pour devenir le Laboratoire de Mécanique Générale des Milieux Continus (LMGMC), associé au CNRS à compter de 1986.

Ce dernier, après l'accueil du Laboratoire de Génie Civil, deviendra en 1991 le Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC). C'est au sein du LMGC qu'il poursuit ses recherches comme professeur émérite jusqu'en 2010.

Enseignant lumineux et brillant, il a laissé un souvenir impérissable chez ses anciens étudiants.

Le thème central de ses recherches fut la mécanique non régulière, champ dont les applications concernent notamment les contacts entre corps solides, rigides ou déformables, le frottement, la déformation plastique des matériaux, le sillage dans les écoulements fluides, la cavitation. Dans un autre domaine, l'invariant d'hélicité en dynamique des fluides parfaits, découvert par Jean Jacques Moreau en 1962, a fourni un point de départ majeur pour l'étude de certains problèmes de dynamique des fluides.

Jean Jacques Moreau 1923-2014

Sa créativité et sa connaissance fine des mathématiques lui ont permis de développer des outils théoriques adaptés à ces sujets, au point qu’ils sont aujourd’hui d’un usage courant en mécanique non régulière. Au delà de la mécanique, la généralité des concepts introduits l’a conduit à contribuer de façon majeure au développement de l’analyse non régulière ou non lisse, domaine mathématique qui a suscité aussi l’intérêt des spécialistes en optimisation, recherche opérationnelle et économie. C’est ainsi que, fondé en 1970, le Groupe d’Analyse Convexe de l’Université Montpellier II, a produit des résultats remarquables.

Depuis la fin des années 1980, Jean Jacques Moreau a focalisé ses travaux sur les aspects numériques des sujets étudiés. Il a notamment initié et mis au point de nouvelles techniques de calcul pour la statique ou la dynamique de collections de très nombreux corps solides. Les applications directes concernent, d’une part, la dynamique des maçonneries soumis à des effets sismiques et, d’autre part, la mécanique des milieux granulaires, domaine de recherche très interdisciplinaire. Ses simulations numériques innovantes et performantes lui ont permis d’apporter des contributions personnelles importantes et éclairantes pour le développement de cette mécanique. Ses techniques numériques ont trouvé des applications en génie sismique ou en ingénierie ferroviaire (comportement des ballasts des LGV). Pour la petite histoire, il est amusant de raconter son étonnante adaptation à l’usage de moyens informatiques. S’étant intéressé à un micro-ordinateur Macintosh au début du mois de juillet 1985 ou 86, en septembre, sans avoir rien demandé à personne, il savait « tout » faire, même ce que chez Apple il n’avait jamais fait ! Si bien, qu’il recevait des appels téléphoniques commençant par : « il paraît que vous savez comment faire pour... » ! Sa capacité d’analyse logique était redoutable.

Jean Jacques Moreau a reçu un certain nombre de prix de l’Académie des Sciences, dont le Grand Prix Joanidès. Il a passé un an comme chercheur invité au Centre de recherches mathématiques de l’Université de Montréal, et a été invité à l’étranger, à de nombreuses reprises, par les équipes de recherche réputées dans son domaine. Il est l’auteur de très nombreuses publications qui font toutes autorité sur le fond et l’admiration de tous par leur originalité, leur pertinence et leur élégance. Son cours sur les Fonctionnelles Convexes, donné au Collège de France en 1966-1967, est aujourd’hui encore une référence. Auteur, co-auteur et éditeur de plusieurs ouvrages avancés sur la mécanique du contact et plus généralement, sur la mécanique non régulière, Jean Jacques Moreau a également publié un cours en deux volumes de mécanique générale. Ce dernier a grandement influencé l’enseignement de cette discipline.

Durant toute sa carrière, Jean Jacques Moreau a été un collègue extrêmement agréable. En quarante ans passées à nous côtoyer et à partager les enseignements

nous concernant, il n’y a jamais eu la moindre tension. Toute conversation sur un sujet scientifique, quel qu’il soit ou presque, montrait qu’il y avait déjà réfléchi et qu’il l’avait repensé par lui-même de façon pertinente pour en donner une formulation éclairante. Fils d’un père philosophe réputé de l’université de Bordeaux et grand admirateur de Platon, il se méfiait des reconnaissances et des honneurs. Il relativisait leur valeur. Il ne voulait pas, non plus, être vu comme un chef d’école. Il voulait rester libre dans son évolution scientifique et ne pas dilapider son temps dans des vanités improductives. Tout en appréciant l’intérêt porté à ses approches et résultats scientifiques, il redoutait qu’ils acquièrent un poids excessif et soient utilisés, en quelque sorte, comme argument d’autorité. Il croyait à la raison et à une juste modération en toute chose de la vie.

Décédé le 9 janvier 2014, Jean Jacques Moreau, par son œuvre, son originalité et son élégance, a été et restera pour longtemps un « Maître ès Mécanique et Mathématiques » et un modèle pour de nombreux universitaires.

Par **Olivier Maisonneuve**.

FIRST ENCOUNTERS

Jean Jacques Moreau and I were among the earliest developers of “convex analysis,” starting independently, but how did we get to know about each other and actually meet?

Moreau’s earliest writings about convex functions and duality were in the second half of 1962 — a combination of seminar reports and notes in C.R. Acad. Sci. His motivations came from mechanics, and his context was infinite-dimensional. He was already a professor in Montpellier. In that same period I was a graduate student finishing my dissertation at Harvard. I was fascinated by the prospect of dual problems of optimization generalizing those of linear programming, for which the natural context, at least initially, was finite-dimensional.

My formal advisor in the Mathematics Department at Harvard, Garrett Birkhoff, knew nothing of optimization. But I got outside support and encouragement from Albert Tucker at Princeton, who knew about my efforts, and also later from Allen Goldstein at M.I.T. Is it one of them who furnished me with Moreau’s early reports and reprints? That’s doubtful, but I can’t think of who else. I didn’t know Werner Fenchel in those days and had only learned of his dual problems from the book on game theory by Samuel Karlin, which repeated Fenchel’s incorrect proof. Before that I had constructed a theory of dual problems based geometrically on polar cones, but after seeing conjugate functions, I reorganized everything in that pattern.

Moreau, although very interested in polar cones and conjugacy, wasn’t concer-

Jean Jacques Moreau 1923-2014

ned with dual problems of optimization. Still, we had arrived at very similar ideas in some respects, such as extended-real-valued functions in conjugacy and “set-valued” differentiation with subgradients. Surely we needed to get together somehow, but we were an ocean apart and had no contact yet.

After completing my dissertation in the spring of 1963 (did I send a copy to Fenchel and/or Moreau?), I got a job at the University of Texas. That excellent and wealthy institution offered me strong research support in the form of an almost immediate sabbatical for six months starting in January 1964. I spent this time at the Mathematics Institute of the University of Copenhagen, where Fenchel was located. He himself was no longer working on convex functions but had just supervised a doctoral student, Arne Brøndsted, who wrote a thesis on conjugacy in paired topological vector spaces.

Fenchel did have contact with Moreau, and he arranged something wonderful for us. He invited Moreau to Copenhagen in the spring of 1964 and thereby provided the first opportunity for us to converse and share ideas. From then on, Moreau and I had many exchanges and visits while we enthusiastically worked to bring out the strengths of “convex analysis.” That name for the subject wasn’t the invention of either of us, however. It was suggested by Tucker when, in the spring of 1966 after I had spent a year visiting at Princeton, he suggested that I write up my lecture notes there as a book. This brought to full circle some history that included Fenchel’s unpublished Princeton lecture notes of 1951, the first to present dual problems of optimization based on conjugate convex functions.

Moreau contributed enormously over many years, not just in mathematical concepts and results, but also through his activities at the University of Montpellier in organizing a seminar, building an important research group, and so forth. And not least, he helped always by reminding us that mathematics is more than just a beautiful and challenging endeavor. It is essential for progress and deeper understanding in engineering and science more broadly.

Par **Terry Rockafellar**

Jean Jacques Moreau, né le 31 juillet 1923, est décédé le 9 janvier 2014 dans sa quatre-vingt onzième année. C’est un très grand Mécanicien et Mathématicien qui disparaît.

Il a fait, après ses études à Poitiers, l’agrégation de Mathématiques et une thèse soutenue à Paris en 1949 (titre : *Bilan dynamique d’un écoulement rotationnel*), carrière à Montpellier. Il aurait pu obtenir un poste dans un centre de recherche français ou étranger plus important. S’il est resté à Montpellier c’était qu’il s’y

sentait bien et pour se consacrer à son travail de chercheur.

J’ai fait sa connaissance vers 1968 et suis devenu un de ses collègues à Montpellier en 1970. Ses travaux en Mécanique sont pour la plus grande partie hors de mes compétences (quoique ayant beaucoup apprécié sa note [1] sur la cavitation dans une conduite; j’en conseille la lecture). Par contre je connais assez bien ses travaux mathématiques et la période 1970–1985, et l’ai souvent vu ces dernières années. Il disait développer des mathématiques pour la Mécanique. La non-interpénétrabilité des solides et la loi de Coulomb du frottement sec sont de bonnes raisons de développer l’unilatéralité (l’inégalité large $\leq$ plutôt que la stricte $<$, les fermés plutôt que les ouverts, etc.). Les fonctions convexes s’introduisent naturellement (cela mènera plus tard à l’Analyse non-lisse).

Avant mon arrivée à Montpellier j’avais eu un exemplaire de son texte [2] (quasi-livre : 108 pages) sur les fonctions convexes au Collège de France. Travail fondateur à la fois pour la Mécanique, l’Optimisation et d’une grande généralité mathématique (il n’hésitait pas à se placer en dimension infinie et à considérer un espace vectoriel topologique non localement convexe!, comme plus tard il étudiera de façon approfondie les fonctions à variation bornée). Il a abandonné le domaine de définition d’une fonction convexe en autorisant la valeur $+\infty$, manié les épi-graphes et la dualité, donné dès 1963 un cas d’additivité des sous-différentiels, défini l’inf-convolution. C’est l’occasion de dire que pendant plusieurs années R.T. Rockafellar et lui ont obtenu des résultats voisins, simultanément ou l’un ayant une infime avance sur l’autre dans la date de parution, sans jamais s’en plaindre ni l’un ni l’autre. Cela illustre ce qu’il m’a dit plusieurs fois : son objectif était la connaissance, et surtout pas la compétition avec les autres. J’avais lu aussi l’article [4] qui généralise [3] lequel traite la décomposition d’un vecteur par ses projections sur deux cônes mutuellement polaires (le cadre est un espace de Hilbert). Ces deux articles sont très souvent cités. La décomposition peut facilement être expliquée en dimension 2 par un simple dessin, mais ça se complique dès la dimension 3, et [4] est encore moins visuel.

Avant 1970 il a été à la tête d’un petit groupe qui avait produit les deux années précédentes deux volumes sous le titre *Séminaire d’Analyse Unilatérale*. À partir de 1970 le groupe augmenté de Charles Castaing, Bernard Lemaire, Lionel Thibault et moi-même (pour ne nommer que les professeurs!) a tenu un séminaire hebdomadaire, le *Séminaire d’Analyse Convexe* publié annuellement sous forme de volumes polycopiés jusqu’en 1992. Beaucoup d’exposés ont porté sur le multivoque mesurable, exposés qu’il a suivis avec intérêt. Lui-même nous y a souvent exposé de façon lumineuse (comme son enseignement d’après tous les témoignages) ses travaux en cours.

Jean Jacques Moreau 1923-2014

Durant un certain nombre d’années il a étudié le *problème de la rafle* qui est en quelque sorte le noyau mathématique de l’évolution à vitesse lente, quasi-statique, des milieux continus élasto-plastiques. Cette inclusion différentielle est un problème d’évolution avec un opérateur monotone dont le domaine varie avec le temps. Il a beaucoup publié sur le sujet, en particulier [5], et une bonne synthèse est le livre de Manuel Monteiro Marques [6].

À la fin des années 80 l’obligation de s’organiser en équipes et son sentiment d’être avant tout Mécanicien l’ont conduit à rallier l’Équipe de Mécanique qui se constituait. Il s’est alors presque complètement consacré aux granulats — par exemple le ballast de la SNCF —, pour lesquels il mettait au point des programmes de calcul, bien souvent en collaboration avec Michel Jean. Le 2 juin 2003 lors d’un colloque à la Grande-Motte je l’ai vu provoquer un frisson dans l’assistance en projetant un film d’avalanche de blocs solides : les images étant calculées par le programme qu’il avait écrit.

Il a publié en Mécanique de façon continue depuis peut-être 1947. Ses travaux sont très appréciés de ses pairs : voir le colloque organisé pour ses quatre-vingts ans en novembre 2003 à Montpellier [7] auquel participaient de nombreux mécaniciens. Il est certainement rare au vingtième siècle de produire autant de percées conceptuelles en Mathématiques sans s’y employer à temps plein.

En tant que collègue Jean Jacques, avec son poids scientifique, son aisance de parole, son œil d’aigle et sa vivacité, a été une grande autorité morale, intellectuelle, du département de Mathématiques de Montpellier, ceci dans les années 70 et 80 (avant la création du Département de Mécanique). Il n’en abusait pas, ne parlant guère plus souvent qu’à son tour dans nos diverses réunions. Il a fait sa part de travail administratif sans courir après, disant que ce travail de gestion devrait être assuré par des spécialistes payés pour ça. Le pouvoir universitaire ne l’intéressait pas. Mes souvenirs dominants sont de courtoisie et, malgré le désir évident de ne pas perdre son temps, de gentillesse. Bref un excellent collègue, un collègue normal ! Les conversations extra professionnelles étaient un régal : son savoir dans les différents arts semblait sans limites. Il aimait la peinture, le sur-réalisme, parlait aussi bien de Nina Simone, que du film *Port de l’angoisse*, des *Barricades mystérieuses* (de Couperin)... Ces derniers temps encore il avait gardé le ton amusé et gourmand auquel j’étais habitué.

L’influence de Jean Jacques Moreau reste durable et nos bibliothèques institutionnelles (et même personnelles) sont riches de ses travaux.

Par Michel Valadier.

Bibliographie

- [1] Moreau, J.J., *Sur la naissance de la cavitation dans une conduite*, C. R. Acad. Sci. Paris, **259** (1964) 3948–3950.
- [2] Moreau, J.J., *Fonctionnelles convexes*, Séminaire sur les Équations aux Dérivées Partielles (1966–1967) II, Collège de France, Paris (1967), 108 pages (réédité en 2003 en 950 exemplaires par Facoltà di Ingegneria, Università di Roma “Tor Vergata”). Ce texte rare est téléchargeable, y compris une page d’errata, sur numdam.org.
- [3] Moreau, J.J., *Décomposition orthogonale d’un espace hilbertien selon deux cônes mutuellement polaires*, C. R. Acad. Sci. Paris, **255** (1962) 238–240 (généralisé dans [4]).
- [4] Moreau, J.J., *Proximité et dualité dans un espace hilbertien*, Bull. Soc. Math. France **93** (1965) 273–299.
- [5] Moreau, J.J., *Evolution problem associated with a moving convex set in a Hilbert space*, J. Differential Equations **26** (1977) 347–374.
- [6] Monteiro Marques, M.D.P., *Differential inclusions in nonsmooth mechanical problems. Shocks and dry friction*, Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications, **9**. Birkhäuser Verlag, Basel, 1993.
- [7] Actes du colloque tenu à Montpellier du 17 au 19 novembre 2003, *Nonsmooth mechanics and analysis*, Adv. Mech. Math., **12**, Springer, New York, 2006, (éditeurs P. Alart, O. Maiconneuve, R.T. Rockafellar).

**INTERNATIONAL CONFERENCE
FOR WOMEN IN MATHEMATICS 2014 (ICWM2014)**

ICWM2014 will take place in Seoul on August 12 and 14 2014. The purpose of the ICWM 2014 is to bring together women mathematicians and supporters of women in mathematical sciences from around the world to showcase the mathematical contributions of women, to exchange ideas about supporting and encouraging active careers for women in the mathematical sciences, and to provide opportunity for young women mathematicians, to meet and talk with women in the mathematical sciences from around the world.

On August 12, ICWM2014 will take place in Ewha Womans University. ICM2014 opens on August 13. Hence, the program of ICWM2014 on August 14 is partially integrated in that of ICM2014, and occurs at the same place, COEX. The program includes plenary lectures by distinguished mathematicians : Laura De-Marco, Isabel Dotti, Jaya Iyer, Motoko Kotani, Hee Oh, Gabriella Tarantello and Donna Testerman, a panel session "Mathematics and Women : different regions, similar struggles", a poster session on August 12, and the ICM Emmy Noether lecture by Georgia Benkart on August 14, followed by a reception at ICWM Night. Transportation to the ICM welcoming reception on August 12 will be provided.

Information and registration at <http://www.kwms.or.kr/icwm2014>

The participation of young female mathematicians is greatly encouraged.

Comptes rendus de manifestations

FRENCH-MEXICAN MEETING

ON INDUSTRIAL AND APPLIED MATHEMATICS

NOV. 25-29, 2013 AT VILLAHERMOSA, MEXICO

Par P. Gonzalez-Casanova, C.Gout, J. Le Rousseau et L. de Teresa

COMPTES RENDUS DE MANIFESTATIONS



The French-Mexican Meeting on Industrial and Applied Mathematics (FM-MIAM) was organized by Sociedad Matemática Mexicana (SMM) and Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI).

The meeting took place at the Universidad Juárez Autónoma de Tabasco (UJAT) at Villahermosa (Tabasco, Mexico). The main sponsors were : - UJAT, - CONACyT, - Laboratorio Internacional Solomon Lefschetz (LAISLA), a joint laboratory of Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), and Université Aix-Marseille. - Instituto de Matemáticas at UNAM, - Proyecto Universitario de Fenómenos No lineales y Mecánica (FENOMECA, UNAM), - and, of course, SMM and SMAI.

Comptes rendus de manifestation

The meeting's intent was to bring together applied computational scientists, mathematicians, researchers and students with interdisciplinary interests, both from France and Mexico. The organizers' purposes were the strengthening and enhancement in academic relations between the two countries with regard to applied and industrial mathematics. Four research topics had been selected to compose the main sections of the meeting, namely, partial differential equations, discrete mathematics, biomathematics, and industrial mathematics, each of them contributing to the conference through plenary sessions and a mini-symposium. The scientific program was based on invited talks for both plenary sessions and mini-symposia. Contributed poster sessions also took place in parallel to the mini-symposia.

The meeting was also highlighted by four mini-courses (four hours each) on the different subjects covered in the program.

The various aspects of the meeting (plenary talks, mini-symposia, mini-courses) were a great opportunity for (numerous) students and young researchers to learn about some of the state of the art and potential research directions in industrial and applied mathematics.

The program included :

* The following six plenary talks : -*An Application of Nonlinear Regression Analysis to Residential Construction Loans Default and Recovery Risk* by Myriam Cisneros, -*Anomalous diffusion : Applications and perspectives* by Damián Hernández, -*Combined radiation, conduction and convection heat transfer in a solar receiver* by Eduardo Ramos, -*Controllability of nonlinear partial differential equations : methods, results and open problems* by Jean-Michel Coron, -*Sparse polynomial approximation of parametric PDE's - theory and algorithms* by Albert Cohen, -*Reaction-Cross-Diffusion equations for population dynamics* by Laurent Desvillettes.

* The following four courses : -*Dynamic games and applications* by Onésimo Hernández, -*An introduction to finite volume methods for diffusion problems* by Franck Boyer, -*From kinetic equation to conservation laws, hydrodynamic limits and kinetic schemes* by Thierry Goudon, -*Free software and scientific computation* by Edscott Wilson.

* The following four mini-symposia : -*Partial differential equations* coordinated by Nils Ackerman, Miguel Ángel Moreles, and Eric Bonnetier, -*Discrete mathematics* coordinated by Juan José Montellano and Jorge Ramírez Alfonsín, -*Biomathematics* coordinated by Andrés Christen and Florence Hubert, -*Industrial mathematics* coordinated by Ricardo Femat, L. de Tereza, C. Gout and E. de Rocquigny.

Comptes rendus de manifestations

An formal opening ceremony was organised at UJAT, with : José Manuel Pina Gutiérrez (Rector, UJAT), Wilfrido Miguel Contreras Sánchez (Secretario de Investigación, Posgrado y Vinculación), Emilio de Ygartua y Monteverde (subsecretario de Educación Media y Superior), Arturo Nunez Jiménez (representant du Gouverneur), Grégoire Allaire (Président de la SMAI), Luis Montejano Peimbertn (Président de la SMM), Thierry Boisseaux (attaché scientifique, ambassade de France au Mexique), Victor Castellanos Vargas (directeur de la "Division Academica de Ciencias Basicas" et coordinateur du comité local d'organisation), ainsi que Jorge Velasco Hernandez (SMM), Jose Seade Kuri (coordinadeur académique de la partie mexicaine du Laboratoire international "Solomon Lefschetz", Maria de la Luz de Teresa de Oteyza (UNAM, organisatrice du congrès)... This formal ceremony leads to a remark : G. Allaire has to find an anthem for SMAI now...

The participants enjoyed a one-day trip to the magnificent Maya city Palenque (see below), which contains some of the finest architecture that the Mayas produced, a large part constructed under the reign of king Pakal.



Nobody got eaten by one of the numerous crocodiles of Villahermosa ; yet one of them, probably interested by science, disturbed the attention of the audience during Florence Hubert's talk....

COMPTE RENDU DU CONGRÈS MAMERN V – 2013

22-25 AVRI 2013 À GRENADE, ESPAGNE

PAR DOMINGO BARRERA¹

¹Département de Mathématiques Appliquées, Université de Grenade, 18071 Grenade, Espagne. E-mail : dbarrera@ugr.es

MAMERN V-2013 est la 5ème édition du congrès International sur les **Méthodes d’Approximation et de Modélisation numérique en Environnement et Ressources Naturelles**, organisé à Grenade du 22 au 25 avril 2013. Cette manifestation scientifique a été conjointement organisée par le Département de Mathématiques Appliquées de l’Université de Grenade (Espagne), le Laboratoire de Mathématiques et de leurs Applications de l’Université de Pau et CNRS UMR 5142 (France), et le Laboratoire MATSI de l’Université Mohammed Premier d’Oujda (Maroc). Les éditions précédentes ont eu lieu à Oujda du 9 au 11 mai 2005, Grenade du 11 au 13 juillet 2007, Pau du 8 au 11 juin 2009 et à Oujda de nouveau du 23 au 26 Mai 2011.

Cette rencontre internationale biannuelle est co-sponsorisée par le CNRS : Centre National pour la Recherche Scientifique (France), CNRST : Centre National pour la Recherche Scientifique et Technique (Maroc) et IMACS : International Association for Mathematics and Computers in Simulation. Les papiers sélectionnés de chaque édition MAMERN sont publiés, après un processus de review, dans un numéro spécial du journal Mathematics and Computers in Simulation.

Le but de cette conférence est de rassembler des chercheurs, des scientifiques, des ingénieurs et des étudiants pour échanger et partager leurs expériences, de nouvelles idées et des résultats de recherche sur l’approximation, la modélisation numérique et leurs applications dans les sciences d’environnement et les ressources naturelles.

Les thèmes de cette conférence étaient :

- Approximation et modélisation appliquées aux sciences environnementales et aux ressources naturelles.
- Nouvelles applications et nouveaux développements de méthodes d’approximation.
- Mathématiques et informatique en géosciences.
- Modélisation des écosystèmes.
- Ingénierie océanographique et côtière.
- Modélisation numérique d’écoulement et de transport en milieu poreux.
- Analyse mathématique de modèles en milieu poreux.

Comptes rendus de manifestations

- Modélisation multi-échelles d'écoulement et de transport en milieu poreux.
- Modélisation statistique en géosciences. Quantification des incertitudes.
- Equations aux dérivées partielles stochastiques.

Ces thèmes couvrent une grande partie des sujets portant sur la modélisation en environnement. 130 participants venant de 20 pays différents ont participé à cette conférence.

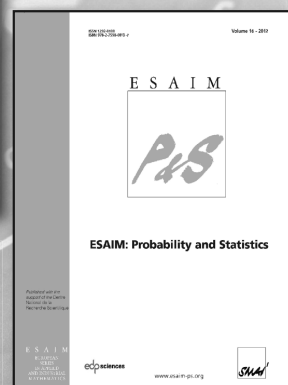
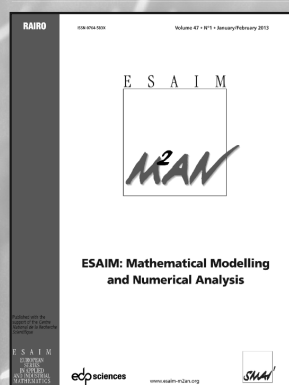
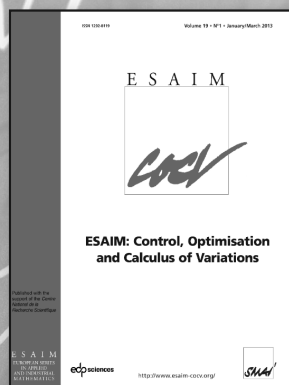
Le programme scientifique du congrès MAMERN V-2013 était constitué de six conférences plénières, cinq mini symposiums et 120 contributions sous forme de communications orales ou affichées.

Les conférenciers invités étaient :

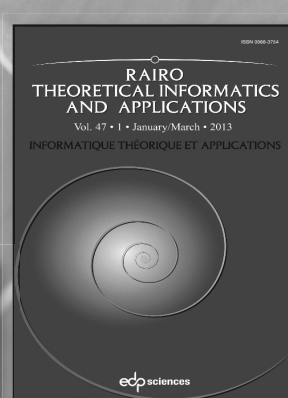
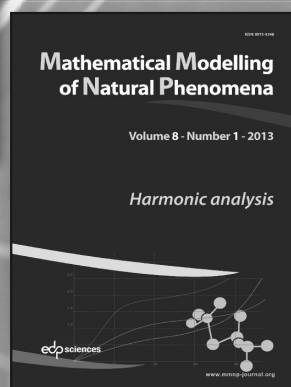
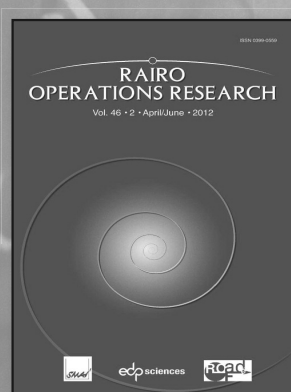
- Bernd Flemisch, University of Stuttgart, Germany.
Coupling approaches, risk assessment and history matching for CO₂ storage modeling.
- Tom Lyche, University of Oslo, Norway.
Polynomial splines over locally refined box-partitions.
- Carla Manni, University of Roma Tor Vergata, Italy.
Hierarchical structures based on generalized B-Splines in IgA.
- Roland Masson, University of Nice Sophia Antipolis, France.
Formulations of two phase liquid gas compositional Darcy flows with phase transitions.
- Luis Felipe Pereira, University of Wyoming, USA.
Multi-Physics Markov Chain Monte Carlo Methods for Subsurface Flows.
- Michel Quintard, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, France.
Dissolution of cavities and porous media : a multi-scale view.

La qualité de ce programme scientifique a permis de faire le point sur les avancées récentes de la recherche dans des thèmes liés à la modélisation et à la simulation de problématiques énergétiques et environnementales.

Les trois jours et demi de conférence ont été une réussite tant au niveau de l'organisation que du contenu scientifique. La 6ème édition de MAMERN aura lieu à Pau en France en 2015.



edpsciences



Compte rendu du Forum Emploi Mathématiques

par T. Horsin, E. Le Pennec, A. Samson
<http://www.forum-emploi-maths.org>
email : contact@forum-emploi-maths.org

Equipe d'organisation : S. Ancelet, P. Barbillon, F. Bouillet, M. Bouriga, P. Chabault, G. Chagny, C. Chalons, A. Chambaz, S. Coulon, M. Delattre, S. Demeyer, J. Demgne, C. Denis, J. Dos-Santos, R. Fontanges, B. Guedj, T. Horsin, A. Janon, M. Keller, C. Lacaux, T. Laloe, J. Orellana, E. Le Pennec, A. Philippe, A. Samson, F. Santi.
Intégration et développement du site : S. Coulon.



Logo et affiche, réalisation de Mélanie Toto, graphiste à Bordeaux.

Compte rendu du Forum Emploi Mathématiques

Onze mois après sa précédente édition, le CNAM a accueilli le 6 décembre 2013 le 3^e Forum Emploi Maths, fruit de l’Agence Mathématiques en Interaction avec les Entreprises et la Société (AMIES), la Société Française de Statistique (SFdS) et la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI).

Le CNAM, qui accueillait le Forum pour la deuxième fois consécutive et dont nous remercions la direction pour la mise à disposition à titre gracieux de ces locaux, avait été choisi par l’équipe organisatrice du 2^{ème} Forum pour plusieurs raisons : l’espace mis à notre disposition (environ 600 m2 en plus des amphithéâtres) ainsi que la vocation du CNAM à faire se rencontrer science et industrie, en adéquation totale avec l’objectif du Forum.

En nombre supérieur à la deuxième édition, environ 1500 personnes se sont inscrites. Elles venaient de toute la France (plus de la moitié des 1200 étudiants présents venaient d’autres régions que la région parisienne). Environ 70 stands mis à disposition des entreprises, formations et laboratoires, labex et sociétés savantes (dont SIAM invité par la SMAI) étaient répartis entre les trois zones essentielles de la manifestation, la salle des textiles, la salle de conférence du musée, et les amphithéâtres Painlevé et Zay avec le déambulateur attenant. Ces stands reflétaient la diversité des emplois liés aux mathématiques en France.

Nous avons cette année décidé de concentrer les présentations en amphithéâtres sur les aspects des mathématiques en interaction avec l’entreprise : la constitution des CV, la “e-réputation”, les témoignages de mathématiciens en poste, les semaines maths-entreprises ainsi que des présentations d’information sur les thèses, dont les thèses CIFRE et leurs débouchés. Les présentations “métiers des mathématiques”, dans les secteurs tels que la santé, l’énergie, le marketing et l’économie de la donnée, le transport, la communication, les SSII, la banque, l’assurance et l’actuariat, ont remporté un franc succès auprès des étudiants.

Nous avons cette année utilisé une plateforme de dépôt de CV développée par le jeune réseau professionnel Yupeek. Bien que cette collaboration soit intervenue assez tardivement, on peut noter que la quasi-totalité des entreprises présentes y ont adhéré et qu’une centaine de CVs ont été déposés. Une mise en place plus en amont devrait permettre une meilleure utilisation de cet outil lors des prochaines éditions.

Concernant les entreprises, le nombre de contacts pris par l’équipe d’organisation est nettement supérieur à celles présentes le jour J. En effet, elles sont sollicitées par d’autres forums, les contacts en entreprises ont parfois des diffi-

Compte rendu du Forum Emploi Mathématiques

cultés à trouver le bon canal hiérarchique qui ne perçoit pas toujours l'intérêt d'un forum dédié aux mathématiques, et elles connaissent aussi parfois des difficultés financières. En outre une association d'aide à l'emploi a annulé à quelques semaines du forum sa participation suite à son dépôt de bilan. Malgré cela, le champ des thématiques industrielles représentées était étendu, avec une nette majorité de besoins en statistique reflétant une réalité évidente du marché du travail.

Du côté académique, nous avons décidé d'impliquer principalement les responsables de masters dans la diffusion de l'annonce du forum. Leur contact avec les étudiantes et étudiants est primordial dans l'incitation à participer et nous les remercions de leur investissement. Par leur intermédiaire nous avons invité les étudiantes et étudiants de L3 à participer et un certain nombre de présentations en amphithéâtre leur étaient spécialement destinées, en particulier une session de conseils sur le choix de son master en fonction de son projet professionnel (cette session a été largement plébiscitée). Parmi les participants visiteurs et étudiants, 9% préparaient une licence, 20% un M1, 39% un M2, 10 % une école d'ingénieur, 11% un doctorat et 11% avaient déjà terminé leurs études et étaient à la recherche d'un emploi. La participation des L3 est encourageante pour une première année, divers retours incitent à persister dans cette direction.

En outre nous avons sollicité les directeurs de laboratoire afin de compléter les présentations de masters sur les stands par des propositions de stage, de thèse. Le CNRS a d'ailleurs relayé ces requêtes par l'intermédiaire de C. Sorger, directeur de l'INSMI, et D. Desmols, chargée de communication.

Si l'idée d'impliquer les masters nous semble originale et garante d'un succès, il est difficile cependant de faire la distinction sur les stands entre formation, laboratoire, et labex pour un certain nombre d'institutions. Cela a parfois conduit à des disparités de représentations sur des espaces de même taille. Si les organisateurs sont conscients de ces difficultés, l'image des mathématiques est tributaire de l'investissement de chacun de leurs représentants. Nous remercions les responsables de toutes ces structures d'avoir favoriser ou financer la participation des étudiants.

Le Forum a été l'occasion de décerner, au cours des présentations en amphithéâtre, le premier prix de thèse AMIES Math-Entreprises, parrainé par les sociétés savantes SFdS, SMAI et SMF. Ce prix de thèse a été créé pour promouvoir les thèses de Mathématiques en entreprise. Il est destiné à récompenser un travail de thèse fait en partie en entreprise et ayant directement des retombées pour celle-ci. Ce travail doit également être pertinent du point de vue

Compte rendu du Forum Emploi Mathématiques

de la recherche en mathématique. Les deux lauréats de ce premier prix sont Thierry Dumont (direction Elisabeth Gassiat, Université Paris-Sud et société IDservices) et Vincent Verneuil (direction Karim Belabas et Christophe Clavier Université de Bordeaux 1 et société Inside Secure). Les thématiques développées par les lauréats reflètent parfaitement la nécessité et l'intérêt de favoriser l'interaction entre les mathématiques et les entreprises.

Témoignant également de l'intérêt grandissant de la communauté pour le FEM, se sont tenues deux réunions en marge de celui-ci : le comité scientifique d'AMIES et la réunion des responsables de LABEX en présence de C. Sorger organisée par J. Dolbeaut.

Nous avons tenu compte des retours d'expériences du 2ème Forum. Les principales remarques concernaient l'espace entre les stands et la date du Forum. Pour augmenter l'espacement des stands et pour rendre la circulation plus fluide et plus homogène, nous avons choisi de mélanger les stands académiques et les stands d'entreprises ce qui a facilité également les échanges entre les collègues et les entreprises. Concernant la date du Forum qui a été avancée au mois de décembre, ce choix a été largement plébiscité dans le questionnaire de satisfaction. Même si ces quelques semaines de décalage ont exercé une très grande pression sur le comité d'organisation, notamment les premiers jours de septembre 2013, nous pensons que le choix de décembre peut faciliter les démarches de recherche de stage.

S'agissant de la communication sur l'évènement, les canaux habituels ont été utilisés, mais également les panneaux d'annonce de la ville de Paris, la radio du CNRS. Le Forum a fait l'objet de multiples annonces internet, un récapitulatif des sites en faisant l'annonce peut être trouvée sur le site du 3^e Forum. Deux films ont été réalisés, l'un portant sur la présentation en amphithéâtre "choisir son master", l'autre sur l'emploi en mathématiques dans des PME/TPE, qui représentent 80% de l'emploi en France. Ils seront prochainement disponibles sur le site du Forum.

L'organisation de cet évènement a mobilisé de nombreux collègues (d'AMIES, de la SFdS et de la SMAI). La coordination était assurée par Thierry Horsin, Erwan Le Pennec et Adeline Samson. La "Cellule Entreprise" était orchestrée par Philippe Chabaut, Christophe Chalons et Anne Philippe, avec l'aide de Maud Delattre, Richard Fontanges et José Orellana. La "Cellule Amphithéâtre" était gérée par Pierre Barbillon et Antoine Chambaz, avec le soutien de Merlin Keller et Céline Lacaux. La "Cellule logistique" était sous la responsabilité de Françoise Bouillet, avec l'aide de Sophie Ancelet, Mathilde

Compte rendu du Forum Emploi Mathématiques

Bouriga, Sylvain Coulon, Juana Dos Santos, et Françoise Santi. N'oublions pas les cellules "communication institutionnelle", "communication vers le public", "budget", qui mobilisaient plusieurs membres du comité et enfin "jour J-1/J" qui comptait une bonne trentaine de personnes supplémentaires et sans qui le déroulement du Forum n'aurait pas été possible. Le coût de l'opération est nettement inférieur à celui de l'an dernier (environ 13 Keuros au lieu de 28 Keuros) puisque nous avons bénéficié de la gratuité des locaux du CNAM. La subvention de la région Ile de France ainsi que les frais d'inscription demandés aux entreprises (600 euros pour les grands groupes dont les EPIC, 250 pour les PME) ont permis de couvrir une grande partie des frais, complété par AMIES. L'ensemble de la gestion financière a été assurée par AMIES.

Des améliorations sont encore possibles. Les réponses aux questionnaires font à nouveau apparaître la trop grande densité observée dans la salle des textiles, due à l'accroissement du nombre de participants. Nous pensons qu'il faut envisager un espace d'au moins 1000 m² pour une prochaine édition, afin d'accueillir l'ensemble des participants entreprises, formations et étudiants dans de bonnes conditions. Concernant une plus large représentativité des entreprises, que ce soit en terme de thématiques et de localisation sur le territoire français, nous pensons qu'en mettant plus en avant les multiples compétences des étudiants en mathématiques, nous pouvons sensibiliser et renouveler le vivier d'entreprises présentes.

Conclusions

La pérennisation de l'évènement semble faire l'unanimité chez les étudiantes et étudiants en mathématique participants et cette communauté doit rester la grande bénéficiaire de la mobilisation de tous les collègues.

Le forum a contribué et contribuera à la prise de conscience d'un viviers d'emplois en mathématiques autre que l'enseignement. Ce fait ne pourra qu'augmenter la confiance des entreprises dans nos formations qu'elles soient des plus fondamentales ou des plus appliquées. La mobilisation de nouveaux membres dans l'équipe d'organisation avec des contacts et des idées neuves permettra également à ce rendez-vous de se renouveler en évoluant vers des horizons divers et variés. Nous comptons sur vous !

Compte rendu du Forum Emploi Mathématiques

Amphithéâtre Paul Painlevé

Horaires	Sessions	Intervenants	Animateurs
09:30 - 09:45	Accueil de la journée	M. Himbert (CNAM); G.H. Cottet (AMIES); A. Gégout-Petit (SFdS); G. Allaire (SMAI)	P. Barbillon
09:45 - 10:30	Informations générales et méthodes pour réussir sa recherche d'emploi ou de stage	V. Rehm (Yupeek)	G. Allaire
10:30 - 11:00	Témoignages métiers "math et santé"	B. Berruée (SANOFI); S. Fouliard (Servier); S. Plancade (INRA)	A. Chambaz
11:00 - 12:00	1er prix de thèse AMIES: remise et exposés des deux lauréats	T. Dumont (U. Paris Ouest); V. Verneuil (NXP Semiconductors)	G.H. Cottet; O. Pironneau
13:45 - 14:30	Informations sur les masters: carte des masters, masters internationaux, témoignages d'étudiants	N. Demortier (M2 en alternance); C. Marek (M2R international); P. Olivier (M2 professionnel); A. Gégout-Petit (SFdS); S. Mancini (U. Orléans)	A. Philippe
14:30 - 15:00	Témoignages métiers "math et énergie"	B. Coulange (CORNIS); G. Poette (CEA)	A. Pasanisi
15:00 - 15:30	Témoignages métiers "math et marketing, économie de la donnée"	V. Michel (Logilab); C. Tuzemen (Vuitton)	P. Chabault
15:30 - 16:00	Témoignages "fonctionnement d'une thèse CIFRE"	Z. Ouni/C. Chauvel/A. Chambaz (LAB, Renault & PSA/U. Paris Ouest); C. Dapogny/P. Frey/M. Albertelli (Renault/U. Pierre et Marie Curie)	M. Postel
16:00 - 16:30	Témoignages métiers "math et transport, communications"	T. Homolle (Michelin); N. Sabater (Technicolor)	M. Postel
16:30 - 17:00	Témoignages métiers "math et banque, assurance, actuariat"	A. Chatelain (Société Générale); C. Curély (Adway); E. Sborets (BNP)	A. Chambaz

Compte rendu du Forum Emploi Mathématiques

Amphithéâtre Jean-Baptiste Say

Horaires	Sessions	Intervenants	Animateurs
10:00 - 10:30	Poursuites de carrière après un doctorat	M. Fournier (Adoc); A. Bugnicourt (Adoc)	A. Gegout-Petit
10:30 - 11:00	Conseils pour trouver son prochain emploi	E. Chevallier (Adoc); A. Bugnicourt (Adoc)	A. Gegout-Petit
13:30 - 14:30	Valoriser son expérience professionnelle de recherche et ses acquis	S. Pellegrin (ABG)	C. Chalons
14:30 - 15:00	Témoignages métiers “math et conseil en SSII”	C. Bost (indép.); D. Chadaigne (Bluestone); M. Marcihac (Phimeca)	C. Chalons
15:00 - 15:30	Le doctorat, garant de compétences spécifiques et transversales	A. Bérard (ANDÉS)	E. Godlewski
15:30 - 16:00	Semaines d'Etude Mathématiques et Entreprises, une expérience unique pour les doctorants	L. Dumas (U. Versailles St-Quentin); N. Aguilon (U. Paris Sud); J. Dalphin (U. Claude Bernard); T. El Bouti (U. Versailles St-Quentin)	B. Maury
16:00 - 16:30	Le dispositif Cifre, plus de 30 ans d'appui à la formation doctorale	C. Angelier (ANRT)	E. Godlewski
16:30 - 17:00	Opération Postes : un outil communautaire pour le recrutement des enseignants-chercheurs	L. Goudenège (Opération Postes)	P. Barbillon

FIG. 3: Programmes des interventions en amphi.

Compte rendu du Forum Emploi Mathématiques

Adoc Talent Management	DISTENE	LIXOFT
Adway	DxO Labs	Mentor Graphics
ANDès	EDF	Michelin
ANRT	Elée	MisslerSoftware/TopSolid
Artelys	Eurodécision	Princeps
Biomérieux	GDF Suez	QuintiQ
Bluestone	Gerac Electromagnétisme	RTE
BRGM	IFP Energies Nouvelles	SAS
Catalina	IFSTTAR	Laboratoires Servier
CEA	INRA	Small Iz Beautiful
CISCO	INRIA	Smart Flows
CNRS	IRSN	Tinyclues
Cornis	IT&M Stats	Yupeek

TAB. 1: Liste des entreprises, associations et organismes présents sur un stand à l’occasion du 3^e FEM.

Du côté des Ecoles d'Ingénieurs

OUVERTURE D'UNE FORMATION D'INGÉNIEUR
EN MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES À L'INSA DE RENNES

Par James Ledoux, INSA de Rennes

DU CÔTÉ DES ECOLES D'INGÉNIEURS

L'Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Rennes fait partie du Groupe INSA qui est composé des six établissements suivants : l'INSA de Lyon, de Rennes, de Rouen, de Strasbourg, de Toulouse et l'INSA Centre-Val de Loire (ce dernier depuis janvier 2014). Le groupe diplôme 2300 ingénieurs chaque année. On recense 80 000 ingénieurs INSA à travers le monde et 10% des ingénieurs français sont diplômés « INSA ».

Le groupe INSA propose trois formations d'ingénieurs en mathématiques appliquées habilitées par la Commission des Titres d'Ingénieur : la spécialité Génie Mathématique de l'INSA de Rouen depuis 1987, la spécialité Génie Mathématique et Modélisation de l'INSA de Toulouse depuis 1993 et la spécialité Génie Mathématique (AROM : Analyse de Risques, Optimisation et Modélisation) de l'INSA de Rennes à partir de septembre 2014.

Plongées dans un environnement économique de plus en plus incertain, un nombre croissant d'entreprises font appel aux techniques quantitatives d'analyse de risques et d'aide à la décision pour soutenir leur activité et accompagner leur développement. Ces techniques mettent en jeu des méthodologies mathématiques sophistiquées en modélisation aléatoire, modélisation déterministe, optimisation, recherche opérationnelle, statistique et traitement des données.

La spécialité Génie Mathématique de l'INSA de Rennes formera des ingénieurs capables de répondre aux besoins des entreprises dans ces domaines. Elle offrira une formation poussée en mathématiques appliquées (modélisation mathématique, ingénierie de la donnée), méthodes numériques et informatiques. La formation technique s'accompagnera d'une solide formation opérationnelle, permettant aux élèves ingénieurs d'acquérir une connaissance métier à large spectre. Cette formation opérationnelle s'appuiera en particulier sur un « Séminaire de l'entreprise » organisé tout au long du cycle ingénieur. Conçu comme une tribune ouverte aux acteurs du monde

Du côté des Ecoles d’Ingénieurs

socio-économique, ce séminaire permettra d’aborder des sujets aussi variés que le cadre juridique et les normes internationales en vigueur dans les secteurs d’emploi des ingénieurs mathématiciens (règlementations Bâloises dans le secteur bancaire, règles de bonnes pratiques cliniques pour les recherches biomédicales, normes de sûreté de fonctionnement dans l’industrie...), les aspects managériaux et sociétaux du métier d’ingénieur (création d’entreprise, propriété industrielle, développement durable...), des présentations des métiers et secteurs d’activité. Il s’appuiera en particulier sur plus de 90 entreprises et organismes publics de recherche qui ont apporté leur soutien à l’élaboration de la formation d’un ingénieur AROM. Ces soutiens couvrent un très large spectre de secteurs d’activité économiques : l’assurance, la banque, l’ingénierie et le conseil, l’industrie agroalimentaire, l’électronique et les télécommunications, l’énergie et l’environnement, la santé, le transport.

Tous les détails sur la formation et ses partenaires sont accessibles sur la page internet de la spécialité :

www.insa-rennes.fr/arom.html

La spécialité Génie Mathématique entretient des liens étroits avec l’écosystème régional de l’enseignement supérieur et de la recherche. Ses élèves ingénieurs pourront obtenir un double diplôme délivré par l’INSA de Rennes et l’Ecole Nationale de la Statistique et de l’Analyse de l’Information (ENSAI, Bruz), compléter leur cursus par un Master co-habilitation par l’INSA de Rennes et l’université Rennes 1, préparer un doctorat académique ou en entreprise. Ces opportunités s’inscrivent dans un environnement académique exceptionnel offert par l’Institut de Recherche Mathématique de Rennes (IRMAR, UMR 6625) et par le Laboratoire d’Excellence « Centre Henri Lebesgue ». Ce dernier constitue à l’échelle du Grand Ouest un centre de recherche et de formation de pointe en mathématique. La spécialité Génie Mathématique entretient enfin d’étroites relations avec l’« Agence pour les mathématiques en interaction avec l’entreprise et la société » (AMIES), un Laboratoire d’Excellence dédié au développement et à la promotion des activités de recherche mathématique en entreprise.

Tribune libre

Coût des publications : propositions concrètes

Par Djalil Chafai¹

TRIBUNE LIBRE

Mots-clés. Coût des publications ; gratuité ; électronique ; circuit de l’argent.

Le problème du coût des publications, à la fois international et pluridisciplinaire, est difficile à résoudre au seul niveau de la France ou des mathématiques. Néanmoins, il est parfaitement possible, dès maintenant, de changer le modèle utilisé par les revues de mathématiques françaises. Nous avons là une opportunité exceptionnelle pour donner l’exemple à l’échelle européenne et mondiale. Les mathématiques françaises sont fortes et structurées, et bénéficient d’institutions puissantes. Nous pouvons, si nous le souhaitons, faire preuve d’audace et choisir notre avenir.

Ce texte part du constat qu’en matière de publication scientifique, le temps est décidément à l’électronique, et aborde le problème suivant : comment faire vivre de manière durable des revues mathématiques françaises purement électroniques, de bonne qualité, d’accès gratuit à la fois pour auteurs et lecteurs ? Plusieurs solutions ont été proposées à ce problème. Deux exemples concrets ont été présentés récemment dans la Gazette et Matapli : Electronic Journal of Probability (EJP²) dans (C) et Journal de l’École Polytechnique (JEP³) dans (S). L’analyse de ces deux exemples révèle à quel point les coûts et la quantité des tâches à accomplir peuvent être réduits de manière drastique, grâce notamment au passage au tout électronique, à l’utilisation d’un logiciel de gestion éditoriale, à l’absence de secrétariat, à l’absence de gestion d’abonnements, mais aussi grâce au soutien d’organisations dont c’est en partie la mission comme le CNRS(Mathrice⁴), le CEDRAM⁵, Public Knowledge Project⁶, etc.

Les solutions du type EJP ou JEP sont cependant critiquées ici et là. Elles seraient difficilement généralisables car elles reposent de manière cruciale

¹L’auteur remercie Jean Dolbeault, Maria Esteban, Arnaud Guillin, Michel Ledoux, Claude Sabbah, et Christoph Sorger pour leurs commentaires sur des versions préliminaires de ce texte. (Université Paris-Dauphine)

²<http://ejp.ejpecp.org/>

³<http://jep.cedram.org/>

⁴GDS CNRS 2754 Soutien à la recherche en mathématique <http://www.mathrice.org/>

⁵Centre de diffusion de revues académiques mathématiques <http://www.cedram.org/>

⁶http://en.wikipedia.org/wiki/Public_Knowledge_Project

Tribune libre : Coût des publications : propositions concrètes

sur un bénévolat informatique assuré par un mathématicien «geek» sur son temps libre⁷. Ce sont les fameux «coûts cachés», qui seraient couverts précisément par les abonnements dans le modèle traditionnel. La critique est fondée. Certains rétorquent que les comités éditoriaux reposent eux aussi de manière cruciale sur un bénévolat assuré par des mathématiciens sur leur temps libre. Cependant, ce travail éditorial est plus naturel pour les mathématiciens. Il serait certainement idéal que le travail informatique indispensable soit accompli par un professionnel de ce genre de choses.

Soulignons qu’aujourd’hui, la plupart des revues de mathématiques sont électroniques, et que celles qui n’utilisent pas de logiciel de gestion éditoriale sont de plus en plus rares. La spécificité des revues comme EJP ou JEP est d’être purement électroniques, d’accès gratuit pour auteurs et lecteurs, et de fonctionner avec un budget très limité, sans secrétariat. Leur prestige leur permettrait sans doute de monter en gamme de luxe, en sollicitant une institution généreuse et bienveillante. Cependant, il nous faut souligner également que le logiciel de gestion éditoriale utilisé vaut vraiment mieux qu’un secrétariat trop ordinaire. Il reste surtout à trouver comment faire pour susciter ou remplacer le bénévolat «geek». En fait, ce ne sont pas les moyens techniques ou financiers qui manquent, mais plutôt les solutions clé en main pour les comités éditoriaux. Voici quelques pistes.

Rôle du CNRS. Le CNRS a une mission nationale, et des services efficaces comme Mathrice et le CCSD⁸. Il s’agit là d’une richesse rare et remarquable dont nous devons tirer partie. Le CNRS via l’INSMI et la cellule MathDoc⁹, pourrait mettre en place progressivement une plate-forme nationale pour les revues électroniques française de mathématiques. Cela aurait l’avantage d’être mutualisé et professionnel, et pourrait se faire en cohérence avec le CEDRAM¹⁰, ainsi qu’avec les organismes d’archivage comme Numdam¹¹, et d’archivage pérenne comme CINES¹². Cela reviendrait en quelque sorte à mettre en place des presses électroniques nationales. Cela serait compatible avec le développement du projet Episciences.org¹³ : une revue électronique hébergée par la plate-forme du CNRS pourraient devenir, si elle le souhaite,

⁷Même si ce sont les auteurs qui adaptent leur article au format LaTeX de la revue, il reste toute l’ingénierie autour des meta-données notamment, effectuée par un mathématicien bénévole.

⁸Centre pour la Communication Scientifique Directe - UPS2275 <http://www.ccsd.cnrs.fr/>

⁹Cellule de coordination documentaire nationale pour les maths. <http://www.mathdoc.fr/>

¹⁰Centre de diffusion de revues académiques mathématiques <http://www.cedram.org/>

¹¹Numérisation de documents anciens mathématiques <http://www.numdam.org/>

¹²Centre Informatique National de l’Enseignement Supérieur <http://www.cines.fr/>

¹³<http://episciences.org/>

une épirevue. L’offre de service aux revues de la plate-forme pourrait aller du simple hébergement comme pour JEP, à la prise en charge intégrale. Rôle des sociétés savantes. Les sociétés savantes pourraient impulser un changement en phase avec les grands mouvements à l’échelle européenne ¹⁴, en déclarant par exemple qu’à l’horizon 2016, toutes les revues de mathématiques françaises doivent passer au tout électronique à accès gratuit pour auteurs et lecteurs.

Rôle des établissements. Un certain nombre de revues françaises sont naturellement associées à un établissement éponyme : Journal de l’École Polytechnique, Annales de l’ÉNS, Annales de l’Institut Fourier, etc. En devenant purement électroniques et libres d’accès pour auteurs et lecteurs, elles simplifieraient leur mode de fonctionnement, baisseraient leur prix de revient, et pourraient se tourner vers leur établissement pour obtenir un soutien, ainsi que vers le CNRS (cf. ci-dessus). Par ailleurs, il est bien connu qu’un mathématicien enseignant-chercheur effectuant une tâche administrative importante bénéficie en général d’une décharge de service d’enseignement. Pourquoi ne pas utiliser ce mécanisme pour soutenir un mathématicien “geek” enseignant-chercheur qui souhaite effectuer le travail informatique nécessaire au fonctionnement d’une revue électronique ? Un établissement suffisamment doté peut alternativement soutenir une revue en affectant (à temps partiel) un professionnel de l’informatique à la gestion technique de la revue électronique. Curieusement, beaucoup de revues françaises ont bénéficié ou bénéficient encore de moyens humains non négligeables, dont l’énergie est absorbée en partie par un mode de fonctionnement obsolète, incluant gestion d’une version papier et abonnements.

Rôle des fondations. Des fondations richement dotées ont fait leur apparition dans le paysage mathématique français ces dernières années, comme par exemple la Fondation des Sciences Mathématiques de Paris (FSMP ¹⁵), et la Fondation Mathématique Jacques Hadamard (FMJH ¹⁶). Elles pourraient naturellement contribuer à soutenir des revues purement électroniques d’accès gratuit pour auteurs et lecteurs. La FMJH s’est par exemple déjà engagée à soutenir JEP si nécessaire.

Cas des comptes rendus de l’Académie des Sciences. Il faut payer (cher) un abonnement pour consulter électroniquement les notes aux comptes rendus de l’Académie des Sciences (CRAS). Cette publication française est éditée

¹⁴La commission européenne a décidé que l’OpenAccess devait s’imposer avant 2020.

¹⁵<http://www.sciencesmaths-paris.fr/>

¹⁶<http://www.fondation-hadamard.fr/>

Tribune libre : Coût des publications : propositions concrètes

par Elsevier. Les CRAS, au moins pour les mathématiques, pourraient devenir, disons avant 2016, purement électroniques, d'accès gratuit pour auteurs et lecteurs, en faisant appel éventuellement au CNRS et aux fondations (cf. ci-dessus) si l'Académie n'en a pas les moyens. Une telle conversion serait symboliquement importante. Nos vénérables académiciens pourraient montrer l'exemple.

Cas des annales de l'Institut Henri Poincaré. La revue Annales de l'Institut Poincaré série A (Physique Mathématique Théorique) est éditée par Birkhäuser, tandis que la série C (Analyse Non Linéaire) est éditée par Elsevier. La série B (Probabilités et Statistique) est passée récemment de Elsevier à Institut of Mathematical Statistics (IMS), une institution des USA à but non lucratif¹⁷. Les comités éditoriaux de ces trois revues n'ont semble-t-il pas de solution clé en main à la française. Ces trois revues pourraient passer avant 2016 au tout électronique, à accès gratuit pour auteurs et lecteurs. Cela simplifierait leur gestion et baisserait leur prix de revient. Elles pourraient se tourner vers le CNRS (cf. ci-dessus). Alternativement, elles pourraient mettre en place une solution spécifique à l'IHP avec le soutien financier éventuel des fondations parisiennes (cf. ci-dessus). L'IHP est une institution dont la mission est nationale mais qui est très soutenue par les établissements parisiens, et il n'est pas choquant que les riches payent pour le bien de la nation.

Revue des sociétés savantes. La transformation des revues de la SMF et de la SMAI avant 2016 en revues purement électroniques à accès gratuit pour auteurs et lecteurs est plus délicate en raison des salariés hors CNRS employés par ces sociétés savantes. Ici encore, cette transformation simplifie la gestion et diminue considérablement le prix de revient. La sauvegarde des emplois pourrait se faire par une subvention du CNRS, ou par le versement volontaire d'une contribution par les bibliothèques. Une autre solution consisterait à faire parrainer chaque revue par un établissement particulier. Mais la solution la plus audacieuse, évoquée plus loin, serait sans doute la création d'une fondation pour changer le circuit de l'argent. Dans tous les cas, en Europe, le passage à un OpenAccess est obligatoire à l'horizon 2020, et les mathématiciens ne veulent pas du système auteur-payeur. Il faudra donc bien se restructurer peu ou prou.

Autres revues françaises. L'algorithme serait toujours le même : avant 2016, devenir purement électronique d'accès gratuit pour auteurs et lecteurs. Se tourner vers la plate-forme nationale du CNRS (cf. ci-dessus), et éventuel-

¹⁷L'IMS soutient de nombreuses autres revues, dont Electronic Journal of Probability (EJP).

lement vers une institution ou un établissement naturellement associé pour obtenir un soutien. La situation est parfois délicate, comme par exemple pour les Annales de l’Institut Fourier, gérées par une association, qui a mis en place de nombreux échanges avec d’autres revues pour garnir la bibliothèque de l’Institut Fourier. Néanmoins, dans tous les cas, en Europe, le passage à un OpenAccess est obligatoire à l’horizon 2020.

Facture des abonnements. Le changement de modèle des revues de mathématiques françaises proposé ci-dessus est ambitieux mais n’affecte pas (directement) le modèle des revues hors de France. En particulier, cela ne résout pas vraiment le problème des dépenses des bibliothèques de mathématiques françaises pour leurs abonnements. Cela dépasse le cadre français et les seules mathématiques. Cependant, une audace des mathématiques françaises pourrait inciter les européens à opter avant 2020 pour une alternative au système auteur-payeur.

Changer le circuit de l’argent. Les abonnements des revues traditionnelles sont payés par les lecteurs via leur institution. Pour être compatible avec la gratuité pour auteurs et lecteurs, il suffirait que ces institutions versent directement dans un fond commun géré par une fondation, qui financerait directement le fonctionnement des revues. Cela n’empêcherait pas les revues de sous-traiter le travail informatique à des éditeurs classiques si elles le souhaitent. Dans un tel système par fondation, ce ne sont plus les lecteurs ni les auteurs qui payent, mais plutôt les institutions, qui du reste payent depuis toujours les abonnements ! Cette solution a plusieurs avantages :

- elle est compatible avec les solutions déjà évoquées dans ce texte ;
- elle mutualise les moyens, et permet par exemple à des organismes riches de payer plus et à des organismes pauvres de payer moins. C’est une solution de ce type qui permet le financement durable de arXiv.org ;
- elle protège les publications fragiles et maximise la diffusion de la science ;
- elle reste compatible avec les éditeurs à but lucratif, qui peuvent être financés par le fond à condition d’être en accès gratuit pour auteurs et lecteurs ;
- elle est compatible avec l’organisation des publications des sociétés savantes (nul besoin de licencié, mais peut-être de réorganiser et de mutualiser) ;
- elle est compatible avec un système du même type pour d’autres disciplines, à l’échelle française, européenne ou mondiale ;
- elle est compatible avec le projet Episciences.org ;
- elle est compatible avec l’existence de divers degrés de luxe des revues, en fonction de leur prestige par exemple, et n’impose pas forcément le bas coût de EJP et de JEP (qui du reste pourraient monter en gamme de luxe !)

Tribune libre : Coût des publications : propositions concrètes

- elle redonne le pouvoir aux scientifiques dans le monde de l'édition ;
- elle respecte le métier des éditeurs, en le finançant autrement ;
- elle ne change que la destination du flux financier sortant des organismes, et n'impose que la gratuité pour auteurs et lecteurs ;
- elle est compatible avec les multiples revues existantes, à condition de ne financer que la partie électronique. Si certains organismes tiennent absolument à une version papier, la revue peut très bien la leur vendre si elle le souhaite. Réciproquement, si une revue veut absolument produire du papier, elle peut toujours rechercher des organismes qui seraient prêts à se l'offrir.

Une telle fondation pourrait être reconnue d'utilité publique, et pourrait être administrée par des représentants des sociétés savantes, des organismes, des universités, etc. La mise en place pourrait être graduelle, avec une montée en puissance sur plusieurs années, sans grande révolution précipitée. Pourquoi ne pas tenter l'expérience ? Il ne tient qu'aux sociétés savantes de faire preuve d'audace en la matière. L'avenir nous dira si un tel système peut voir le jour, peut-être à l'échelle européenne. Ce mode de fonctionnement est déjà celui de arXiv.org à l'heure actuelle, avec la participation d'institutions du monde entier, y compris françaises. Mot de la fin. La situation de l'écosystème des publications mathématiques françaises contraste avec l'organisation et la détermination des éditeurs à but lucratif, qui n'ont même pas besoin de diviser pour régner. Il est urgent pour notre communauté de se hisser à la hauteur des enjeux. Attendre que le système change pour s'y adapter est la meilleure manière de ne pas choisir son avenir.

Post-scriptum. Ce texte n'aborde pas certains problèmes importants liés aux publications, comme le problème de l'archivage, et le problème du droit d'auteur par exemple. Certains aspects de ces problèmes sont abordés dans (C), (P), et (S).

Bibliographie

- [C] D. Chafaï, *Coût des publications : un exemple instructif*, Gazette des maths. 137 (2013)
- [P] Numéro spécial *Big bang numérique*, Pour la Science 433, novembre 2013
- [S] C. Sabbah, *Le journal de l'Ecole Polytechnique, une renaissance*, Matapli 102 (2013) et Gazette des maths. 138 (2013)

Résolvante, stabilité et applications

par Jean-François Coulombel ¹

Résumé

On s'intéresse dans cet exposé au lien entre les estimations de résolvante d'une matrice et les estimations de stabilité sur les normes des puissances de cette matrice. L'accent est mis spécifiquement sur les matrices de rayon spectral inférieur à 1. On expose en détails un résultat de Boyd et Doyle [4] reliant l'estimation de la résolvante sur le cercle unité à la somme des normes des puissances de telles matrices. Deux applications de ce résultat sont traitées. L'une concerne la résolution itérative de grands systèmes linéaires ; l'autre concerne la stabilité de problèmes aux limites hyperboliques discrétisés.

Classification AMS : 15A45, 65F10, 65M12.

Mots-clés : matrices, résolvante, estimations de stabilité, grands systèmes linéaires, différences finies, problèmes aux limites hyperboliques.

On adopte dans tout cet exposé les notations suivantes : pour des vecteurs $X, Y \in \mathbb{C}^N$, on note $\langle X, Y \rangle := \sum_{i=1}^N \overline{X}_i Y_i$ leur produit scalaire hermitien. La norme correspondante est notée $|\cdot|$, sans préciser la dimension. La norme induite sur l'espace des matrices $\mathcal{M}_N(\mathbb{C})$ est notée $\|\cdot\|$. Pour $M \in \mathcal{M}_N(\mathbb{C})$, on note $\rho(M)$ le rayon spectral de M , et M^* la matrice transposée conjuguée de M de sorte que $\|M\| = \|M^*\| = \rho(M^* M)^{1/2}$. La matrice identité est notée I . Le groupe des matrices inversibles est noté $\text{GL}_N(\mathbb{C})$. On définit enfin les sous-ensembles suivants du plan complexe :

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &:= \{\zeta \in \mathbb{C}, |\zeta| > 1\}, & \overline{\mathcal{U}} &:= \{\zeta \in \mathbb{C}, |\zeta| \geq 1\}, \\ \mathbb{D} &:= \{\zeta \in \mathbb{C}, |\zeta| < 1\}, & \mathbb{S}^1 &:= \{\zeta \in \mathbb{C}, |\zeta| = 1\}. \end{aligned}$$

1 Introduction

De nombreux problèmes issus de la physique s'écrivent sous la forme d'équations d'évolution du premier ordre de la forme

$$\dot{u} = A u,$$

¹CNRS, Université de Nantes, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray (CNRS UMR6629),
Email : jean-francois.coulombel@univ-nantes.fr

Résolvante, stabilité et applications

où le point désigne la dérivée par rapport à la variable de temps, et A est un opérateur linéaire, c'est-à-dire qu'on se donne un espace de Banach E et un sous-espace $D(A)$ dense dans E , A étant alors une application linéaire de $D(A)$ dans E . Si l'on voit, au moins formellement, l'équation d'évolution comme une équation différentielle à valeurs dans $D(A)$, ce qui serait le cas si A était une application linéaire continue de E dans E , on espère écrire la solution sous la forme $u(t) = \exp(tA)u_0$, où $u_0 \in D(A)$ est la condition initiale. La définition rigoureuse de tels groupes, ou semigroupes d'opérateurs fait l'objet d'une littérature abondante. On renvoie par exemple le lecteur à l'ouvrage [21] pour une introduction à cette théorie.

Une fois qu'on a défini le semi-groupe, on peut s'intéresser aux propriétés des solutions comme par exemple à leur comportement asymptotique quand t tend vers $+\infty$. Le cas de la dimension finie est un résultat classique d'équations différentielles ; A est alors une matrice carrée, et le comportement de $\exp(tA)u_0$ lorsque t tend vers $+\infty$ dépend des propriétés spectrales de A . Si toutes les valeurs propres de A sont de partie réelle strictement négative, alors $\exp(tA)u_0$ converge exponentiellement vite vers 0. Si les valeurs propres de A sont de partie réelle négative et si de plus les valeurs propres imaginaires pures sont semi-simples (au sens où leurs multiplicités géométrique et algébrique coïncident), alors $\exp(tA)u_0$ est borné sur $\mathbb{R}^+$.

C'est à une version *quantitative* de ces derniers résultats que l'on s'intéresse ici. Plus précisément, pour montrer la convergence exponentielle vers 0 du semigroupe $\exp(tA)$, on peut commencer par réduire la matrice A sous forme de Jordan et traiter chaque bloc séparément. Cette approche s'avère efficace dans le cas d'une seule matrice A , mais elle se prête mal au cas où l'on cherche des bornes précises sur cette convergence exponentielle. Le problème vient du fait que la décomposition de Jordan d'une matrice dépend de manière très discontinue de ces paramètres, comme le montre l'exemple classique :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ \varepsilon & 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{pmatrix}.$$

Cette matrice est déjà sous forme de Jordan pour $\varepsilon = 0$, mais elle est diagonalisable pour tout $\varepsilon > 0$ et la matrice de passage P_ε ne tend pas vers l'identité lorsque ε tend vers 0 (la situation est même bien pire car le conditionnement $\|P_\varepsilon\| \|P_\varepsilon^{-1}\|$ tend vers l'infini).

On souhaite donc obtenir des bornes sur $\exp(tA)$ qui ne fassent pas appel à la réduction de Jordan et qui s'appliquent à des familles de matrices. Cette situation intervient par exemple si l'on part d'une équation aux dérivées partielles d'évolution linéaire posée sur $\mathbb{R}^d$ pour les variables d'espace, et sur $\mathbb{R}$

ou $\mathbb{R}^+$ pour la variable de temps :

$$\dot{u} = \mathbf{A} u, \quad \mathbf{A} := \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_d=0}^m A_{\alpha_1, \dots, \alpha_d} \frac{\partial^{\alpha_1}}{\partial x_1^{\alpha_1}} \cdots \frac{\partial^{\alpha_d}}{\partial x_d^{\alpha_d}},$$

les A_α étant des matrices carrées, on peut appliquer la transformée de Fourier par rapport aux variables $x_1, \dots, x_d$ et se ramener² à l'étude des équations différentielles :

$$\dot{v} = \mathbf{A}(\xi) v, \quad \mathbf{A}(\xi) := \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_d=0}^m (i \xi_1)^{\alpha_1} \cdots (i \xi_d)^{\alpha_d} A_{\alpha_1, \dots, \alpha_d}.$$

Cette famille d'équations différentielles est paramétrée par les fréquences $\xi \in \mathbb{R}^d$. La réduction de Jordan de $\mathbf{A}(\xi)$ se comportant souvent mal lorsque ξ varie, une information sur les valeurs propres de $\mathbf{A}(\xi)$ seulement s'avèrera souvent insuffisante pour obtenir des bornes sur le semigroupe $\exp(t \mathbf{A})$.

Le "bon outil" pour quantifier les informations spectrales et les convertir en bornes sur le semigroupe est la résolvante de la matrice (ou de l'opérateur) A . Dans la Section 2, on démontre deux résultats, propres à la dimension finie, qui relient une borne sur la résolvante d'une matrice à une borne sur les puissances de cette matrice. Par rapport aux problèmes d'équations différentielles mentionnés ci-dessus, ces résultats peuvent être vus comme des bornes sur le semigroupe $\exp(t A)$ en une suite de temps $n \Delta t$, où $n \in \mathbb{N}$ et $\Delta t > 0$ est un pas de temps fixé. Le Théorème 1 ci-dessous caractérise, en fonction du comportement de leur résolvante, les familles de matrices dont les puissances sont uniformément bornées. Le Théorème 3 fournit une caractérisation similaire pour les familles de matrices dont les puissances sont uniformément sommables. Ces deux résultats fournissent des bornes qui dépendent de la taille des matrices et ne s'étendent donc pas à des espaces de dimension infinie. Les résultats correspondants sont d'ailleurs faux en dimension infinie. On renvoie le lecteur à [12] pour des bornes de semigroupe en dimension infinie. Deux applications du Théorème 3 sont détaillées ensuite. Dans la Section 3, on s'intéresse à la résolution itérative de grands systèmes linéaires en tenant compte des erreurs d'arrondi qui, en pratique, interviennent nécessairement à chaque étape de l'itération. Le problème que l'on se pose est de quantifier de manière précise comment l'accumulation de ces erreurs d'arrondi entâche la convergence de l'itération. Dans la Section 4, on s'intéresse à la discrétisation de problèmes aux limites pour des équations hyperboliques. Après une brève introduction et quelques rappels, on démontre un résultat de stabilité pour des schémas décentrés amont qui ne requièrent pas de conditions aux

²L'utilisation de la transformée de Fourier demande une décroissance suffisante des solutions à l'infini, mais cela est souvent justifié a posteriori une fois que l'on a trouvé le cadre fonctionnel adéquat pour résoudre le problème de Cauchy, voir par exemple [2, page 7] pour le cas des systèmes hyperboliques.

limites numériques. Il s’agit bien sûr d’une situation très idéalisée mais qui se prête à une analyse simple et constitue une introduction à l’analyse de schémas plus généraux.

2 Famille de matrices de puissances uniformément sommables

Le but de cette section est de caractériser les sous-ensembles $\mathcal{F} \subset \mathcal{M}_N(\mathbb{C})$ pour lesquels la quantité suivante est finie :

$$\sup_{M \in \mathcal{F}} \sum_{k \geq 0} \|M^k\|.$$

Bien sûr, une condition nécessaire pour que cette quantité soit finie est que le rayon spectral de tout élément de $\mathcal{F}$ soit strictement inférieur à 1 (on utilise pour cela les relations $\rho(M)^k = \rho(M^k) \leq \|M^k\|$). On s’intéresse préalablement au cas plus simple des familles de matrices uniformément bornées pour lequel on rappelle le résultat fondamental de Kreiss [14].

2.1 Rappels sur les familles de matrices de puissances bornées

On rappelle le Théorème suivant dont on va donner une démonstration complète.

Théorème 1 (Kreiss [14]). *Soit $\mathcal{F} \subset \mathcal{M}_N(\mathbb{C})$ un ensemble de matrices. Alors sont équivalentes :*

- (i) *Il existe une constante $C_1 > 0$ telle que pour tout élément $M \in \mathcal{F}$ et pour tout entier $k \in \mathbb{N}$, on a $\|M^k\| \leq C_1$.*
- (ii) *Toute matrice $M \in \mathcal{F}$ a un rayon spectral inférieur ou égal à 1, et il existe une constante $C_2 > 0$ telle que pour tout élément $M \in \mathcal{F}$ et pour tout nombre complexe $z \in \mathcal{U}$, on a*

$$\|(zI - M)^{-1}\| \leq \frac{C_2}{|z| - 1}.$$

De plus, si la condition (i) est vérifiée pour une constante C_1 , on peut choisir $C_2 = C_1$ dans (ii), et réciproquement, si la condition (ii) est vérifiée pour une constante C_2 , on peut choisir $C_1 = e N C_2$ dans (i).

Le Théorème 1 caractérise donc complètement les familles de matrices de puissances uniformément bornées par une certaine estimation de la résolvante en dehors du disque unité fermé. La démonstration originelle de [14] établissait l’équivalence des conditions (i) et (ii). La quête de la meilleure

constante fut l’objet de nombreux travaux qui trouvèrent leur épilogue dans [27] (le résultat de [27] ayant été conjecturé dans [17]). Le lecteur intéressé trouvera dans [28] une bibliographie complète ainsi que d’autres caractérisations et une discussion sur les opérateurs en dimension infinie. On rappelle maintenant la démonstration du Théorème 1 en guise de préliminaire au paragraphe suivant³.

Démonstration du Théorème 1. Le fait que (i) implique (ii) est très aisé et repose sur le développement en série de la résolvante

$$(zI - M)^{-1} = \sum_{k \geq 0} \frac{M^k}{z^{k+1}},$$

ce développement étant absolument convergent pour $z \in \mathcal{U}$ sous la condition (i). L’inégalité triangulaire permet de conclure.

On suppose maintenant que la condition (ii) est vérifiée, et on se donne $M \in \mathcal{F}$. Pour un entier $k \in \mathbb{N}$, un paramètre $r > 1$ à fixer ultérieurement, et des vecteurs $u, v \in \mathbb{C}^N$ de norme 1, on définit une fonction φ de classe $\mathcal{C}^\infty$ et 2π -périodique par

$$\forall \theta \in \mathbb{R}, \quad \varphi(\theta) := \langle v, (r e^{i\theta} I - M)^{-1} u \rangle.$$

Comme la résolvante de M est une fonction holomorphe sur le complémentaire du spectre de M , la formule de Cauchy donne

$$\langle v, M^k u \rangle = \frac{1}{2i\pi} \int_{\gamma} \zeta^k \langle v, (\zeta I - M)^{-1} u \rangle d\zeta,$$

où γ est n’importe quel contour encerclant le spectre de M . En prenant pour γ le cercle de centre 0 et de rayon r (on rappelle le choix $r > 1$), on obtient

$$\langle v, M^k u \rangle = \frac{r^{k+1}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(k+1)\theta} \varphi(\theta) d\theta = \frac{i r^{k+1}}{2\pi(k+1)} \int_0^{2\pi} e^{i(k+1)\theta} \varphi'(\theta) d\theta.$$

En particulier, l’inégalité de la moyenne donne

$$|\langle v, M^k u \rangle| \leq \frac{r^{k+1}}{2\pi(k+1)} \int_0^{2\pi} |\varphi'(\theta)| d\theta. \quad (1)$$

Dans [29, page 155], Tadmor montre que la fonction φ s’écrit sous la forme $\varphi(\theta) = P(r e^{i\theta}) / \Pi_M(r e^{i\theta})$, où Π_M désigne le polynôme minimal de M , et P est un polynôme de degré strictement inférieur à celui de Π_M . Pour être tout-à-fait complet, la formule de Taylor donne

$$(zI - M)^{-1} = \frac{1}{\Pi_M(z)} \sum_{j=1}^{\deg \Pi_M - 1} \frac{1}{j!} \Pi_M^{(j)}(z) (M - zI)^{j-1},$$

³Le lecteur pourra aussi se référer à [30, chapitre 18] pour plus de commentaires historiques et un lien, peut-être inattendu, avec le problème des aiguilles de Buffon.

Résolvante, stabilité et applications

et il suffit d’insérer $z = r e^{i\theta}$ pour obtenir l’écriture voulue de φ .

Les racines de Π_M étant les valeurs propres de M , et donc de module inférieur ou égal à 1, on vérifie que les racines de $\Pi_M(r \cdot)$ sont toutes incluses dans $\mathbb{D}$. On peut alors appliquer le résultat suivant :

Théorème 2 (Borwein et Erdélyi [3]). *Soit $f(z) = P(z)/Q(z)$ une fraction rationnelle complexe telle que*

$$Q(z) = \prod_{j=1}^d (z - a_j), \quad a_1, \dots, a_d \in \mathbb{D},$$

et P est de degré inférieur ou égal à d . Alors on a

$$\forall z \in \mathbb{S}^1, \quad |f'(z)| \leq \|f\|_{L^\infty(\mathbb{S}^1)} \sum_{j=1}^d \frac{1 - |a_j|^2}{|z - a_j|^2}.$$

Dans notre cadre, le Théorème 2 donne l’estimation

$$\forall \theta \in \mathbb{R}, \quad |\varphi'(\theta)| \leq \|\varphi\|_{L^\infty(\mathbb{R})} \sum_{j=1}^d \frac{1 - |\lambda_j/r|^2}{|e^{i\theta} - \lambda_j/r|^2},$$

où d désigne le degré du polynôme minimal de M , et les λ_j sont des valeurs propres de M (certaines valeurs propres pouvant être répétées si elles sont racines multiples du polynôme minimal). On utilise cette estimation ponctuelle de φ' dans (1), et on obtient

$$|\langle v, M^k u \rangle| \leq \frac{r^{k+1} \|\varphi\|_{L^\infty(\mathbb{R})}}{k+1} \sum_{j=1}^d \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1 - |\lambda_j/r|^2}{|e^{i\theta} - \lambda_j/r|^2} d\theta.$$

Chaque intégrale se calcule (on se ramène d’abord à λ_j réel puis on effectue le changement de variables classique $t = \tan(\theta/2)$), et on trouve

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1 - |\lambda_j/r|^2}{|e^{i\theta} - \lambda_j/r|^2} d\theta = 1.$$

Comme, par ailleurs, le degré d du polynôme minimal est inférieur ou égal à la taille N de la matrice (Cayley-Hamilton), on aboutit à l’estimation

$$|\langle v, M^k u \rangle| \leq N \frac{r^{k+1} \|\varphi\|_{L^\infty(\mathbb{R})}}{k+1}. \quad (2)$$

Il est temps d’utiliser la condition (ii), qui implique⁴ $\|\varphi\|_{L^\infty(\mathbb{R})} \leq C_2/(r-1)$. On effectue alors le choix $r = 1 + 1/(k+1)$, et l’estimation (2) donne

$$|\langle v, M^k u \rangle| \leq N C_2 \left(1 + \frac{1}{k+1}\right)^{k+1} \leq e N C_2.$$

⁴On rappelle que les vecteurs u et v sont de norme 1.

Pour finir, on prend le supremum en v et u , et on obtient le résultat annoncé. $\square$

La démonstration ci-dessus reprend essentiellement celle de [17]. La conclusion repose sur une estimation de la variation totale de φ sur $[0, 2\pi]$ en fonction de sa norme L^∞ . L'estimation correspondante dans [17] manquait la constante optimale d'un facteur 2, et fut raffinée dans [27]. On s'est appuyé ici sur l'estimation encore plus fine fournie par [3] (le Théorème 2 permet de contrôler ponctuellement φ' tandis que l'analyse dans [27] ne donne qu'un contrôle dans L^1).

Même si on ne la reproduira pas ici, la démonstration du Théorème 2 est très accessible, et on invite le lecteur intéressé à consulter l'article [3] pour les détails qui y sont exposés de façon limpide.

Le Théorème 1 et ses nombreuses généralisations est un outil fondamental dans l'étude de la stabilité des schémas aux différences finies pour les équations d'évolution. La famille $\mathcal{F}$ est alors l'ensemble, paramétré par les fréquences, des matrices d'amplification du schéma numérique. Le lecteur pourra consulter les références [22, 10] pour avoir un aperçu de telles applications. On renvoie également à la Section 4.

2.2 Famille de matrices de puissances uniformément sommables

Le but de ce paragraphe est d'établir le résultat suivant :

Théorème 3 (Boyd et Doyle [4]). *Soit $\mathcal{F} \subset \mathcal{M}_N(\mathbb{C})$ un ensemble de matrices. Alors sont équivalentes :*

- (i) *Il existe une constante $C_1 > 0$ telle que pour tout élément $M \in \mathcal{F}$ et pour tout entier $k \in \mathbb{N}$, on a $\sum_{k \geq 0} \|M^k\| \leq C_1$.*
- (ii) *Toute matrice $M \in \mathcal{F}$ a un rayon spectral strictement inférieur à 1, et il existe une constante $C_2 > 0$ telle que pour tout élément $M \in \mathcal{F}$ et pour tout nombre complexe $z \in \overline{\mathcal{U}}$, on a*

$$\|(zI - M)^{-1}\| \leq C_2.$$

De plus, si la condition (i) est vérifiée pour une constante C_1 , on peut choisir $C_2 = C_1$ dans (ii), et réciproquement, si la condition (ii) est vérifiée pour une constante C_2 , on peut choisir $C_1 = 2N C_2$ dans (i).

On remarque que dans la condition (ii), on peut remplacer l'estimation uniforme de la résolvante sur $\overline{\mathcal{U}}$ par une estimation sur sa frontière $\mathbb{S}^1$. Ce n'est rien d'autre que le principe du maximum pour les fonctions holomorphes. En effet, si M est une matrice de rayon spectral strictement inférieur à 1, alors pour u et v vecteurs de norme 1, la fonction

$$\zeta \longmapsto \langle v, (I - \zeta M)^{-1} u \rangle,$$

Résolvante, stabilité et applications

est holomorphe sur $\mathbb{D}$, et continue sur son adhérence. On en déduit l’inégalité

$$\forall \zeta \in \mathbb{D}, \quad |\langle v, (I - \zeta M)^{-1} u \rangle| \leq \sup_{z \in \mathbb{S}^1} |\langle v, (I - z M)^{-1} u \rangle| \leq \sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(I - z M)^{-1}\|.$$

En prenant le supremum par rapport à v puis u , on obtient l’estimation raffinée

$$\forall \zeta \in \overline{\mathcal{U}}, \quad \|(\zeta I - M)^{-1}\| \leq \frac{1}{|\zeta|} \sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(z I - M)^{-1}\|.$$

Cela explique pourquoi, dans la démonstration ci-dessous, on utilisera uniquement l’estimation de la résolvante sur le cercle unité.

On commence par donner une démonstration du Théorème 3 inspirée des techniques du Théorème 1, mais qui ne fournira malheureusement pas la constante $2N C_2$ (la correction est d’un facteur logarithmique en C_2). La démonstration du Théorème 3, qu’on reprend de [18], sera détaillée ensuite.

Une démonstration aisée mais pas optimale du Théorème 3. Comme dans la démonstration du Théorème 1, le fait que (i) implique (ii) repose sur le développement en série de la résolvante

$$(z I - M)^{-1} = \sum_{k \geq 0} \frac{M^k}{z^{k+1}},$$

ce développement étant absolument convergent pour $z \in \overline{\mathcal{U}}$ sous la condition (i). L’inégalité triangulaire permet encore de conclure.

On suppose désormais que la condition (ii) est satisfaite et on se donne une matrice $M \in \mathcal{F}$. On va montrer que (i) a lieu avec la constante⁵ $C_1 = 2N C_2 \ln(2C_2)$. Pour cela, on commence par étendre l’estimation de la résolvante dans une couronne à l’intérieur du disque unité⁶.

Lemme 1. *Sous la condition (ii), une matrice $M \in \mathcal{F}$ vérifie $1 - \rho(M) \geq 1/C_2$. De plus, si $\delta \geq 0$ vérifie $\delta C_2 < 1$, alors M n’a pas de valeur propre de module égal à $1 - \delta$, et on a l’estimation*

$$\sup_{z \in (1-\delta)\mathbb{S}^1} \|(z I - M)^{-1}\| \leq \frac{C_2}{1 - \delta C_2}.$$

Démonstration du Lemme 1. Supposons tout d’abord que le spectre de M n’est pas réduit à $\{0\}$. Soit λ une valeur propre réalisant le rayon spectral de M , et soit X un vecteur propre de norme 1 pour la valeur propre λ . Alors $\zeta := \lambda/|\lambda| \in \mathbb{S}^1$ vérifie

$$(\zeta I - M) X = \zeta (1 - |\lambda|) X,$$

⁵On pourra comparer avec [18, Théorème 2.3] où les auteurs montrent un résultat analogue avec la constante $C_1 = 2eN C_2 (1 + \ln(2C_2))$. On fait donc un petit peu mieux ici.

⁶Ce genre d’arguments est assez usuel, voir par exemple [12, Lemme 1.2].

c'est-à-dire (ζ n'étant pas valeur propre de M) :

$$X = \zeta (1 - \rho(M)) (\zeta I - M)^{-1} X.$$

En passant à la norme, on obtient $1 \leq (1 - \rho(M)) C_2$, ce qui est l'inégalité cherchée. Dans le cas où la seule valeur propre de M est 0, on veut montrer $C_2 \geq 1$. Pour cela, on se donne X un vecteur de norme 1 dans le noyau de M . On écrit $X = (I - M)^{-1} X$ et on passe à la norme.

L'inégalité $1 - \rho(M) \geq 1/C_2$ assure que pour tout $\delta \geq 0$ vérifiant $\delta C_2 < 1$, M n'a pas de valeur propre de module plus grand ou égal à $1 - \delta$. Pour un tel paramètre δ , on se donne un nombre complexe $z \in \mathbb{C}$ de module $1 - \delta$ (z est nécessairement non-nul), et on pose $\zeta := z/|z| \in \mathbb{S}^1$. On commence par remarquer que la norme de la matrice $(z - \zeta) (\zeta I - M)^{-1}$ vérifie

$$\|(z - \zeta) (\zeta I - M)^{-1}\| = |z - \zeta| \|(\zeta I - M)^{-1}\| \leq C_2 (1 - |z|) = \delta C_2 < 1.$$

Ainsi la matrice $I + (z - \zeta) (\zeta I - M)^{-1}$ est inversible, et son inverse est de norme plus petite ou égale à $1/(1 - \delta C_2)$, voir [26, Proposition 7.5] (c'est encore le développement en série de la résolvante). Or on a la relation

$$I + (z - \zeta) (\zeta I - M)^{-1} = (z I - M) (\zeta I - M)^{-1},$$

et on a donc montré l'inégalité

$$\|(\zeta I - M) (z I - M)^{-1}\| \leq \frac{1}{1 - \delta C_2}.$$

Pour finir, on écrit

$$(z I - M)^{-1} = (\zeta I - M)^{-1} (\zeta I - M) (z I - M)^{-1},$$

et on utilise le fait que $\|\cdot\|$ est une norme matricielle pour conclure. $\square$

On en vient maintenant à la démonstration (non-optimale) du Théorème 3, en supposant toujours que la condition (ii) est satisfaite. Pour $M \in \mathcal{F}$, $k \in \mathbb{N}$, $\delta > 0$ vérifiant $\delta C_2 < 1$, et des vecteurs $u, v \in \mathbb{C}^N$ de norme 1, on pose

$$\forall \theta \in \mathbb{R}, \quad \varphi(\theta) := \langle v, ((1 - \delta) e^{i\theta} I - M)^{-1} u \rangle.$$

On reprend la même démarche que dans la démonstration du Théorème 1, en choisissant cette fois comme contour d'intégration γ le cercle de centre 0 et de rayon $1 - \delta$. Ce contour encercle bien le spectre de M d'après le Lemme 1. On obtient ainsi

$$\langle v, M^k u \rangle = \frac{i(1 - \delta)^{k+1}}{2\pi(k+1)} \int_0^{2\pi} e^{i(k+1)\theta} \varphi'(\theta) d\theta.$$

Résolvante, stabilité et applications

L’inégalité de la moyenne puis les mêmes arguments⁷ que dans la démonstration du Théorème 1 permettent d’aboutir à l’estimation (comparer avec l’inégalité (2)) :

$$|\langle v, M^k u \rangle| \leq N \frac{(1 - \delta)^{k+1} \|\varphi\|_{L^\infty(\mathbb{R})}}{k + 1}.$$

La norme L^∞ de φ se contrôle grâce au Lemme 1 et on obtient, après avoir pris le supremum par rapport aux vecteurs v et u :

$$\forall k \in \mathbb{N}, \quad \|M^k\| \leq \frac{N C_2}{1 - \delta C_2} \frac{(1 - \delta)^{k+1}}{k + 1}. \quad (3)$$

En prenant un paramètre δ indépendant de k , on somme par rapport à $k \in \mathbb{N}$ et on obtient

$$\sum_{k \geq 0} \|M^k\| \leq N C_2 \frac{-\ln \delta}{1 - \delta C_2}.$$

On souhaiterait alors optimiser le majorant par rapport au paramètre δ , mais cela ne conduit pas à des formules très explicites⁸. Le choix $\delta := 1/(2 C_2)$ conduit toutefois à l’estimation

$$\sum_{k \geq 0} \|M^k\| \leq 2 N C_2 \ln(2 C_2),$$

ce qui montre déjà que la famille $\mathcal{F}$ est de puissances uniformément sommables. $\square$

On détaille maintenant la démonstration du Théorème 3, en faisant appel à des outils entièrement différents de ceux utilisés dans la démonstration du Théorème 1.

Démonstration du Théorème 3. On a vu le fait que (i) implique (ii) avec la même constante dans la démonstration ci-dessus. On se concentre donc sur le fait que (ii) implique (i). Pour cela, on commence par établir une première inégalité générale sur les matrices de rayon spectral strictement inférieur à 1.

Lemme 2. *Soit $M \in \mathcal{M}_N(\mathbb{C})$ une matrice de rayon spectral strictement inférieur à 1. Alors les formules*

$$P := \sum_{k \geq 0} M^k (M^k)^*, \quad Q := \sum_{k \geq 0} (M^k)^* M^k,$$

⁷C’est-à-dire : l’écriture de φ en fraction rationnelle trigonométrique, l’estimation ponctuelle de φ' fournie par le Théorème 2, puis le calcul d’intégrales.

⁸L’idéal serait bien sûr d’optimiser δ par rapport à k et C_2 , puis de sommer par rapport à k , mais cela s’avère encore moins explicite. Il semble de toute façon impossible à ce stade d’obtenir une estimation finale qui soit linéaire en C_2 .

définissent des matrices hermitiennes définies positives. Les valeurs propres de la matrice PQ sont des réels strictement positifs, dont les racines carrées sont appelées les valeurs singulières de Hankel de M . En notant ces dernières $\sigma_1, \dots, \sigma_N$, on a

$$\sum_{k \geq 0} \|M^k\| \leq 2 \sum_{i=1}^N \sigma_i. \quad (4)$$

Démonstration du Lemme 2. Le Théorème de Householder, voir [26, chapitre 7], assure que les normes $\|M^k\|$ décroissent géométriquement, ce qui montre la convergence absolue des séries définissant P et Q . Ces matrices sont clairement hermitiennes et définies positives (comme somme de l'identité et de matrices hermitiennes positives). On se rend compte que les valeurs propres de PQ sont réelles et strictement positives en utilisant l'astuce standard

$$PQ = P^{1/2} (P^{1/2} Q P^{1/2}) P^{-1/2},$$

qui montre que PQ est semblable à la matrice hermitienne définie positive $P^{1/2} Q P^{1/2}$. Cela justifie l'existence des valeurs singulières de Hankel de M . On s'intéresse maintenant à majorer la somme de la série des $\|M^k\|$. Pour cela, on se donne une matrice inversible T , à fixer ultérieurement. On définit

$$P_T := \sum_{k \geq 0} T^{-1} M^k (T^{-1} M^k)^* = T^{-1} P (T^{-1})^*, \quad Q_T := \sum_{k \geq 0} (M^k T)^* M^k T = T^* Q T, \quad (5)$$

et on pose $A := T^{-1} M T$ de sorte qu'on a la relation $M^k = T A^k T^{-1}$ pour tout entier k . Les définitions de P_T et Q_T se réécrivent donc

$$P_T = \sum_{k \geq 0} A^k T^{-1} (A^k T^{-1})^*, \quad Q_T = \sum_{k \geq 0} (T A^k)^* T A^k.$$

On majore

$$\begin{aligned} \sum_{k \geq 0} \|M^k\| &= \sum_{k \geq 0} \|M^{2k}\| + \sum_{k \geq 0} \|M^{2k+1}\| = \sum_{k \geq 0} \|T A^k A^k T^{-1}\| + \sum_{k \geq 0} \|T A^k A^{k+1} T^{-1}\| \\ &\leq \sum_{k \geq 0} \|T A^k\| \|A^k T^{-1}\| + \sum_{k \geq 0} \|T A^k\| \|A^{k+1} T^{-1}\|, \end{aligned}$$

puis on utilise l'inégalité de Cauchy-Schwarz pour majorer les deux dernières sommes par

$$\left(\sum_{k \geq 0} \|T A^k\|^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{k \geq 0} \|A^k T^{-1}\|^2 \right)^{1/2} + \left(\sum_{k \geq 0} \|T A^k\|^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{k \geq 1} \|A^k T^{-1}\|^2 \right)^{1/2}.$$

On aboutit ainsi à la première estimation

$$\sum_{k \geq 0} \|M^k\| \leq 2 \left(\sum_{k \geq 0} \|T A^k\|^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{k \geq 0} \|A^k T^{-1}\|^2 \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Résolvante, stabilité et applications

A ce stade, on introduit la norme de Frobenius $\|\cdot\|_F$ d’une matrice :

$$\|B\|_F^2 := \sum_{i,j=1}^N |B_{i,j}|^2 = \text{Trace}(B^* B) = \text{Trace}(B B^*).$$

L’inégalité de Cauchy-Schwarz (dans $\mathbb{C}^N$) permet de montrer l’inégalité $\|\cdot\| \leq \|\cdot\|_F$. En utilisant cette dernière inégalité dans (6), on obtient

$$\begin{aligned} \sum_{k \geq 0} \|M^k\| &\leq 2 \left(\sum_{k \geq 0} \text{Trace}((T A^k)^* T A^k) \right)^{1/2} \left(\sum_{k \geq 0} \text{Trace}(A^k T^{-1} (A^k T^{-1})^*) \right)^{1/2} \\ &= 2 (\text{Trace } Q_T)^{1/2} (\text{Trace } P_T)^{1/2}, \quad (7) \end{aligned}$$

où les matrices P_T, Q_T sont définies en (5).

L’inégalité (4) s’obtient à partir de (7) en choisissant judicieusement la matrice T . Précisément, la matrice Q (définie dans l’énoncé du Lemme 2) est hermitienne définie positive, et admet donc une décomposition de Cholesky $Q = R^* R$ avec R triangulaire supérieure à diagonale réelle strictement positive, voir [26, chapitre 11.2]. Comme $R P R^*$ est hermitienne définie positive, on peut la diagonaliser au moyen d’une matrice unitaire :

$$R P R^* = U D^2 U^*, \quad U^* U = I, \quad D = \text{diag}(d_1, \dots, d_N),$$

où les d_i sont tous des nombres réels strictement positifs. En posant $T := (D^{-1/2} U^* R)^{-1}$, et en utilisant les relations (5), on calcule

$$P_T = T^{-1} P (T^{-1})^* = D^{-1/2} U^* R P R^* U D^{-1/2} = D^{-1/2} D^2 D^{-1/2} = D,$$

et

$$Q_T = T^* Q T = D^{1/2} U^* (R^{-1})^* R^* R R^{-1} U D^{1/2} = D^{1/2} D^{1/2} = D.$$

Au final, ce choix de la matrice inversible T donne $P_T = Q_T = D$, donc (7) se simplifie en

$$\sum_{k \geq 0} \|M^k\| \leq 2 \text{Trace } D.$$

Les relations (5) montrent que le produit $P_T Q_T$ est semblable à la matrice $P Q$. Pour notre choix de T , le produit $P_T Q_T$ est la matrice diagonale D^2 donc les coefficients diagonaux de D ne sont rien d’autre que les valeurs singulières de Hankel de M (l’ordre de numérotation n’importe pas ici car on en prend la somme). On a donc bien montré l’inégalité (4) et cela conclut la démonstration du Lemme 2. $\square$

Les matrices P et Q sont bien connues en théorie du contrôle et portent le nom de matrices Gramiennes de contrôlabilité et d'observabilité, voir par exemple [31, chapitre 3] dont on considère ici l'analogue en temps discret. Dans cette même terminologie, le changement de base T intervenant dans la démonstration du Lemme 1 fournit une "réalisation équilibrée" au sens où elle diagonalise simultanément les deux matrices Gramiennes.

Pour finir la démonstration du Théorème 3, on va montrer la propriété (on garde les notations introduites au Lemme 2 pour les valeurs singulières de Hankel) :

$$\max_{i=1,\dots,N} \sigma_i \leq \sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(zI - M)^{-1}\|. \quad (8)$$

L'idée est de relier chacune de ces deux quantités à des normes d'opérateurs sur l'espace ℓ^2 . On commence par le membre de droite dans l'inégalité (8).

Lemme 3. Soit $M \in \mathcal{M}_N(\mathbb{C})$ une matrice de rayon spectral strictement inférieur à 1. Alors l'opérateur

$$G : (u_n)_{n \in \mathbb{Z}} \mapsto \left(\sum_{k \leq n} M^{n-k} u_k \right)_{n \in \mathbb{Z}},$$

est borné sur $\ell^2(\mathbb{Z}; \mathbb{C}^N)$, et sa norme d'opérateur est égale à $\sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(zI - M)^{-1}\|$.

La norme d'une suite (u_n) de carré intégrable et à valeurs dans $\mathbb{C}^N$ est bien entendu définie par

$$\|(u_n)\|_{\ell^2(\mathbb{Z}; \mathbb{C}^N)}^2 := \sum_{n \in \mathbb{Z}} |u_n|^2,$$

ce qui revient à sommer les carrés des normes ℓ^2 de chaque coordonnée de la suite (u_n) .

Démonstration du Lemme 3. On commence par se donner une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ à valeurs dans $\mathbb{C}^N$ ne comportant qu'un nombre fini de termes non-nuls (de telles suites sont évidemment denses dans ℓ^2). On définit le polynôme trigonométrique

$$\forall \theta \in \mathbb{R}, \quad u(\theta) := \sum_{n \in \mathbb{Z}} e^{i n \theta} u_n,$$

ainsi que la fonction à valeurs matricielles

$$\forall \theta \in \mathbb{R}, \quad \mathbf{M}(\theta) := (I - e^{i \theta} M)^{-1} = \sum_{k \geq 0} e^{i k \theta} M^k.$$

Le Théorème de Parseval-Bessel (appliqué à chacune des coordonnées de u) donne

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |u(\theta)|^2 d\theta = \sum_{n \in \mathbb{Z}} |u_n|^2.$$

Résolvante, stabilité et applications

Calculons le développement en séries de Fourier de la fonction $\mathbf{M} u$. En multipliant les deux développements en séries de Fourier de $\mathbf{M}$ et u (on rappelle que u n’a qu’un nombre fini de coefficients de Fourier non-nuls donc la multiplication terme à terme des deux développements ne pose pas de problème), on obtient

$$\mathbf{M}(\theta) u(\theta) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} e^{i n \theta} \left(\sum_{p=-\infty}^n M^{n-p} u_p \right) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} e^{i n \theta} (G u)_n .$$

En appliquant de nouveau le Théorème de Parseval-Bessel, on obtient donc

$$\begin{aligned} \sum_{n \in \mathbb{Z}} |(G u)_n|^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\mathbf{M}(\theta) u(\theta)|^2 d\theta \leq \left(\sup_{\theta \in \mathbb{R}} \|\mathbf{M}(\theta)\| \right)^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |u(\theta)|^2 d\theta \\ &= \left(\sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(z I - M)^{-1}\| \right)^2 \sum_{n \in \mathbb{Z}} |u_n|^2 . \end{aligned}$$

Cette dernière inégalité montre que G est borné sur $\ell^2(\mathbb{Z}; \mathbb{C}^N)$, et que sa norme est inférieure ou égale à la quantité $\sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(z I - M)^{-1}\|$. On montre désormais que cette quantité coïncide bien avec la norme d’opérateur de G . Pour cela, on se donne un argument $\theta_0 \in \mathbb{R}$ et un vecteur $X_0 \in \mathbb{C}^N$ de norme 1 tels que

$$\sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(z I - M)^{-1}\| = \|(I - e^{i \theta_0} M)^{-1}\| = \|(I - e^{i \theta_0} M)^{-1} X_0\| .$$

Pour tout entier k non-nul, on définit un polynôme trigonométrique u_k par

$$\forall \theta \in \mathbb{R}, \quad u_k(\theta) := \frac{1}{\sqrt{k}} \sum_{\nu=1}^k e^{-i \nu (\theta - \theta_0)} X_0 ,$$

de sorte que la suite de fonctions (u_k) vérifie

$$\begin{aligned} \forall k \in \mathbb{N}, \quad \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |u_k(\theta)|^2 d\theta &= 1 , \\ \text{et } \lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\mathbf{M}(\theta) u_k(\theta)|^2 d\theta &= |\mathbf{M}(\theta_0) X_0|^2 = \left(\sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(z I - M)^{-1}\| \right)^2 . \end{aligned}$$

Le Théorème de Parseval-Bessel permet de conclure que la norme d’opérateur de G sur $\ell^2(\mathbb{Z}; \mathbb{C}^N)$ est bien égale à $\sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(z I - M)^{-1}\|$. $\square$

Lemme 4. Soit $M \in \mathcal{M}_N(\mathbb{C})$ une matrice de rayon spectral strictement inférieur à 1. Alors l’opérateur

$$H : (u_n)_{n \in \mathbb{N}} \longmapsto \left(\sum_{k \geq 0} M^{n+k} u_k \right)_{n \in \mathbb{N}} ,$$

est borné sur $\ell^2(\mathbb{N}; \mathbb{C}^N)$ et compact (il est même de rang inférieur ou égal à N). De plus sa norme d'opérateur est égale à la plus grande des valeurs singulières de Hankel de M (ces valeurs sont définies au Lemme 2).

La continuité, respectivement la compacité, de l'opérateur H sont des cas (très) élémentaires de Théorèmes dûs à Nehari, respectivement à Hartman, qui caractérisent les opérateurs de Hankel continus, respectivement compacts, en fonction de leur symbole, voir [20, chapitres B.1 et B.2].

Démonstration du Lemme 4. Pour montrer que H est borné et compact sur $\ell^2(\mathbb{N}; \mathbb{C}^N)$, on écrit H comme la composée $H = H_2 \circ H_1$, avec

$$H_1 : (u_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \ell^2(\mathbb{N}; \mathbb{C}^N) \longmapsto \sum_{k \geq 0} M^k u_k \in \mathbb{C}^N,$$

et

$$H_2 : v \in \mathbb{C}^N \longmapsto (M^n v)_{n \in \mathbb{N}} \in \ell^2(\mathbb{N}; \mathbb{C}^N).$$

On vérifie sans peine que les opérateurs H_1 et H_2 sont bornés car la suite $(\|M^n\|)_{n \in \mathbb{N}}$ décroît géométriquement donc est de carré intégrable. Chacun des opérateurs H_1 et H_2 est compact car son espace d'arrivée ou de départ est de dimension finie, et donc H est bien un opérateur borné sur $\ell^2(\mathbb{N}; \mathbb{C}^N)$ et compact (comme composée de deux opérateurs compacts).

Il n'est pas très difficile de voir que l'adjoint de H est l'opérateur

$$H^* : (v_n)_{n \in \mathbb{N}} \longmapsto \left(\sum_{k \geq 0} (M^*)^{n+k} v_k \right)_{n \in \mathbb{N}}.$$

Une fois que l'on sait que H est compact, on en déduit que $H^* H$ est également un opérateur compact. C'est de surcroît un opérateur autoadjoint positif, donc la norme d'opérateur de $H^* H$ est une valeur propre de $H^* H$, voir [6, Lemme 5.9]. On va calculer cette norme. On remarque tout d'abord que H est non-nul (appliquer H à la suite $(X, 0, \dots, 0, \dots)$, $X \in \mathbb{C}^N$ non-nul), ce qui implique que $H^* H$ a des valeurs propres strictement positives. Soit donc $\lambda > 0$ une valeur propre de $H^* H$, et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ un vecteur propre de norme 1 pour la valeur propre λ . On définit le vecteur

$$V := \sum_{k \geq 0} M^k v_k = H_1 v,$$

de sorte que la suite $H v = H_2 (H_1 v)$ est donnée par

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad (H v)_n = M^n V.$$

Résolvante, stabilité et applications

Le vecteur V est nécessairement non-nul (car sinon tous les termes de la suite Hv seraient nuls, et on aurait $0 = H^* H v = \lambda v$). D’après l’expression de l’opérateur H^* donnée ci-dessus, on a

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \lambda v_n = \sum_{j \geq 0} (M^*)^{j+n} (Hv)_j = \sum_{j \geq 0} (M^*)^{j+n} M^j V = (M^*)^n Q V,$$

où la matrice Q est définie au Lemme 2. En multipliant l’égalité $\lambda v_n = (M^*)^n Q V$ par M^n puis en sommant par rapport à l’entier n , on trouve finalement $\lambda V = P Q V$, où P est également définie au Lemme 2. Comme le vecteur V est non-nul, λ est une valeur propre de $P Q$ et on aboutit à l’inégalité

$$\|H^* H\|_{\ell^2 \rightarrow \ell^2} \leq \max_{i=1, \dots, N} \sigma_i^2. \quad (9)$$

Réciproquement, soit σ_i l’une des valeurs singulières de Hankel de M . Il existe donc un vecteur non-nul $X \in \mathbb{C}^N$ tel que $P Q X = \sigma_i^2 X$. On définit un élément de $\ell^2(\mathbb{N}; \mathbb{C}^N)$ par

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n := (M^*)^n Q X.$$

La suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifie $H_1 v = P Q X = \sigma_i^2 X$, ce qui montre que v n’est pas la suite nulle (il est clair de toute façon que v_0 est non-nul). Par ailleurs, on a $(Hv)_n = \sigma_i^2 M^n X$ pour tout n , et on trouve donc

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad (H^* H v)_n = \sum_{k \geq 0} (M^*)^{n+k} (\sigma_i^2 M^k X) = \sigma_i^2 (M^*)^n Q X = \sigma_i^2 v_n.$$

Les nombres σ_i^2 sont donc des valeurs propres de $H^* H$, ce qui montre qu’il y a en fait égalité entre les deux membres de l’inégalité (9). Comme, par ailleurs, on a $\|H\|_{\ell^2 \rightarrow \ell^2}^2 = \|H^* H\|_{\ell^2 \rightarrow \ell^2}$, on a bien montré que la norme d’opérateur de H est égale à la plus grande valeur singulière de Hankel de M . (Le lecteur aura remarqué qu’on a en fait montré que les valeurs propres strictement positives de $H^* H$ sont exactement les valeurs singulières de Hankel de M .) $\square$

Le Théorème 3 s’obtient en mettant bout-à-bout les Lemmes 2, 3 et 4. Pour une matrice $M \in \mathcal{F}$, l’inégalité (4) donne

$$\sum_{k \geq 0} \|M^k\| \leq 2N \max_{i=1, \dots, N} \sigma_i,$$

et il suffit donc de montrer l’inégalité (8) pour conclure. Les Lemmes 3 et 4 permettent de réécrire l’inégalité (8) comme $\|H\|_{\ell^2(\mathbb{N}) \rightarrow \ell^2(\mathbb{N})} \leq \|G\|_{\ell^2(\mathbb{Z}) \rightarrow \ell^2(\mathbb{Z})}$. Cette dernière inégalité est très simple à obtenir. En effet, soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ un élément de $\ell^2(\mathbb{N}; \mathbb{C}^N)$. On pose

$$\forall j \in \mathbb{Z}, \quad u_j := \begin{cases} 0 & \text{si } j > 0, \\ v_{-j} & \text{si } j \leq 0, \end{cases}$$

et on remarque que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $(Gu)_n = (Hv)_n$.

On a donc

$$\begin{aligned} \|Hv\|_{\ell^2(\mathbb{N})}^2 &= \sum_{n \geq 0} |(Gu)_n|^2 \leq \|Gu\|_{\ell^2(\mathbb{Z})}^2 \\ &\leq \|G\|_{\ell^2(\mathbb{Z}) \rightarrow \ell^2(\mathbb{Z})}^2 \|u\|_{\ell^2(\mathbb{Z})}^2 = \|G\|_{\ell^2(\mathbb{Z}) \rightarrow \ell^2(\mathbb{Z})}^2 \|v\|_{\ell^2(\mathbb{N})}^2, \end{aligned}$$

ce qui montre que l’inégalité (8) a lieu, et conclut la démonstration du Théorème 3. $\square$

On va voir dans les sections suivantes deux applications du Théorème 3 dans des domaines très distincts d’analyse numérique.

3 Résolution itérative de grands systèmes linéaires

3.1 Considérations générales

Les méthodes itératives de résolution d’un système linéaire

$$Ax = b, \quad A \in \text{GL}_N(\mathbb{C}), \quad b \in \mathbb{C}^N, \quad (10)$$

sont basées sur une décomposition de la matrice A en $A = B - C$. On écrit alors un schéma itératif de Picard (en supposant la matrice B inversible) :

$$x_{n+1} = B^{-1}(Cx_n + b), \quad n \in \mathbb{N}, \quad x_0 \in \mathbb{C}^N. \quad (11)$$

Les méthodes usuelles - par exemple celles de Jacobi, Gauss-Seidel, ou de sur-relaxation - sont exposées dans de nombreux ouvrages, voir notamment [1, 5, 25, 26]. D’un point de vue général, le schéma itératif (11) converge, indépendamment de la donnée initiale x_0 , vers l’unique solution de (10) si et seulement si $\rho(B^{-1}C) < 1$. Si l’on note x_∞ la limite de la suite $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, c’est-à-dire l’unique vecteur dans $\mathbb{C}^N$ vérifiant $Ax_\infty = b$, alors la suite des erreurs $e_n := x_n - x_\infty$ vérifie

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad e_n = (B^{-1}C)^n e_0.$$

En particulier, le rayon spectral $\rho(B^{-1}C)$ gouverne *asymptotiquement* le taux de convergence de la méthode itérative.

Pour une méthode itérative convergente, on sait qu’il existe une norme matricielle $\|\cdot\|_0$, subordonnée à une norme $|\cdot|_0$ sur $\mathbb{C}^N$, pour laquelle $\|B^{-1}C\|_0 < 1$, mais ce résultat a un intérêt pratique limité. En effet, la suite des erreurs $(e_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifie l’estimation

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad |e_n|_0 \leq \|B^{-1}C\|_0^n |e_0|_0,$$

Résolvante, stabilité et applications

mais on est surtout intéressé par le comportement de la norme $|e_n|$, ou tout au moins d'une norme fixe aisément calculable. Il y a certes équivalence entre la norme $|\cdot|_0$ et la norme hermitienne $|\cdot|$ mais les constantes d'équivalence peuvent être très grandes. Il devient alors malaisé de prédire, pour un paramètre de tolérance $\varepsilon > 0$ donné, le rang à partir duquel on a $|e_n| \leq \varepsilon$ pour tout n et où on peut donc arrêter l'itération.

Si on ne considère que la norme subordonnée à la norme hermitienne, on obtient l'estimation

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad |e_n| \leq \|(B^{-1}C)^n\| |e_0|, \quad (12)$$

et on peut alors chercher à déterminer un critère d'arrêt pour la méthode itérative. Pour un paramètre de tolérance $\varepsilon > 0$ donné, on cherche un entier n au-delà duquel on a $\|(B^{-1}C)^n\| |e_0| \leq \varepsilon$. On voit bien à ce moment l'utilité des estimations démontrées à la partie précédente : le comportement des normes $\|(B^{-1}C)^n\|$ dépend très fortement du caractère "normal" de la matrice $B^{-1}C$, voir par exemple [30, chapitre 16]. Dans les estimations de la section précédente, on quantifie la "non-normalité" de la matrice $B^{-1}C$ en estimant la résolvante de cette matrice sur le cercle unité⁹ et on obtient une estimation des puissances $\|(B^{-1}C)^n\|$ qui tient compte de cet éventuel défaut de normalité. Par exemple, l'estimation (3) donne (en choisissant le paramètre $\delta := 1/(2C_2)$ avec les notations de la Section 2) :

$$\|(B^{-1}C)^n\| \leq 2N\mathbf{C} \frac{(1 - 1/(2\mathbf{C}))^{n+1}}{n+1}, \quad \mathbf{C} := \sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(zI - B^{-1}C)^{-1}\|. \quad (13)$$

Il convient donc, au pire, d'arrêter la méthode itérative au rang n_ε vérifiant

$$\frac{(1 - 1/(2\mathbf{C}))^{n_\varepsilon+1}}{n_\varepsilon + 1} \leq \frac{\varepsilon}{2N\mathbf{C}|e_0|}.$$

Il s'agit d'un critère d'arrêt *a priori*, c'est-à-dire qu'il ne requiert pas l'évaluation de la norme $|e_n|$ à chaque étape de l'itération (11).

3.2 Modélisation des erreurs d'arrondi

Quand on implémente la méthode itérative (11), il est bien sûr illusoire d'espérer résoudre exactement la suite de vecteurs $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifiant (11). Dans la pratique, chaque étape est entachée d'une "erreur d'arrondi", c'est-à-dire qu'on remplace (11) par

$$x_{n+1} = B^{-1}(Cx_n + b) + \varepsilon_n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad x_0 \in \mathbb{C}^N. \quad (14)$$

⁹Pour une matrice M normale, c'est-à-dire diagonalisable dans une base orthonormée de $\mathbb{C}^N$, on a $\sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(zI - M)^{-1}\| = 1/(1 - \rho(M))$ et tout se ramène à l'estimation du rayon spectral de M .

où, pour tout entier n , ε_n est un "petit" vecteur qui incorpore toutes les erreurs faites dans le calcul du vecteur x_{n+1} (dont on voudrait qu'il soit aussi proche que possible du vecteur $B^{-1}(Cx_n + b)$). Comme cela est expliqué dans [1, page 429], la question est de savoir si l'accumulation de ces erreurs d'arrondi n'entâche pas trop fortement le résultat final du calcul. Le Théorème 3 permet de modifier légèrement le résultat de [1, Lemme 13.1.28] en ne considérant que la norme hermitienne et donc, là encore, de fournir un critère d'arrêt *a priori*. Plus précisément, on obtient le résultat suivant comme corollaire immédiat du Théorème 3.

Lemme 5. Soit $A \in \text{GL}_N(\mathbb{C})$ une matrice admettant une décomposition $A = B - C$, avec $B \in \text{GL}_N(\mathbb{C})$ et $B^{-1}C$ de rayon spectral strictement inférieur à 1. Alors l'itération (14) vérifie

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad |x_n - x_\infty| \leq 2N\mathbf{C} \left(\frac{(1 - 1/(2\mathbf{C}))^{n+1}}{n+1} |x_0 - x_\infty| + \sup_{0 \leq k \leq n-1} |\varepsilon_k| \right),$$

où l'on a noté x_∞ l'unique solution du système linéaire $Ax = b$ et $\mathbf{C}$ désigne la quantité $\sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(zI - B^{-1}C)^{-1}\|$.

Démonstration du Lemme 5. On reprend, presque mot pour mot, la démonstration du Lemme 13.1.28 de [1]. L'itération (14) conduit à la relation

$$x_n - x_\infty = (B^{-1}C)^n (x_0 - x_\infty) + \sum_{k=0}^{n-1} (B^{-1}C)^k \varepsilon_{n-1-k},$$

et l'inégalité trinagulaire donne

$$|x_n - x_\infty| \leq \|(B^{-1}C)^n\| |x_0 - x_\infty| + \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \|(B^{-1}C)^k\| \right) \sup_{0 \leq k \leq n-1} |\varepsilon_k|.$$

On applique alors l'estimation (13) pour borner la norme $\|(B^{-1}C)^n\|$ et le Théorème 3 pour borner la somme des normes $\|(B^{-1}C)^k\|$. $\square$

Concrètement, si on dispose d'un algorithme fonctionnant avec une précision ε donnée, alors l'itération (14) a lieu avec des erreurs ε_k à chaque étape qui vérifient $|\varepsilon_k| \leq \varepsilon$ pour tout k . Si on souhaite aboutir à une solution approchée du système linéaire (10) avec une précision α donnée ($\alpha \gg \varepsilon$), on déduit du Lemme 5 que l'accumulation des erreurs numériques peut devenir un facteur limitant dès que la quantité $2N\mathbf{C}\varepsilon$ devient supérieur à α .

Voyons ce que cela donne sur le sempiternel exemple issu de la discrétisation du Laplacien avec conditions aux limites de Dirichlet sur l'intervalle $[0, 1]$. On

Résolvante, stabilité et applications

s'intéresse dans ce cas à la matrice symétrique définie positive

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

La méthode itérative de Gauss-Seidel revient à décomposer A sous la forme $A = B - C$ avec

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Les valeurs propres de la matrice A sont les nombres (voir par exemple [25, chapitre 11] pour le détail des calculs, qui sont vraiment élémentaires)

$$4 \sin^2 \left(\frac{j \pi}{2(N+1)} \right), \quad j = 1, \dots, N,$$

et les valeurs propres de la matrice $B^{-1}C$ se calculent également aux moyens de résultats généraux sur les matrices tridiagonales (voir par exemple [26, chapitre 12]). Ces valeurs propres sont, dans le cas où N est pair :

$$\mu_j := \cos^2 \left(\frac{j \pi}{N+1} \right), \quad j = 1, \dots, N/2,$$

avec multiplicité 1 chacune, et 0 avec multiplicité $N/2$. Le rayon spectral de $B^{-1}C$ est donc égal à $\mu_1 < 1$ et la méthode itérative (11) converge. Pour N grand, c'est-à-dire pour un grand nombre de points de discrétisation du Laplacien, on obtient

$$\frac{1}{1 - \rho(B^{-1}C)} = \frac{(N+1)^2}{\pi^2} + O(1).$$

Le noyau de $B^{-1}C$ coïncide avec celui de C , et donc est de dimension 1. Cela indique que $B^{-1}C$ est très loin d'être une matrice normale car elle possède un bloc de Jordan de taille $N/2$ (un très grand bloc donc). On peut donc craindre que l'estimation de la résolvante de $B^{-1}C$ sur le cercle unité diffère sensiblement de la quantité $(1 - \rho(B^{-1}C))^{-1}$. Fort heureusement, il n'en est rien comme on le voit dans le résultat suivant.

Lemme 6. Les matrices B et C définies par (15) vérifient

$$\sup_{z \in \mathbb{S}^1} \|(zI - B^{-1}C)^{-1}\| \leq \frac{3}{2(1 - \cos(\pi/(N+1)))} = \frac{3(N+1)^2}{\pi^2} + O(1).$$

Démonstration du Lemme 6. Soit $z = e^{i\theta} \in \mathbb{S}^1$ et soit $w := e^{i\theta/2}$. On définit les deux matrices unitaires

$$Q(\theta) := \text{diag}(w, w^2, \dots, w^N), \quad Q(-\theta) := \text{diag}(\bar{w}, \bar{w}^2, \dots, \bar{w}^N).$$

Pour $Y \in \mathbb{C}^N$, on note X l’unique solution du système linéaire $(zI - B^{-1}C)X = Y$. Comme $B = 2I - C^T$, on voit que X satisfait

$$\left(zI - \frac{z}{2}C^T - \frac{1}{2}C\right)X = \left(I - \frac{1}{2}C^T\right)Y,$$

ou encore

$$Q(-\theta) \left(zI - \frac{z}{2}C^T - \frac{1}{2}C\right) Q(\theta) Q(-\theta)X = Q(-\theta) \left(I - \frac{1}{2}C^T\right)Y.$$

On calcule sans trop de peine

$$Q(-\theta) \left(zI - \frac{z}{2}C^T - \frac{1}{2}C\right) Q(\theta) = \frac{w}{2} (2(w-1)I + A),$$

et donc le vecteur X satisfait la relation

$$w Q(-\theta)X = (2(w-1)I + A)^{-1} Q(-\theta)(2I - C^T)Y.$$

En passant aux normes de part et d’autre de cette égalité, on obtient

$$|X| \leq \|(2(w-1)I + A)^{-1}\| \|2I - C^T\| |Y|. \quad (16)$$

Il est clair que C et C^T sont de norme 1, et donc $\|2I - C^T\| \leq 3$ par l’inégalité triangulaire. De plus, $2(w-1)I + A$ étant une matrice normale dont les valeurs propres sont

$$2 \left(w - \cos \frac{j\pi}{N+1}\right), \quad j = 1, \dots, N,$$

on obtient

$$\|(2(w-1)I + A)^{-1}\| \leq \frac{1}{2(1 - \cos(\pi/(N+1)))}.$$

Le résultat du Lemme 6 s’obtient en prenant dans (16) le supremum en Y puis en z . $\square$

Résolvante, stabilité et applications

Pour l’itération de Gauss-Seidel de la matrice du Laplacien, on voit que le facteur $2N$ dans l’estimation du Lemme 5 se comporte grosso modo comme N^3 . Si l’on considère une précision machine de l’ordre de $\varepsilon = 10^{-16}$ et si l’on désire atteindre une précision de l’ordre de 10^{-7} , il n’est pas clair qu’on puisse raffiner au-delà de 10^3 points sans que l’accumulation des erreurs d’arrondi entache le calcul d’une trop grande imprécision. Néanmoins, la matrice $B^{-1}C$ n’est certes pas normale, mais on a vu au Lemme 6 que son défaut de normalité est indolore par rapport à l’estimation de sa résolvante. On peut donc légitimement espérer que le facteur N dans l’estimation du Lemme 5 soit superflu et que la somme des normes

$$\sum_{k \geq 0} \|(B^{-1}C)^k\|$$

soit exactement d’ordre N^2 quand N devient grand. Cela indiquerait qu’on pourrait prendre de l’ordre de 10^5 points de discrétisation et obtenir une précision d’ordre 10^{-6} dans la résolution du système (10) malgré l’accumulation des erreurs d’arrondi.

Le lecteur trouvera dans [30, chapitres 24 et 25] de plus amples informations sur l’importance de la non-normalité sur la convergence des méthodes itératives de résolution de grands systèmes linéaires. La référence [13, chapitre 17] propose des inégalités semblables à celles discutées ici pour la prise en compte des erreurs d’arrondi. Une étude plus approfondie devrait par ailleurs prendre en compte les erreurs dûes aux éventuelles opérations élémentaires dans le calcul de $B^{-1}C x_n$ mais on ne poussera pas plus loin cette étude. Passons maintenant à une application du Théorème 3 impliquant des matrices de taille fixe.

4 Problèmes aux limites hyperboliques discrets

4.1 Une brève introduction

Les systèmes d’équations aux dérivées partielles hyperboliques interviennent dans la modélisation de nombreux phénomènes physiques : la mécanique des fluides, l’électromagnétisme, l’élastodynamique etc. On renvoie par exemple à [8] pour une présentation historique et de nombreuses références. On s’intéresse ici à un problème très simple qui consiste en un système linéaire posé sur une demi-droite et qui ne nécessite pas de conditions au bord. Concrètement, on s’intéresse au problème

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + A \frac{\partial u}{\partial x} = F(t, x), & (t, x) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+, \\ u(0, x) = f(x), & x \in \mathbb{R}^+, \end{cases} \quad (17)$$

où $A \in \mathcal{M}_N(\mathbb{R})$ est une matrice diagonalisable dont toutes les valeurs propres sont strictement négatives¹⁰. On note $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ les valeurs propres de A et $e_1, \dots, e_N$ une famille de vecteurs propres engendrant $\mathbb{R}^N$. On décompose les termes sources et la solution sur la base des e_i :

$$F(t, x) = \sum_{i=1}^N F_i(t, x) e_i, \quad f(x) = \sum_{i=1}^N f_i(x) e_i, \quad u(t, x) = \sum_{i=1}^N u_i(t, x) e_i,$$

ce qui permet d’écrire le système (17) sous la forme équivalente

$$\forall i = 1, \dots, N, \quad \begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \lambda_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = F_i(t, x), & (t, x) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+, \\ u_i(0, x) = f_i(x), & x \in \mathbb{R}^+. \end{cases}$$

La méthode dite des caractéristiques permet de résoudre chacune de ces équations en remarquant qu’une solution u_i doit nécessairement vérifier la relation

$$\frac{d}{dt} [u_i(t, x + \lambda_i t)] = F_i(t, x + \lambda_i t).$$

En intégrant, on obtient une formule explicite pour chacune des composantes u_i de la solution u :

$$\forall (t, x) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+, \quad u(t, x) = \sum_{i=1}^N \left(f_i(x - \lambda_i t) + \int_0^t F_i(s, x - \lambda_i(t-s)) ds \right) e_i. \quad (18)$$

Remarquons que cette formule définit bien une solution car $\lambda_i < 0$ et donc on évalue bien les fonctions f_i, F_i en des points de leur domaine de définition. (Ce ne serait plus vrai dans le cas $\lambda_i > 0$ et il faudrait prescrire la trace de u_i en $x = 0$ pour pouvoir déterminer u_i dans tout le quart d’espace $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$.)

Le but que l’on se fixe maintenant est d’approcher, au moyen d’un schéma numérique, la solution de (17). Cela peut sembler inutile puisque l’on dispose de la formule (18) pour la solution de (17) mais il faut comprendre qu’une telle formule n’existe plus dès qu’on passe à des problèmes en dimension supérieure. Comprendre les schémas numériques en dimension un d’espace est donc une étape cruciale en vue du calcul de solutions inaccessibles d’un point de vue analytique.

Soient donc $\Delta x > 0$, respectivement $\Delta t > 0$, un pas d’espace, respectivement de temps, c’est-à-dire deux petits paramètres destinés *in fine* à tendre vers 0. On suppose que ces paramètres sont choisis de telle sorte que leur rapport $\lambda := \Delta t / \Delta x$ est constant. (Dans le jargon hyperbolicien, ce nombre est appelé paramètre de Courant, Friedrichs et Lewy.) On va approcher la solution u de

¹⁰La diagonalisabilité de A est une condition nécessaire et suffisante (dite d’hyperbolicité) pour que le problème de Cauchy sur la droite $\mathbb{R}$ soit bien-posé dans $L^2(\mathbb{R})$.

Résolvante, stabilité et applications

(17) par une fonction en escaliers U constante sur chaque maille $[n \Delta t, (n + 1) \Delta t[\times [j \Delta x, (j + 1) \Delta x[$, $n, j \in \mathbb{N}$:

$$U(t, x) := U_j^n \quad \text{pour } (t, x) \in [n \Delta t, (n + 1) \Delta t[\times [j \Delta x, (j + 1) \Delta x[.$$

Supposons pour simplifier que la donnée initiale f dans (17) est nulle, de sorte qu’il est légitime d’initialiser le calcul des (U_j^n) en posant

$$\forall j \in \mathbb{N}, \quad U_j^0 := 0.$$

On cherche maintenant une formule de récurrence qui fait passer de la suite $(U_j^n)_{j \in \mathbb{N}}$ à la suite $(U_j^{n+1})_{j \in \mathbb{N}}$. Il existe de très nombreux moyens, tous pertinents par rapport à l’équation (17), pour calculer une telle approximation. On ne détaillera pas ici tel schéma ou tel autre, mais on adoptera plutôt un point de vue général en supposant que le passage de la suite $(U_j^n)_{j \in \mathbb{N}}$ à la suite $(U_j^{n+1})_{j \in \mathbb{N}}$ se fait au moyen d’une formule du type

$$U_j^{n+1} = \sum_{\ell=-r}^p A_\ell U_{j+\ell}^n + \Delta t F(n \Delta t, j \Delta x), \quad (19)$$

où les entiers r, p et les matrices $A_{-r}, \dots, A_p$ sont fixes. Ces dernières sont autorisées à dépendre du paramètre λ mais pas du pas de temps Δt (qu’on garde comme petit paramètre libre, Δx étant calculé par la relation $\Delta x = \Delta t / \lambda$). Les deux exemples les plus simples de tels schémas sont

Le schéma de Lax-Friedrichs : $p = r = 1$, $A_{\pm 1} := \frac{1}{2} (I \mp \lambda A)$, $A_0 := 0$,

Le schéma décentré amont : $r = 0, p = 1$, $A_0 := I + \lambda A$, $A_1 := -\lambda A$,

le deuxième n’étant pertinent que lorsque les valeurs propres de A sont négatives, ce qui est le cas envisagé ici.

La formule de récurrence (19) n’a de sens que pour $j \geq r$ car la suite (U_j^n) est indexée par $j \in \mathbb{N}$. Il faut donc prescrire autrement les valeurs de $U_0^{n+1}, \dots, U_{r-1}^{n+1}$, et comme l’équation aux dérivées partielles qu’on cherche à approcher ne fournit pas aisément un moyen de prescrire la trace de u , on peut se contenter, dans un premier temps, de ne rien faire et imposer

$$U_0^{n+1} = \dots = U_{r-1}^{n+1} := 0. \quad (20)$$

Partant de la condition initiale nulle ($U_j^0 = 0$ pour tout j), la question est maintenant de savoir si les formules (19), (20) conduisent à une bonne approximation U de la solution u de (17) lorsque le pas de temps Δt tend vers 0.

4.2 Le cas des schémas décentrés amont

On s'intéresse spécifiquement ici au cas $r = 0$, c'est-à-dire que la condition au bord numérique (20) disparaît. On dit que le schéma est décentré "amont" car on va chercher l'information en "remontant" les caractéristiques (qui ici vont de la droite vers la gauche donc on décentre vers la droite). Pour savoir si le schéma (19) fournit une bonne approximation de la solution u , on commence par chercher à vérifier que le schéma est stable ou, autrement dit, qu'il n'amplifie pas les éventuelles petites erreurs d'approximation des termes source. Dans le contexte des problèmes aux limites hyperboliques discrets, différentes notions de stabilité ont été proposées dans [15] puis [11]. On reprend ici la Définition 3.2 de [11] :

Définition 1 (Stabilité [11]). *Le schéma*

$$\begin{cases} U_j^{n+1} = \sum_{\ell=0}^p A_\ell U_{j+\ell}^n + \Delta t F_j^n, & j, n \in \mathbb{N}, \\ U_j^0 = 0, & j \in \mathbb{N}, \end{cases} \quad (21)$$

est dit stable s'il existe une constante C_1 telle que pour tout $\gamma > 0$ et pour tout $\Delta t \in]0, 1]$, la solution (U_j^n) de (21) vérifie :

$$\frac{\gamma}{\gamma \Delta t + 1} \sum_{j, n \in \mathbb{N}} \Delta t \Delta x e^{-2\gamma n \Delta t} |U_j^n|^2 \leq C_1 \frac{\gamma \Delta t + 1}{\gamma} \sum_{j, n \in \mathbb{N}} \Delta t \Delta x e^{-2\gamma(n+1)\Delta t} |F_j^n|^2. \quad (22)$$

Remarquons que le schéma (21) ne fait pas intervenir de conditions aux limites numériques, et on ne demande donc pas dans l'inégalité (22) de contrôler la trace de la suite (U_j^n) : on estime la solution dans le même espace que les données, ici la suite (F_j^n) . La Définition 3.3 de [11] traite le cas $r > 0$ avec des conditions aux limites inhomogènes, et requiert le contrôle de la trace (il s'agit donc d'une notion plus forte que celle considérée ici).

On reconnaît dans (22) des normes L^2 en (t, x) de fonctions en escaliers, et il n'est donc pas étonnant qu'on puisse, via le théorème de Plancherel et une utilisation appropriée du théorème de Paley-Wiener, ramener l'étude de la stabilité de (21) à une propriété de résolubilité de l'équation résolvante associée :

$$W_j - \frac{1}{z} \sum_{\ell=0}^p A_\ell W_{j+\ell} = F_j, \quad j \geq 0. \quad (23)$$

Plus précisément, on a le résultat suivant :

Théorème 4 (Gustafsson, Kreiss et Sundström [11]). *Le schéma (21) est stable si et seulement s'il existe une constante $C_2 > 0$ telle que pour tout $z \in \mathcal{U}$ et pour tout $(F_j) \in \ell^2(\mathbb{N}; \mathbb{C}^N)$, il existe une unique solution $(W_j) \in \ell^2(\mathbb{N}; \mathbb{C}^N)$ de (23) et cette*

Résolvante, stabilité et applications

solution satisfait l'estimation :

$$\frac{|z|-1}{|z|} \sum_{j \geq 0} |W_j|^2 \leq C_2 \frac{|z|}{|z|-1} \sum_{j \geq 0} |F_j|^2.$$

Le lecteur intéressé trouvera dans [7] une démonstration détaillée de ce résultat, y compris dans des situations plus générales que le cas traité ici. On se propose désormais de démontrer, au moyen des résultats de la Section 2, le résultat suivant :

Théorème 5. *Supposons que les matrices $A_0, \dots, A_p$ vérifient :*

– *Il existe une constante $C > 0$ telle que pour tout $\kappa \in \mathbb{S}^1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a*

$$\left\| \left(\sum_{\ell=0}^p \kappa^\ell A_\ell \right)^n \right\| \leq C.$$

– *Le rayon spectral de A_0 est strictement plus petit que 1.*

Alors le schéma (21) est stable au sens de la définition 1.

La première hypothèse du Théorème 5 assure la stabilité du schéma numérique (21) sur toute la droite réelle, c'est-à-dire si l'on remplace $j \in \mathbb{N}$ par $j \in \mathbb{Z}$. Le Théorème 1 assure que cette condition est équivalente à supposer une borne sur la résolvante de la matrice¹¹

$$\sum_{\ell=0}^p \kappa^\ell A_\ell.$$

On utilisera d'ailleurs le Théorème 1 dans la démonstration du Lemme 8 ci-dessous. La seconde hypothèse peut sembler un peu plus technique. Elle revient à dire que le bord numérique est "non-caractéristique" pour l'équation résolvante.

Démonstration du Théorème 5. La seconde hypothèse du Théorème 5 va nous permettre de réécrire l'équation résolvante (23) sous la forme d'une récurrence du premier ordre. Plus précisément, on définit les matrices

$$\begin{aligned} \mathbb{A}_0(z) &:= I - \frac{1}{z} A_0, \\ \forall \ell = 1, \dots, p, \quad \mathbb{A}_\ell(z) &:= -\frac{1}{z} A_\ell. \end{aligned}$$

Pour $z \in \mathcal{U}$, la matrice $\mathbb{A}_0(z)$ est inversible et on peut donc écrire (23) sous la forme équivalente

$$\forall j \in \mathbb{N}, \quad \begin{pmatrix} W_j \\ \vdots \\ W_{j+p-1} \end{pmatrix} = \mathbb{M}(z) \begin{pmatrix} W_{j+1} \\ \vdots \\ W_{j+p} \end{pmatrix} + \mathcal{F}_j(z), \quad (24)$$

¹¹Que cette matrice ait un rayon spectral plus petit ou égal à 1 est une condition nécessaire, et parfois suffisante, de stabilité connue sous le nom de condition de von Neumann.

où l'on a introduit les notations

$$\forall z \in \mathcal{U}, \quad \mathbb{M}(z) := \begin{pmatrix} -\mathbb{A}_0(z)^{-1} \mathbb{A}_1(z) & \dots & \dots & -\mathbb{A}_0(z)^{-1} \mathbb{A}_p(z) \\ I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & I & 0 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

$$\mathcal{F}_j(z) := \begin{pmatrix} \mathbb{A}_0(z)^{-1} F_j \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

On commence par établir une propriété fondamentale de la matrice $\mathbb{M}(z)$:

Lemme 7 (Kreiss [15]). *Sous les hypothèses du Théorème 5, la matrice $\mathbb{M}(z)$ est de rayon spectral strictement plus petit que 1 pour tout $z \in \mathcal{U}$.*

Démonstration du Lemme 7. Par définition des matrices $\mathbb{A}_0(z), \dots, \mathbb{A}_p(z)$, on voit que

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \mathbb{A}_0(z) = I, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \mathbb{A}_\ell(z) = 0 \quad \text{si } \ell = 1, \dots, p.$$

Ainsi $\mathbb{M}(z)$ tend vers la matrice nilpotente

$$\begin{pmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 \\ I & \ddots & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & I & 0 \end{pmatrix}$$

quand z tend vers l'infini. Par continuité de $\mathbb{M}$ et connexité de l'ensemble $\mathcal{U}$, il suffit donc de montrer que pour tout $z \in \mathcal{U}$, $\mathbb{M}(z)$ n'a aucune valeur propre sur $\mathbb{S}^1$. Raisonnons par l'absurde et supposons qu'il existe $z \in \mathcal{U}$ et $\kappa \in \mathbb{S}^1$ valeur propre de $\mathbb{M}(z)$. On se donne un vecteur propre $X \in \mathbb{C}^{Np}$, que l'on décompose sous la forme

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_p \end{pmatrix}, \quad X_1, \dots, X_p \in \mathbb{C}^N.$$

Ces vecteurs vérifient les relations

$$\forall \ell = 1, \dots, p, \quad X_\ell = \kappa^{p-\ell} X_p, \quad \left(\sum_{\ell=0}^p \kappa^{p-\ell} \mathbb{A}_\ell(z) \right) X_p = 0.$$

Résolvante, stabilité et applications

Le vecteur X_p est nécessairement non-nul et on a

$$\left(\sum_{\ell=0}^p \bar{\kappa}^\ell A_\ell \right) X_p = z X_p,$$

ce qui est manifestement en contradiction avec la première hypothèse du Théorème 5 car z serait une valeur propre de module strictement plus grand que 1 de la matrice $\sum_{j=0}^p \bar{\kappa}^\ell A_\ell$. On a donc bien démontré le Lemme 7. $\square$

Comme $\mathbb{M}(z)$ est de rayon spectral strictement plus petit que 1, la récurrence (24) possède une unique solution dans ℓ^2 et cette solution est donnée par la formule :

$$\forall j \in \mathbb{N}, \quad \begin{pmatrix} W_j \\ \vdots \\ W_{j+p-1} \end{pmatrix} = \sum_{\ell=0}^{+\infty} \mathbb{M}(z)^\ell \mathcal{F}_{j+\ell}(z). \quad (26)$$

En effet, les normes $\|\mathbb{M}(z)^k\|$ décroissent géométriquement donc la formule ci-dessus définit bien une suite, et cette suite satisfait (24). L'appartenance à l'espace ℓ^2 est un cas particulier de l'inégalité de Young pour le produit de convolution. Plus précisément, on a

$$\begin{aligned} \sum_{j \geq 0} |W_j|^2 &\leq \sum_{j \geq 0} |W_j|^2 + \dots + |W_{j+p-1}|^2 \\ &\leq \sum_{j \geq 0} \left(\sum_{\ell=0}^{+\infty} \|\mathbb{M}(z)^\ell\| |\mathcal{F}_{j+\ell}(z)| \right)^2 \\ &\leq \sum_{j \geq 0} \left(\sum_{\ell=0}^{+\infty} \|\mathbb{M}(z)^\ell\| \right) \left(\sum_{\ell=0}^{+\infty} \|\mathbb{M}(z)^\ell\| |\mathcal{F}_{j+\ell}(z)|^2 \right) \\ &\leq \left(\sum_{\ell=0}^{+\infty} \|\mathbb{M}(z)^\ell\| \right)^2 \sum_{j \geq 0} |\mathcal{F}_j(z)|^2, \end{aligned} \quad (27)$$

où on a utilisé l'inégalité de Cauchy-Schwarz dans ℓ^2 puis le Théorème de Fubini.

Comme A_0 n'a pas de valeur propre dans $\bar{\mathcal{U}}$, on peut majorer uniformément la norme de $A_0(z)^{-1}$ sur $\mathcal{U}$ (et même sur $\bar{\mathcal{U}}$). La définition (25) du vecteur $\mathcal{F}_j(z)$ permet de simplifier (27) en

$$\sum_{j \geq 0} |W_j|^2 \leq C \left(\sum_{\ell=0}^{+\infty} \|\mathbb{M}(z)^\ell\| \right)^2 \sum_{j \geq 0} |F_j|^2,$$

où la constante C est indépendante de z . Pour appliquer le Théorème 4 et conclure la démonstration du Théorème 5, on voit qu'il suffit d'obtenir une estimation de la somme des normes $\|\mathbb{M}(z)^\ell\|$. C'est ici que le Théorème 3 rentre

en jeu car on peut sans difficulté majeure estimer la résolvante de $\mathbb{M}(z)$ sur le cercle unité.

Lemme 8 (Gustafsson, Kreiss et Sundström [11]). *Sous les hypothèses du Théorème 5, il existe une constante $C > 0$ telle que pour tout $z \in \mathcal{U}$, la matrice $\mathbb{M}(z)$ vérifie*

$$\sup_{\kappa \in \mathbb{S}^1} \|(\mathbb{M}(z) - \kappa I)^{-1}\| \leq C \frac{|z|}{|z| - 1}.$$

Comme expliqué ci-dessus, les résultats combinés du Lemme 8 et du Théorème 3 montrent que le schéma (21) est stable au sens de la définition 1. On s’attache donc pour finir à démontrer le Lemme 8.

Démonstration du Lemme 8. La première hypothèse du Théorème 5 indique que la famille de matrices $\{\sum_{j=0}^p \kappa^j A_j, \kappa \in \mathbb{S}^1\}$ est de puissances uniformément bornées. Le Théorème 1, dans son sens facile, implique qu’il existe une constante $C > 0$, indépendante de $z \in \mathcal{U}$ et $\kappa \in \mathbb{S}^1$, telle que

$$\left\| \left(z I - \sum_{\ell=0}^p \kappa^\ell A_\ell \right)^{-1} \right\| \leq \frac{C}{|z| - 1}. \quad (28)$$

Soient maintenant $z \in \mathcal{U}$, $\kappa \in \mathbb{S}^1$ et $b \in \mathbb{C}^{Np}$. On note $x \in \mathbb{C}^{Np}$ l’unique solution du système linéaire $(\mathbb{M}(z) - \kappa I)x = b$. Avec des notations évidentes pour la décomposition par blocs des vecteurs de $\mathbb{C}^{Np}$, on obtient les formules

$$\forall \ell = 1, \dots, p-1, \quad x_\ell = \kappa^{p-\ell} x_p + \sum_{j=\ell+1}^p \kappa^{j-\ell-1} b_j, \quad (29)$$

$$\left(I - \frac{\kappa^p}{z} \sum_{\ell=0}^p \kappa^\ell A_\ell \right) x_p = -\tilde{b}(\kappa, z),$$

où le vecteur $\tilde{b}(\kappa, z)$ est défini par

$$\tilde{b}(\kappa, z) := \sum_{\ell=1}^{p-1} \mathbb{A}_\ell(z) \sum_{j=\ell+1}^p \kappa^{j-\ell-1} b_{\ell-j} + \mathbb{A}_0(z) \sum_{j=1}^p \kappa^{j-1} b_j.$$

Pour $z \in \mathcal{U}$ et $\kappa \in \mathbb{S}^1$, on a une estimation uniforme

$$|\tilde{b}(\kappa, z)| \leq C_0 |b|,$$

car les matrices $\mathbb{A}_\ell(z)$ sont bornées sur $\mathcal{U}$. L’estimation (28) fournit donc la borne

$$|x_p| \leq C \frac{|z|}{|z| - 1} |b|,$$

et les autres composantes du vecteur x s’estiment ensuite par les relations (29). $\square$

□

Un principe de base, donc très souvent vérifié, de l’analyse numérique est que la convergence d’une méthode est basée sur sa stabilité et sa consistance. Pour les problèmes aux limites hyperboliques discrets, la stabilité est toujours le point le plus difficile à démontrer. La convergence s’obtient en suivant les arguments de Gustafsson [9] qu’on ne détaillera pas ici.

4.3 Pour aller plus loin

Les systèmes d’équations aux dérivées partielles hyperboliques pour lesquels les valeurs propres de A sont toutes négatives sont rares. Dans la plupart des problèmes issus de la physique, certaines valeurs propres de A sont positives et il faut adjoindre au système (17) un nombre adéquat de conditions au bord. Pour une dimension d’espace quelconque, la caractérisation des conditions aux limites conduisant à un problème aux limites

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{j=1}^d A_j \frac{\partial u}{\partial x_j} = F(t, x), (t, x_1, \dots, x_{d-1}, x_d) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^{d-1} \times \mathbb{R}^+, \\ B u(t, x_1, \dots, x_{d-1}, 0) = g(t, x_1, \dots, x_{d-1}), (t, x_1, \dots, x_{d-1}) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^{d-1}, \\ u(0, x) = f(x), x \in \mathbb{R}^{d-1} \times \mathbb{R}^+, \end{cases}$$

bien-posé - dans un cadre fonctionnel convenable - est (encore !) un résultat de Kreiss [16], voir également Sakamoto [23, 24]. Les résultats de Kreiss sont exposés de manière détaillée dans [2, chapitre 4]. La démonstration des résultats analogues pour les équations discrétisées reste un problème encore largement ouvert. Même si le cas des problèmes unidimensionnels est globalement bien compris¹², les problèmes multidimensionnels n’ont été abordés que par Michelson [19] sous des hypothèses assez contraignantes. Il reste donc encore beaucoup à faire.

Bibliographie

- [1] G. Allaire. *Analyse numérique et optimisation*. Editions de l’Ecole Polytechnique, 2005.
- [2] S. Benzoni-Gavage and D. Serre. *Multidimensional hyperbolic partial differential equations*. Oxford Mathematical Monographs. Oxford University Press, 2007.
- [3] P. Borwein and T. Erdélyi. Sharp extensions of Bernstein’s inequality to rational spaces. *Mathematika*, 43(2) :413–423 (1997), 1996.

¹²On renvoie par exemple à [7] pour un état de l’art que l’auteur espère le plus complet possible.

- [4] S. Boyd and J. Doyle. Comparison of peak and RMS gains for discrete-time systems. *Systems Control Lett.*, 9(1) :1–6, 1987.
- [5] P. G. Ciarlet. *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*. Collection Mathématiques Appliquées pour la Maîtrise. Masson, 1982.
- [6] J. B. Conway. *A course in functional analysis*. Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, 1990.
- [7] J.-F. Coulombel. Stability of finite difference schemes for hyperbolic initial boundary value problems. In *HCDTE Lecture Notes. Part I. Nonlinear Hyperbolic PDEs, Dispersive and Transport Equations*, pages 97–225. American Institute of Mathematical Sciences (AIMS), 2013.
- [8] C. M. Dafermos. *Hyperbolic conservation laws in continuum physics*, volume 325 of *Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften*. Springer-Verlag, 2010.
- [9] B. Gustafsson. The convergence rate for difference approximations to mixed initial boundary value problems. *Math. Comp.*, 29(130) :396–406, 1975.
- [10] B. Gustafsson, H.-O. Kreiss, and J. Oliger. *Time dependent problems and difference methods*. Pure and Applied Mathematics. John Wiley & Sons Inc., 1995.
- [11] B. Gustafsson, H.-O. Kreiss, and A. Sundström. Stability theory of difference approximations for mixed initial boundary value problems. II. *Math. Comp.*, 26(119) :649–686, 1972.
- [12] B. Helffer and J. Sjöstrand. From resolvent bounds to semigroup bounds. Disponible sur <http://arxiv.org/abs/1001.4171>, 2010.
- [13] N. J. Higham. *Accuracy and stability of numerical algorithms*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), second edition, 2002.
- [14] H.-O. Kreiss. Über die Stabilitätsdefinition für Differenzengleichungen die partielle Differentialgleichungen approximieren. *Nordisk Tidskr. Informations-Behandling*, 2 :153–181, 1962.
- [15] H.-O. Kreiss. Stability theory for difference approximations of mixed initial boundary value problems. I. *Math. Comp.*, 22 :703–714, 1968.
- [16] H.-O. Kreiss. Initial boundary value problems for hyperbolic systems. *Comm. Pure Appl. Math.*, 23 :277–298, 1970.
- [17] R. J. LeVeque and L. N. Trefethen. On the resolvent condition in the Kreiss matrix theorem. *BIT*, 24(4) :584–591, 1984.
- [18] C. Lubich and O. Nevanlinna. On resolvent conditions and stability estimates. *BIT*, 31(2) :293–313, 1991.
- [19] D. Michelson. Stability theory of difference approximations for multidimensional initial-boundary value problems. *Math. Comp.*, 40(161) :1–45, 1983.

Résolvante, stabilité et applications

- [20] N. K. Nikolski. *Operators, functions, and systems : an easy reading. Vol. 1. Mathematical Surveys and Monographs.* American Mathematical Society, 2002.
- [21] A. Pazy. *Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations.* Applied Mathematical Sciences. Springer-Verlag, 1983.
- [22] R. D. Richtmyer and K. W. Morton. *Difference methods for initial-value problems.* Robert E. Krieger Publishing Co. Inc., 1994.
- [23] R. Sakamoto. Mixed problems for hyperbolic equations. I. Energy inequalities. *J. Math. Kyoto Univ.*, 10 :349–373, 1970.
- [24] R. Sakamoto. Mixed problems for hyperbolic equations. II. Existence theorems with zero initial data and energy inequalities with initial data. *J. Math. Kyoto Univ.*, 10 :403–417, 1970.
- [25] M. Schatzman. *Numerical analysis : a mathematical introduction.* Oxford University Press, 2002.
- [26] D. Serre. *Matrices.* Graduate Texts in Mathematics. Springer, 2010.
- [27] M. N. Spijker. On a conjecture by LeVeque and Trefethen related to the Kreiss matrix theorem. *BIT*, 31(3) :551–555, 1991.
- [28] J. C. Strikwerda and B. A. Wade. A survey of the Kreiss matrix theorem for power bounded families of matrices and its extensions. In *Linear operators (Warsaw, 1994)*, pages 339–360. Polish Acad. Sci., 1997.
- [29] E. Tadmor. The equivalence of L_2 -stability, the resolvent condition, and strict H -stability. *Linear Algebra Appl.*, 41 :151–159, 1981.
- [30] L. N. Trefethen and M. Embree. *Spectra and pseudospectra.* Princeton University Press, 2005. The behavior of nonnormal matrices and operators.
- [31] K. Zhou, J. Doyle, and K. Glover. *Robust and optimal control.* Prentice Hall, 1995.

Résumés de thèses

par Carole LE GUYADER

Il est rappelé aux personnes qui souhaitent faire apparaître un résumé de leur thèse ou de leur HDR que celui-ci ne doit pas dépasser une trentaine de lignes. Le non-respect de cette contrainte conduira à une réduction du résumé (pas forcément pertinente) par le rédacteur en chef, voire à un refus de publication.

HABILITATIONS À DIRIGER DES RECHERCHES

Catalin FETITA

Diagnostic Quantitatif Assisté par Ordinateur : focus sur l'imagerie pulmonaire

Soutenue le 16 septembre 2013, Télécom SudParis

Les thèmes développés dans cette activité de recherche sont centrés autour de l'imagerie biomédicale en visant le volet applicatif des outils de diagnostic quantitatif assisté par ordinateur (DqAO). La présentation met en lumière plusieurs applications cliniques comme suit. **(1) Marqueurs image pour l'analyse et le suivi des pathologies obstructives de l'arbre trachéo-bronchique.** Ayant comme visée clinique l'asthme et les bronchopathies chroniques obstructives (BPCO), l'objectif consiste à fournir au clinicien des outils d'analyse et suivi, qualitatifs et quantitatifs, non-invasifs, du remodelage bronchique induit par une pathologie. A terme, l'objectif ciblé est le phénotypage de l'asthme et des BPCO ainsi que la prédiction de la réponse thérapeutique attendue. Les développements méthodologiques associés ont conduit à des approches automatiques de segmentation 3D de l'arbre trachéobronchique (lumière et paroi), d'extraction de l'axe médian pour la navigation endoluminale et la quantification à haut-débit des paramètres bronchiques en section transverse, de caractérisation 3D de la forme luminale et de détection automatique d'anomalies (sténoses, broncheectasies), de quantification 3D de l'épaisseur pariétale et de son remodelage pour un suivi quantitatif, ainsi que de modélisation *in-silico* des voies respiratoires spécifique au patient permettant des simulations numériques d'écoulement pour des études fonctionnelles. **(2) Analyse des textures pulmonaires en imagerie TDM.** Le premier

Résumés de thèses

objectif clinique visé est la détection automatique précoce et le suivi quantitatif de l'emphysème et des pneumopathies interstitielles diffuses (PID), pathologies responsables d'une destruction irréversible du parenchyme pulmonaire, à partir de données images acquises en TDM volumique. Les recherches orientées vers des approches combinant filtrage morphologique multirésolution, analyse de graphes et logique floue ont abouti à un outil DqAO automatique avec des résultats très prometteurs en termes de segmentation 3D et classification des pathologies ciblées, offrant ainsi un suivi quantitatif de l'évolution de la maladie. Un deuxième objectif concerne l'analyse des nodules pulmonaires dans le cadre du dépistage du cancer du poumon. A ce titre, nos recherches ont abouti au développement d'approches de détection automatique, de quantification et simulation des nodules solides. **(3) Bio-imagerie : diagnostic génétique sur biopuces en technologie RPS et imagerie cellulaire in-vivo.** Le premier thème vise le développement d'une méthodologie d'analyse automatique des interactions moléculaires temps-réel enregistrées au moyen d'une biopuce par résonance de plasmons de surface (RPS). Notre contribution méthodologique consiste en le développement d'une approche automatique d'analyse des données image produites par le capteur RPS incluant la segmentation spatio-temporelle des sondes à la surface de la biopuce ayant interagi avec les cibles, l'extraction du signal effectif d'interaction associé et calcul des constantes d'interaction, avec une possibilité d'analyse à la volée permettant d'une part l'anticipation du diagnostic avant la fin de l'expérience, et d'autre part, la détection d'éventuels dysfonctionnements de la biopuce imposant l'abandon précoce de l'analyse. Le deuxième thème de recherche est le résultat d'une collaboration émergente avec le Genopole et l'Université d'Evry Val d'Essonne (ISSB CNRS UPS3509), ayant pour objectif la conception de nouveaux plasmides à réplication à caractère oscillatoire et leur analyse *in vivo* par marquage fluorescent sur des puces à cellules en technologie microfluidique (*E. coli*). Les premiers développements méthodologiques ont abouti récemment à un outil automatique de suivi cellulaire avec calcul du temps de division et analyse du niveau de fluorescence le long des différents chemins du lignage cellulaire.

Stéphanie ALLASSONIERE

Statistical analysis of deformable template models for medical image understanding

Soutenue le 13 novembre 2013, CMAP, Ecole Polytechnique

Ces travaux s'inscrivent dans le domaine de l'analyse d'images en particulier d'un point de vue statistique et pour une application à l'imagerie médicale.

Dans une première partie, le modèle déformable introduit dans mes travaux de thèse a été généralisé et étendu pour tenir compte des contraintes photométriques et géométriques imposées par l'imagerie médicale. Cela nous a demandé de complexifier les modèles (modèles de mélange, contraintes supplémentaires sur les déformations d'images, multi-modalité des observations, segmentation en ligne des observations, etc) et d'optimiser les algorithmes d'estimation ; en particulier, nous avons proposé un nouvel échantillonneur MCMC permettant d'allier rapidité et efficacité au sein du processus d'apprentissage statistique tout en garantissant ses propriétés théoriques.

La seconde partie se focalise sur l'analyse de motifs caractéristiques qui peuvent apparaître dans les déformations permettant de recaler un atlas sur des observations. Cela s'est fait en deux étapes : la généralisation du modèle d'analyse en composantes indépendantes (ICA) et un algorithme d'estimation associé. Puis, l'analyse des corrélations conditionnelles longue distance des motifs de déformation au sein de la forme anatomique.

Pour beaucoup de pathologies, les effets importants sont mis en évidence en regardant l'évolution temporelle du patient. Dans la troisième partie, deux modèles longitudinaux ont été proposés pour analyser l'évolution de deux pathologies (tumeur du cerveau et AVC). Pour le cas de tumeur, nous avons amélioré l'utilisation du modèle de réaction-diffusion, cela permettant, avec une seule image, d'extraire certaines caractéristiques de la tumeur. Pour les AVC où la dynamique sous jacente n'est pas connue, nous avons proposé un nouveau modèle de métamorphoses longitudinales permettant l'interpolation biologiquement réaliste entre les différents scanners.

Antoine GIRARD

Approches computationnelles pour l'analyse et le contrôle des systèmes hybrides

Soutenue le 19 novembre 2013, Lab. Jean Kuntzmann et Univ. de Grenoble

Un système hybride est un système dynamique exhibant à la fois des comportements de nature discrète et continue. Motivée par la multiplication de composants informatiques embarqués 'discrets' interagissant avec le monde physique 'continu', la recherche sur les systèmes hybrides s'est développée rapidement depuis les années 90 à l'intersection de l'informatique, de l'automatique et des mathématiques appliquées. Cet exposé présentera nos contributions, théoriques ou méthodologiques, à ce domaine. Dans une première partie, nous introduisons un cadre d'approximation qui s'applique aux systèmes dynamiques continus, discrets et hybrides ; des applications dans le

Résumés de thèses

domaine du contrôle symbolique sont présentées. La deuxième partie est consacrée à l’analyse d’atteignabilité, une technique computationnelle très utile pour l’analyse des systèmes hybrides. Enfin, la troisième partie porte sur les systèmes dynamiques multi-agents.

Mots-clés : Systèmes dynamiques hybrides, contrôle symbolique, analyse d’atteignabilité.

Maëlle NODET

Problèmes inverses pour l’environnement : outils, méthodes et applications

Soutenue le 28 novembre 2013, Lab. Jean Kuntzmann et Univ. de Grenoble

On proposera un tour d’horizon de quelques problèmes et méthodes inverses pour l’environnement (météo, océano, glacio).

Walter TINSSON

Contributions à la théorie des plans d’expérience

Soutenue le 4 décembre 2013, Univ. de Pau et des Pays de l’Adour

Le fil conducteur de mes activités de recherche est la thématique des plans d’expérience. Il s’agit donc, de manière très générale, d’essayer de concevoir des stratégies expérimentales les plus efficaces possibles pour un coût le plus faible possible. Les grands thèmes abordés pour cette habilitation sont les suivants.

Les plans d’expérience en blocs. Ces configurations sont particulièrement utiles lorsque les réponses sont supposées hétérogènes. Une large classe de plans d’expérience, dite classe des plans en blocs usuels, est définie. Elle permet d’ajuster le modèle à effets de blocs aléatoires et d’obtenir bon nombre de propriétés de manière explicite.

Les plans d’expérience de petite taille. Cet objectif est très classique et a été largement abordé dans la littérature. Deux approches originales sont alors proposées : *via* les plans d’expérience augmentés d’une part et *via* les plans composites centrés obtenus à l’aide de fractions régulières de résolution III* d’autre part.

Les plans d’expérience pour le modèle linéaire généralisé. Une approche à mi-chemin entre la modélisation linéaire et la modélisation non-linéaire pure

est présentée à l’aide du modèle linéaire généralisé. Des configurations adéquates conduisant à de grandes simplifications des algorithmes usuels d’estimation des paramètres des modèles classiques sont alors déterminées.

Les plans d’expérience pour facteurs qualitatifs et quantitatifs. De multiples études réelles relèvent de cette situation où ces deux types de facteurs interviennent simultanément. Des plans d’expérience adaptés à l’ajustement d’un modèle de criblage additif sont alors construits principalement à l’aide de la généralisation des techniques des plans en blocs au cas multiblocs.

Les plans d’expérience à effet de voisinage. Ces dernières années de nouvelles techniques ont permis de déterminer des plans d’expérience universellement optimaux pour divers modèles à effets de voisinages. Ces techniques sont réutilisées et généralisées afin d’estimer non plus les effets individuels de ces modèles mais l’effet total résultant de leur somme.

Les plans d’expérience pour mélanges. Ce contexte, où les facteurs traduisent les proportions de différents composants, est bien connu. Nous présentons ici des résultats de construction et d’analyse pour des situations plus complexes relevant de la problématique des mélanges de mélanges (encore appelés mélanges à deux niveaux).

Térence BAYEN

Etude de quelques problèmes de contrôle optimal issus des EDP et des EDO

Soutenue le 9 décembre 2013, Université Montpellier 2

Ce mémoire d’habilitation présente des travaux sur (i) le contrôle optimal des EDP, (ii) le contrôle optimal des EDO en lien notamment avec plusieurs systèmes issus des bio-procédés, et (iii) l’optimisation de formes. La première partie (i) a porté sur l’étude des minimums forts (au sens du calcul des variations) pour des problèmes de contrôle optimal gouvernés par des EDP semi-linéaires elliptiques et paraboliques, les résultats présents dans la littérature sur ce sujet ayant porté jusqu’à présent sur les minimums faibles. La seconde partie (ii) porte sur des problèmes de synthèse optimale avec cible, et notamment en présence d’arcs singuliers. Un premier résultat de synthèse est donné pour un problème qui comporte des points singuliers stationnaires (à l’intersection entre la courbe de colinéarité et l’arc singulier). D’autres cas sont envisagés : étude d’une synthèse optimale en présence d’un contrôle singulier qui sature et lorsqu’il existe plusieurs arcs singuliers minimisants. On s’est également intéressé à un problème de contrôle optimal périodique issu de la modélisation et qui est étudié à l’aide de la théorie des équations de Kolmogorov périodiques et un couplage entre une méthode directe et indirecte en

Résumés de thèses

contrôle optimal. La partie (iii) développe une nouvelle méthode basée sur la programmation semi-définie pour minimiser une fonctionnelle définie sur la classe des corps convexes. La contrainte de convexité écrite sur les fonctions d'appuis polynomiales s'interprète en effet comme une contrainte sur le cône des matrices positives, ce qui est la base de cette étude. Cette méthode permet entre autres de revisiter le problème de Meissner sur la recherche d'un corps de largeur constante de volume minimal (en 2D et en 3D).

Mots-clés : Contrôle optimal (EDP, EDO), calcul des variations, optimisation de forme, convexité, programmation semi-définie.

Clément MARTEAU

Méthodes directes pour problèmes inverses et quelques contributions en statistique non-paramétrique

Soutenue le 9 décembre 2013, Institut de Mathématiques de Toulouse

La première partie du manuscrit propose un petit descriptif des différents modèles étudiés, parmi lesquels on comptera en particulier le modèle de bruit blanc gaussien, le modèle de décalage de courbes, le modèle de densité avec erreur dans les variables mais également le modèle de régression instrumentale, très populaire en économétrie. Pour chacun d'entre eux, un résumé des différentes contributions est proposé, ces dernières étant regroupées autour de trois axes : détection de signal pour des problèmes inverses, classification supervisée avec erreur dans les variables et estimation. La seconde partie vise à mettre en évidence des situations pour lesquelles l'inversion d'un opérateur dans un contexte de problème inverse n'apparaît pas comme étant indispensable. Cette discussion est conduite dans un premier temps dans un cadre de tests d'adéquation. Dans un second temps, une discussion heuristique sur cette thématique est proposée : un parallèle entre classification supervisée et théorie des tests est proposé, ce qui permet de lister un certain nombre de problèmes ouverts.

Matthieu ALFARO

Propagation dans les équations de réaction-diffusion & quelques lois de conservation fractionnaires

Soutenue le 10 décembre 2013, I3M, Université Montpellier 2

Ce manuscrit porte principalement sur les phénomènes de propagation dans les équations de réaction-diffusion et, secondairement, sur quelques lois de conservation fractionnaires.

Le Chapitre I est centré sur des problèmes de transition de phase. Lorsque l'épaisseur des couches de transition tend vers zéro, l'équation parabolique tend vers un problème de déplacement d'interface abrupte. On prouve des taux de convergence optimaux de l'équation d'Allen-Cahn vers le mouvement par courbure moyenne, au sens classique ou généralisé (*via* les solutions de viscosité). On s'intéresse également à des diffusions anisotropes ou dégénérées. Enfin, on considère des cas (systèmes ou équations non locales) sans principe de comparaison.

Le Chapitre II traite des interfaces de type monostable, traditionnellement étudiées avec des outils probabilistes ou de type Hamilton-Jacobi. De notre côté, nous utilisons des outils simples de type réaction-diffusion (principe de comparaison, toute la panoplie des ondes progressives...) qui permettent non seulement d'obtenir un taux de convergence mais également de traiter des cas complexes de dynamique des populations : effet d'un retard, d'une diffusion 'densité dépendante', de la *chemotaxis* ou d'une hétérogénéité spatiale.

Le Chapitre III se focalise sur la propagation dans des équations non locales sans principe de comparaison. On s'intéresse aux ondes progressives dans l'équation de Fisher-KPP non locale et ses variantes bistable et ignition. Nous considérons également une équation pour une population structurée en espace et en un trait phénotypique et évoluant dans un gradient environnemental. Il s'agit de comprendre comment les phénomènes liés à l'évolution influencent l'éventuelle invasion. On étudie ensuite l'effet du réchauffement climatique.

Le point de départ du Chapitre IV est hyperbolique : typiquement, on considère des lois de conservation auxquelles on ajoute une puissance fractionnaire du Laplacien, modélisant ainsi des détonations dans les gaz. On s'intéresse aux solutions entropiques et à d'éventuels effets régularisants.

Mehdi BADRA

**Quelques contributions au contrôle et à la stabilisation de systèmes
paraboliques en mécanique des fluides**

Soutenue le 10 décembre 2013, Université de Pau et des Pays de l'Adour

Ce travail d'habilitation traite principalement de la stabilisation de systèmes de fluides visqueux incompressibles. Il s'agit par exemple de systèmes décrits

Résumés de thèses

par les équations de Navier-Stokes, ou celles de Boussinesq si l'on souhaite prendre en compte des effets de convection d'origine thermique, ou les équations de la magnétohydrodynamique si on considère un fluide conducteur, ou encore, pour un problème d'interaction fluide-structure, les équations de Navier-Stokes couplées avec celles du mouvement d'un objet mobile. Le problème de stabilisation consiste à atteindre en un temps infini, un 'état cible' solution du système. Dans le cas où cet état cible est instable, c'est à dire si une fois perturbé l'état du système n'y retourne pas de lui-même, il est nécessaire de forcer la stabilisation. Cela se fait au moyen d'un 'contrôle' pouvant prendre la forme d'une donnée limite de l'équation. Par exemple, afin de stabiliser un écoulement stationnaire instable autour d'un corps rigide, une stratégie consiste à créer un mécanisme d'aspiration et de soufflage sur l'objet, ce qui revient à modifier la vitesse du fluide sur une partie de la frontière de la géométrie.

Dans une première partie nous présentons un cadre général abstrait pour la construction de contrôles rétroactifs (ou 'feedback') stabilisant une large classe de systèmes non-linéaires de type fluides-visqueux. Ces contrôles se calculent à chaque instant en fonction de l'état du système et sont donc plus robustes à ses fluctuations. Cette approche est basée sur des équations de Riccati de dimension infinie. Puis, nous nous intéressons au cas de contrôles de dimension finie, plus réalistes d'un point de vue applicatif. Nous soulignons l'intérêt d'un critère spectral de type 'Hautus' pour la stabilisabilité par de tels contrôles. Là aussi, nous proposons un cadre abstrait pour la construction de lois stabilisantes. A chaque fois nous illustrons nos cadres généraux avec de nombreux exemples : équations de Navier-Stokes, de Boussinesq, de la magnétohydrodynamique, de fluides micropolaires, de systèmes fluide-structure. Enfin, la question pratique de l'approximation d'un système contrôlé est aussi abordée. Nous effectuons l'analyse mathématique et numérique d'une méthode d'approximation de la condition d'incompressibilité d'un fluide décrit par les équations de Navier-Stokes linéarisées et soumis à un contrôle stabilisant.

Ce mémoire contient aussi une présentation de travaux issus de collaborations lors de co-encadrement de thèses au sein du LMAP. Une première partie de ces travaux porte sur l'étude de certaines équations aux dérivées partielles singulières de type 'parabolique'. Une seconde partie concerne l'utilisation de techniques d'optimisation de forme pour des problèmes d'identification d'objet immergé dans un fluide.

Jérôme FEHRENBACH

Approches variationnelles et applications à l'imagerie biomédicale

Soutenue le 10 décembre 2013, IMT, Université Toulouse 3

Dans une première partie, nous présentons plusieurs travaux de couplage entre images et modèles. Le premier travail est une méthode d'assimilation variationnelle de données dans le cas où le modèle est une équation aux dérivées partielles : nous proposons une méthode efficace de résolution du problème variationnel basée sur l'algorithme de Gauss-Newton. Le deuxième travail consiste à coupler des images avec un modèle de contours. Nous présentons un cadre général qui permet d'étendre les approches de détection de contours par gradient topologique à de nouvelles applications : super-résolution, inpainting, démoisaïquage. Dans le troisième travail, nous couplons des images obtenues par microscopie à feuille de lumière avec un modèle de bruit structuré. Le modèle de bruit proposé permet d'enlever du bruit structuré, comme des rayures, qui n'est pas traité correctement par les méthodes existantes. Dans la deuxième partie, nous présentons des travaux spécifiquement liés au traitement d'images. Tout d'abord on décrit un algorithme de recalage d'images basé sur une fonction-objectif du type flux optique. La méthode de résolution est basée sur un assemblage de la matrice jacobienne à l'aide d'une seule lecture des données, avec une formule de type éléments-finis. Nous présentons ensuite un schéma de discrétisation de l'équation de diffusion avec un tenseur anisotrope. Ce schéma utilise un stencil adapté localement en fonction du tenseur de diffusion. Des techniques de réduction de bases de réseau permettent un assemblage rapide de la matrice de rigidité. Dans la troisième partie nous présentons des contributions autour de modèles. Tout d'abord nous discutons de modèles, dans le cas de l'élasticité et dans le cas de modèles décrivant le comportement de piétons. Ensuite des méthodes de résolutions originales sont présentées, pour le modèle de Graetz qui est un modèle de convection- diffusion, et pour des problèmes non linéaires de grande taille.

Résumés de thèses

Benoît MERLET

Quelques travaux dans les domaines de l'Analyse Numérique et du Calcul des Variations

Soutenue le 11 décembre 2013, CMAP, Ecole Polytechnique

Ce mémoire rapporte des recherches en Analyse Numérique, Calcul Scientifique et Calcul des Variations. Il est organisé en six parties réparties en deux grands blocs. Le premier bloc (parties 1 à 4) concerne des questions de Modélisation et d'Analyse Numérique des Équations aux Dérivées Partielles, voire de Calcul Scientifique dans la tradition de l'École initiée par Jacques-Louis Lions.

Le second bloc (parties 5 et 6) comprend des recherches dans le domaine du Calcul des Variations appliqué d'une part à des modèles en micromagnétisme et d'autre part à un modèle d'élasticité non-linéaire pour les vésicules. Les inconnues dans ces modèles sont des applications à valeurs dans S^1 , S^2 ou S^{d-1} dont les dérivées partielles satisfont (éventuellement de manière approchée) des contraintes linéaires.

1. Volumes Finis pour l'équation d'advection.
2. Décomposition de Domaine pour les Équations Primitives de l'Océan.
3. Convergence vers l'équilibre pour des flots de gradient ou quasi-flots de gradient discrets.
4. Nage à faible nombre de Reynolds et Calcul des interactions hydrodynamiques entre particules.
5. Problèmes de Calcul des Variations en Micromagnétisme.
6. Un modèle d'élasticité non-linéaire pour les membranes de vésicules biologiques.

THÈSES DE DOCTORAT D'UNIVERSITÉ

Thu Huyền DAO

Directeur de thèse : Frédéric Magoulès (Ecole Centrale Paris).

Simulation numérique d'écoulements diphasiques par décomposition de domaine

Soutenue le 27 février 2013, Ecole Centrale Paris

Cette thèse a été consacrée à la simulation numérique des équations de la mécanique des fluides par des méthodes de volumes finis implicites. Tout d'abord, nous étudions une version implicite du schéma de Roe pour les écoulements monophasiques et diphasiques compressibles. Grâce à la méthode de Newton utilisée pour résoudre les systèmes non-linéaires, les schémas utilisés restent conservatifs. Néanmoins, la résolution de ces systèmes demeure très coûteuse et il est impératif d'utiliser des algorithmes performants. Pour des matrices de grande taille, les méthodes itératives sont couramment utilisées, mais leurs vitesses de convergence dépendent fortement de la répartition des valeurs propres. Après une étude du spectre du système linéaire, nous proposons une stratégie de Scaling pour améliorer le conditionnement de la matrice. Combinée avec un préconditionneur ILU classique, notre stratégie de Scaling réduit de façon significative le nombre d'itérations du système local, ainsi que le temps de calcul. Nous montrons également l'intérêt du schéma centré pour la simulation de certains écoulements à faible nombre de Mach. Finalement, nous étudions et implémentons la méthode de décomposition de domaine pour les écoulements compressibles. La nouvelle variable interface que nous proposons, rend la méthode du complément de Schur plus facile à construire et nous permet de traiter les termes de diffusion. De plus, l'utilisation du solveur itératif GMRES plutôt que Richardson pour le système interface améliore aussi les performances par rapport aux autres méthodes. Des validations numériques sont conduites sur des partitionnements généraux en un nombre quelconque de sous-domaines.

Résumés de thèses

Imen HAMMAMI

Directeurs de thèse : Grégory Nuel (MAP5, Université Paris Descartes) et André Garcia (Université Paris Descartes).

Statistical properties of parasite density estimators in malaria and field applications

Soutenue le 24 juin 2013, MAP5, Université Paris Descartes

Malaria is a devastating global health problem that affected 219 million people and caused 660,000 deaths in 2010. Inaccurate estimation of the level of infection may have adverse clinical and therapeutic implications for patients, and for epidemiological endpoint measurements. The level of infection, expressed as the parasite density (PD), is classically defined as the number of asexual parasites relative to a microliter of blood. Microscopy of Giemsa-stained thick blood smears (TBSs) is the gold standard for parasite enumeration. Parasites are counted in a predetermined number of high-power fields (HPFs) or against a fixed number of leukocytes. PD estimation methods usually involve threshold values; either the number of leukocytes counted or the number of HPFs read. Most of these methods assume that (1) the distribution of the thickness of the TBS, and hence the distribution of parasites and leukocytes within the TBS, is homogeneous; and that (2) parasites and leukocytes are evenly distributed in TBSs, and thus can be modeled through a Poisson-distribution. The violation of these assumptions commonly results in overdispersion. Firstly, we studied the statistical properties (mean error, coefficient of variation, false negative rates) of PD estimators of commonly used threshold-based counting techniques and assessed the influence of the thresholds on the cost-effectiveness of these methods. Secondly, we constituted and published the first dataset on parasite and leukocyte counts per HPF. Two sources of overdispersion in data were investigated: latent heterogeneity and spatial dependence. We accounted for unobserved heterogeneity in data by considering more flexible models that allow for overdispersion. Of particular interest were the negative binomial model (NB) and mixture models. The dependent structure in data was modeled with hidden Markov models (HMMs). We found evidence that assumptions (1) and (2) are inconsistent with parasite and leukocyte distributions. The NB-HMM is the closest model to the unknown distribution that generates the data. Finally, we devised a reduced reading procedure of the PD that aims to a better operational optimization and a practical assessing of the heterogeneity in the distribution of parasites and leukocytes in TBSs. A patent application process has been launched and a prototype development of the counter is in process.

Madison GIACOFCI

Directeurs de thèse : Sophie Lambert-Lacroix (Univ. Pierre Mendès-France) et Franck Picard (CNRS).

Classification non supervisée et sélection de variables dans les modèles mixtes fonctionnels. Applications à la biologie moléculaire

Soutenue le 22 octobre 2013

Laboratoire Jean Kuntzmann, TIMC-IMAG, LBBE et Université de Grenoble

Un nombre croissant de domaines scientifiques collecte de grandes quantités de données comportant beaucoup de mesures répétées pour chaque individu. Ce type de données peut être vu comme une extension des données longitudinales en grande dimension. Le cadre naturel pour modéliser ce type de données est alors celui des modèles mixtes fonctionnels. Nous traitons, dans une première partie, de la classification non-supervisée dans les modèles mixtes fonctionnels. Nous présentons dans ce cadre une nouvelle procédure utilisant une décomposition en ondelettes des effets fixes et des effets aléatoires. Notre approche se décompose en deux étapes : une étape de réduction de dimension basée sur les techniques de seuillage des ondelettes et une étape de classification où l’algorithme EM est utilisé pour l’estimation des paramètres par maximum de vraisemblance. Nous présentons des résultats de simulations et nous illustrons notre méthode sur des jeux de données issus de la biologie moléculaire (données omiques). Cette procédure est implémentée dans le package *R* ‘curvclust’ disponible sur le site du CRAN. Dans une deuxième partie, nous nous intéressons aux questions d’estimation et de réduction de dimension au sein des modèles mixtes fonctionnels et nous développons en ce sens deux approches. La première approche se place dans un objectif d’estimation dans un contexte non-paramétrique et nous montrons dans ce cadre, que l’estimateur de l’effet fixe fonctionnel basé sur les techniques de seuillage par ondelettes possède de bonnes propriétés de convergence. Notre deuxième approche s’intéresse à la problématique de sélection des effets fixes et aléatoires et nous proposons une procédure basée sur les techniques de sélection de variables par maximum de vraisemblance pénalisée et utilisant deux pénalités SCAD sur les effets fixes et les variances des effets aléatoires. Nous montrons dans ce cadre que le critère considéré conduit à des estimateurs possédant des propriétés oraculaires dans un cadre où le nombre d’individus et la taille des signaux divergent. Une étude de simulation visant à appréhender les comportements des deux approches développées est réalisée dans ce contexte.

Résumés de thèses

Dario PRANDI

Directeurs de thèse : Ugo Boscain (CMAP, Ecole Polytechnique), Frédéric Jean (ENSTA) et Mario Sigalotti (CMAP/INRIA).

Geometry and analysis of control-affine systems : motion planning, heat and Schrödinger evolution

Soutenue le 23 octobre 2013, CMAP, Ecole Polytechnique

Dans ma thèse, j’ai traité deux problèmes qui ont leur origine dans la théorie du contrôle géométrique, et qui concernent les systèmes de contrôle avec dérive, c’est-à-dire de la forme $\dot{q} = f_0(q) + \sum_{j=1}^m u_j f_j(q)$.

Dans la première partie de la thèse, on traite le problème de la planification du mouvement en considérant le suivi des courbes non-admissibles dans le cas des systèmes de contrôle avec dérive. Notamment, on généralise le concept de complexité des courbes non-admissibles pour les systèmes de contrôle avec dérive qui satisfont l’hypothèse d’Hörmander forte. Il s’agit de quantifier pour ces systèmes le coût nécessaire à l’approximation d’un chemin non-admissible avec une précision donnée. Dans le cas particulier des systèmes sous-riemanniens, c’est-à-dire sans dérive, plusieurs notions de complexité ont déjà été définies et sont maintenant bien comprises. En particulier, d’abord on généralise le théorème du Ball-Box valable pour les systèmes sous-riemanniens aux systèmes avec dérive, le coût étant la norme L^1 . Ensuite on présente plusieurs définitions de complexité, comme fonctions de la courbe à approximer et de la précision requise. En utilisant les résultats précédents, on arrive à donner des estimations asymptotiques de ces notions quand la précision se rapproche de zéro.

Ensuite, dans la deuxième partie du manuscrit, on considère une famille de systèmes de contrôle sans dérive en dimension 2 dépendant d’un paramètre réel α . En faisant varier ce paramètre la géométrie sous-jacente correspond à une surface conique, un cylindre ou une variété de type Grushin. On s’intéresse à l’opérateur de Laplace-Beltrami (singulier) associé et on considère les équations de la chaleur et de Schrödinger correspondantes. Plus particulièrement, on cherche à savoir si les solutions de ces équations passent à travers la singularité. Ces questions sont liées au fait que l’opérateur de Laplace-Beltrami est auto-adjoint, à ses extensions de Markov auto-adjointes et à sa complétude stochastique. On répond à ces questions en fonction des valeurs prises par le paramètre α .

Manel TAYACHI

Directeurs de thèse : Eric Blayo (Univ. Joseph Fourier) et Antoine Rousseau (INRIA).

Couplage de modèles de dimensions hétérogènes et application en hydrodynamique

Soutenue le 28 octobre 2013, Lab. Jean Kuntzmann et Univ. de Grenoble

Dans cette thèse, on étudie le couplage de modèles à dimensions spatiales hétérogènes, avec une application en hydraulique fluviale. On commence par donner un cadre mathématique général à cette problématique. Ensuite, on étudie un cas académique de couplage 1-D/2-D dans le cadre elliptique. On définit les opérateurs de restriction et d’extension nécessaires à l’analyse en se basant sur la dérivation du modèle 1-D à partir du modèle 2-D. Après cela, on met en œuvre un algorithme de couplage de type Schwarz avec des conditions de type Robin. On montre alors la convergence de cet algorithme, plus particulièrement sa convergence optimale en utilisant l’opérateur absorbant exact 1-D. On termine cette partie en établissant une majoration de l’erreur entre la solution couplée et la solution globale de référence en fonction du rapport d’aspect du domaine d’étude et de la position de l’interface de couplage. Ces résultats sont illustrés numériquement. Dans la deuxième partie, on généralise cette analyse mathématique au cas du couplage des systèmes linéaires de Saint-Venant 2-D et de Navier-Stokes hydrostatiques 3-D. En faisant l’hypothèse d’une friction nulle au fond, on montre que la convergence de l’algorithme de couplage est équivalente à celle de l’algorithme usuel de décomposition de domaine du système de Saint-Venant. On calcule une approximation des opérateurs absorbants exacts du système de Saint-Venant, ce qui nécessite de faire des hypothèses restrictives. Comme alternative, on propose un algorithme avec des conditions de type Robin, dont on montre la convergence. Enfin, on présente une première étude d’un cas test réel de couplage des systèmes de Saint-Venant 1-D et Navier-Stokes 3-D en utilisant les codes numériques Mascaret 1-D et Telemac 3-D développés par EDF R&D

Résumés de thèses

Thomas OBERLIN

Directeurs de thèse : Valérie Perrier et Sylvain Meignen (Grenoble INP).

**Analyse de signaux multicomposantes : contributions à la Décomposition
Modale Empirique, aux représentations temps-fréquence et au
synchrosqueezing**

Soutenue le 4 novembre 2013, Lab. Jean Kuntzmann et Univ. de Grenoble

Les superpositions d’ondes modulées en amplitude et en fréquence (modes AM-FM) sont couramment utilisées pour modéliser de nombreux signaux du monde réel : cela inclut des signaux audio (musique, parole), médicaux (ECG), ou diverses séries temporelles (températures, consommation électrique). L’objectif de ce travail est l’analyse et la compréhension fine de tels signaux, dits ‘multicomposantes’ car ils contiennent plusieurs modes. Les méthodes mises en œuvre vont permettre de les représenter efficacement, d’identifier les différents modes puis de les démoduler (c’est-à-dire déterminer leur amplitude et fréquence instantanée), et enfin de les reconstruire. On se place pour cela dans le cadre bien établi de l’analyse temps-fréquence (avec la transformée de Fourier à court terme) ou temps-échelle (transformée en ondelettes continue). On s’intéressera également à une méthode plus algorithmique et moins fondée mathématiquement, basée sur la notion de symétrie des enveloppes des modes : la décomposition modale empirique. La première contribution de la thèse propose une alternative au processus dit ‘de tamisage’ dans la décomposition modale empirique, dont la convergence et la stabilité ne sont pas garanties. À la place, une étape d’optimisation sous contraintes ainsi qu’une meilleure détection des extrema locaux du mode haute fréquence garantissent l’existence mathématique du mode, tout en donnant de bons résultats empiriques. La deuxième contribution concerne l’analyse des signaux multicomposantes par la transformée de Fourier à court terme et à la transformée en ondelettes continue, en exploitant leur structure particulière ‘en ridge’ dans le plan temps-fréquence. Plus précisément, nous proposons une nouvelle méthode de reconstruction des modes par intégration locale, adaptée à la modulation fréquentielle, avec des garanties théoriques. Cette technique donne lieu à une nouvelle méthode de débruitage des signaux multicomposantes. La troisième contribution concerne l’amélioration de la qualité de la représentation au moyen de la ‘réallocation’ et du ‘synchrosqueezing’. Nous prolongeons le synchrosqueezing à la transformée de Fourier à court terme, et en proposons deux extensions inversibles et adaptées à des modulations fréquentielles importantes, que nous comparons aux méthodes originelles. Une généralisation du synchrosqueezing à la dimension 2 est enfin proposée, qui utilise le cadre de la transformée en ondelettes monogène.

Laurent PFEIFFER

Directeur de thèse : J. Frédéric Bonnans (INRIA-Saclay et CMAP, Ecole Polytechnique).

**Analyse de sensibilité pour des problèmes de commande optimale.
Commande optimale stochastique sous contrainte en probabilité**

Soutenue le 5 novembre 2013, CMAP, Ecole Polytechnique

Dans la première partie, nous étudions des problèmes de contrôle optimal déterministes avec contraintes et nous nous intéressons à des questions d'analyse de sensibilité. Le point de vue que nous adoptons est celui de l'optimisation abstraite ; les conditions d'optimalité nécessaires et suffisantes du second ordre jouent alors un rôle crucial et sont également étudiées en tant que telles. Nous nous intéressons à des solutions localement optimales pour la norme L^1 . Deux outils sont utilisés de façon essentielle : une technique de relaxation, qui consiste à utiliser plusieurs contrôles simultanément, ainsi qu'un principe de décomposition, qui est un développement de Taylor au second ordre particulier du lagrangien.

Les 4 premiers chapitres sont consacrés aux conditions nécessaires, aux conditions suffisantes, à une analyse de sensibilité, et à une application à un problème de production d'énergie nucléaire.

Dans la deuxième partie, nous étudions des problèmes de contrôle optimal stochastique sous contrainte en probabilité. Nous étudions une approche par programmation dynamique, dans laquelle le niveau de probabilité est vu comme une variable d'état supplémentaire. Une approche par relaxation lagrangienne est également étudiée. Nous développons des méthodes numériques pour des problèmes en temps continu. Ces résultats sont présentés dans le dernier chapitre, dans lequel nous étudions également une application à la gestion actif-passif.

Xavier DUPUIS

Directeur de thèse : J. Frédéric Bonnans (CMAP/Inria Saclay - Île-de-France).

Contrôle optimal d'équations différentielles avec – ou sans – mémoire

Soutenue le 13 novembre 2013, CMAP, Ecole Polytechnique

La thèse porte sur des problèmes de contrôle optimal où la dynamique est donnée par des équations différentielles avec mémoire. Pour ces problèmes

Résumés de thèses

d’optimisation, des conditions d’optimalité sont établies ; celles du second ordre constituent une part importante des résultats de la thèse. Dans le cas – sans mémoire – des équations différentielles ordinaires, les conditions d’optimalité standards sont renforcées en ne faisant intervenir que les multiplicateurs de Lagrange pour lesquels le principe de Pontryaguine est satisfait. Cette restriction à un sous-ensemble des multiplicateurs représente un défi dans l’établissement des conditions nécessaires et permet aux conditions suffisantes d’assurer l’optimalité locale dans un sens plus fort. Les conditions standards sont d’autre part étendues au cas – avec mémoire – des équations intégrales. Les contraintes pures sur l’état du problème précédent ont été conservées et nécessitent une étude spécifique à la dynamique intégrale. Une autre forme de mémoire dans l’équation d’état d’un problème de contrôle optimal provient d’un travail de modélisation avec l’optimisation thérapeutique comme application médicale en vue. La dynamique de populations de cellules cancéreuses sous l’action d’un traitement est ramenée à des équations différentielles à retards ; le comportement asymptotique en temps long du modèle structuré en âge est également étudié.

Bertrand BONAN

Directrices de thèse : Maëlle Nodet (Université Joseph Fourier) et Catherine Ritz (CNRS).

Assimilation de données pour l’initialisation et l’estimation de paramètres d’un modèle d’évolution de calotte polaire

Soutenue le 15 novembre 2013, Lab.Jean Kuntzmann et Univ. de Grenoble

L’évolution des calottes polaires est régie à la fois par une dynamique d’écoulement complexe et par des mécanismes tels le glissement à la base, la température de la glace ou le bilan de masse en surface. De plus, de nombreuses boucles de rétroactions sont constatées entre les différents phénomènes impliqués. Tout ceci rend la modélisation de cette évolution complexe. Malgré tout, un certain nombre de modèles ont été développés dans cette optique. Ceux-ci font tous intervenir des paramètres influents qui dans certains cas sont peu ou pas connus. Ils nécessitent donc d’être correctement spécifiés. L’assimilation de données peut permettre une meilleure estimation de ces paramètres grâce à l’utilisation d’observations qui sont peu nombreuses en glaciologie. Dans cette thèse, nous nous intéressons à la mise en place de systèmes d’assimilation performants pour deux problèmes inverses concernant l’évolution des calottes polaires. Pour mieux nous concentrer sur ce point, nous avons travaillé avec un modèle d’évolution de calotte simplifié (appelé Winnie) qui, cependant, représente bien la plupart des processus complexes de la dynamique de la glace, et permet de travailler à différentes échelles de

temps. Dans un premier temps, nous mettons en place une approche 4D-Var pour la reconstruction de l'évolution d'un paramètre climatique influant sur l'évolution d'une calotte sur une échelle de temps typique de 20 000 ans. Elle nécessite notamment l'écriture du code adjoint du modèle. Dans un second temps, nous nous intéressons au problème du spin-up. Ce problème de calibration du modèle pour des simulations à échelles de temps courtes (pas plus de 100 ans) consiste plus particulièrement en la reconstruction conjointe de l'état initial, de la topographie du socle rocheux et des paramètres de glissement basal. Nous développons ici une approche filtre de Kalman d'ensemble pour résoudre ce problème.

Léa LAPORTE

Directeurs de thèse : Josiane Mothe (Institut de Recherche en Informatique de Toulouse) et Sébastien Déjean (Institut de Mathématiques de Toulouse).

La sélection de variables en apprentissage d'ordonnancement pour la recherche d'information : vers une approche contextuelle

Soutenue le 18 novembre 2013, Institut de Recherche en Informatique de Toulouse

L'apprentissage d'ordonnancement, ou learning-to-rank, consiste à optimiser automatiquement une fonction d'ordonnancement apprise à l'aide d'un algorithme à partir de données d'apprentissage. Les approches existantes présentent deux limites. D'une part, le nombre de caractéristiques utilisées est généralement élevé, de quelques centaines à plusieurs milliers, ce qui pose des problèmes de qualité et de volumétrie. D'autre part, une seule fonction est apprise pour l'ensemble des requêtes. Ainsi, l'apprentissage d'ordonnancement ne prend pas en compte le type de besoin ou le contexte de la recherche. Nos travaux portent sur l'utilisation de la sélection de variables en apprentissage d'ordonnancement pour résoudre à la fois les problèmes de la volumétrie et de l'adaptation au contexte. Nous proposons cinq algorithmes de sélection de variables basés sur les Séparateurs à Vaste Marge (SVM) parcimonieux. Trois sont des approches de repondération de la norme L^2 , une résout un problème d'optimisation en norme L^1 et la dernière considère des régularisations non convexes. Nos approches donnent de meilleurs résultats que l'état de l'art sur les jeux de données de référence. Elles sont plus parcimonieuses et plus rapides tout en permettant d'obtenir des performances identiques en matière de RI. Nous évaluons également nos approches sur un jeu de données issu du moteur commercial Nomao. Les résultats confirment la performance de nos algorithmes. Nous proposons dans ce cadre une méthodologie d'évaluation de la pertinence à partir des clics des utilisateurs pour le cas non étudié dans la littérature des documents multi-cliquables (cartes). Enfin, nous proposons

Résumés de thèses

un système d’ordonnancement adaptatif dépendant des requêtes basé sur la sélection de variables. Ce système apprend des fonctions d’ordonnancement spécifiques à un contexte donné, en considérant des groupes de requêtes et les caractéristiques obtenues par sélection pour chacun d’eux.

Nicolas MULLER

Directeurs de thèse : Nicolas Meunier et Annie Raoult (MAP5, Université Paris Descartes).

Etudes mathématiques et numériques de problèmes non-linéaires et non-locaux issus de la biologie

Soutenue le 21 novembre 2013, MAP5, Université Paris Descartes

Dans cette thèse nous étudions l’influence de l’environnement sur le comportement d’une cellule dans deux situations différentes. Dans chacune de ces deux situations, apparaît un couplage non-linéaire sur le champ d’advection lié à un terme non-local provenant du bord du domaine.

Dans une première partie, nous modélisons la polarisation cellulaire durant la conjugaison de la cellule de levure. Nous utilisons un modèle de type convection-diffusion avec un terme de convection non-linéaire et non-local. Ce modèle présente des similarités avec le modèle de Keller-Segel, la source du potentiel attractif étant sur le bord du domaine. Nous étudions le cas de la dimension un en utilisant des inégalités de Sobolev logarithmiques et HWI. En nous appuyant sur un raisonnement heuristique, nous ramenons l’étude de notre modèle en dimension deux au bord du domaine. Nous validons le modèle à l’aide des résultats expérimentaux obtenus par M. Piel en utilisant un bruit dynamique dans nos simulations numériques. Nous étudions ensuite le problème du dialogue cellulaire entre cellules de levure de sexe opposé.

Dans une seconde partie, nous étudions la réaction immunitaire durant l’athérosclérose. Nous construisons puis développons un modèle structuré en âge pour décrire l’inflammation. Pour des paramètres particuliers, nous déterminons le comportement en temps long de notre système en utilisant une fonctionnelle de Lyapunov.

Antoine DELEFORGE

Directeur de thèse : Radu Horaud (INRIA).

Projection d’espaces acoustiques : une approche par apprentissage automatisé de la séparation et de la localisation de sources sonores

Soutenue le 26 novembre 2013

Lab. Jean Kuntzmann et Univ. de Grenoble

Dans cette thèse, nous abordons les problèmes longtemps étudiés de la séparation et de la localisation binaurale (deux microphones) de sources sonores par l’apprentissage supervisé. Dans ce but, nous développons un nouveau paradigme dénommé projection d’espaces acoustiques, à la croisée des chemins de la perception binaurale, de l’écoute robotisée, du traitement du signal audio, et de l’apprentissage automatisé. L’approche proposée consiste à apprendre un lien entre les indices auditifs perçus par le système et la position de la source sonore dans une autre modalité du système, comme l’espace visuelle ou l’espace moteur. Nous proposons de nouveaux protocoles expérimentaux permettant d’acquérir automatiquement de grands ensembles d’entraînement qui associent de telles données. Les jeux de données obtenus sont ensuite utilisés pour révéler certaines propriétés intrinsèques des espaces acoustiques, et conduisent au développement d’une famille générale de modèles probabilistes permettant la projection localement linéaire d’un espace de haute dimension vers un espace de basse dimension. Nous montrons que ces modèles unifient plusieurs méthodes de régression et de réduction de dimension existantes, tout en incluant un grand nombre de nouveaux modèles qui généralisent les précédents. Les propriétés et l’inférence de ces modèles sont détaillées en profondeur, et le net avantage des méthodes proposées par rapport à des techniques de l’état de l’art est établi sur différentes applications de projection d’espace, au delà du champ de l’analyse de scènes auditives. Nous montrons ensuite comment les méthodes proposées peuvent être étendues probabilistiquement pour s’attaquer au fameux problème de la soirée cocktail, c’est à dire, localiser une ou plusieurs sources sonores émettant simultanément dans un environnement réel, et reséparer les signaux mélangés. Nous montrons que les techniques qui en découlent accomplissent cette tâche avec une précision inégalée. Ceci démontre le rôle important de l’apprentissage et met en avant le paradigme de la projection d’espaces acoustiques comme un outil prometteur pour aborder de façon robuste les problèmes les plus difficiles de l’audition binaurale computationnelle.

Résumés de thèses

Mikhail ISAEV

Directeur de thèse : Roman G. Novikov (CNRS/CMAP, Ecole Polytechnique).

Stabilité et instabilité dans les problèmes inverses

Soutenue le 27 novembre 2013, CMAP, Ecole Polytechnique

Dans cette thèse nous nous intéressons aux questions de stabilité et d'instabilité dans certains problèmes inverses classiques pour l'équation de Schrödinger et l'équation acoustique en dimension $d \geq 2$. Les problèmes considérés sont le problème inverse de Gelfand de valeurs au bord et les problèmes inverses de diffusion en champ proche et en champ lointain. Les résultats de stabilité et d'instabilité présentés dans cette thèse se complètent mutuellement et contribuent à une meilleure compréhension de la nature des problèmes précités. En particulier, nous démontrons des nouvelles estimations de stabilité globale qui dépendent explicitement de la régularité du coefficient et de l'énergie. En outre, nous considérons le problème inverse de valeurs au bord pour l'équation de Schrödinger à l'énergie fixée avec des mesures frontières représentées comme l'opérateur frontière d'impédance (ou l'opérateur Robin-Robin). Nous démontrons des estimations de stabilité globale pour détermination du potentiel à partir de mesures frontières dans cette représentation d'impédance. De plus, des techniques similaires donnent aussi une procédure de reconstruction globale pour ce problème.

Robin CHATELIN

Directeur de thèse : Philippe Poncet (Université de Pau et des pays de l'Adour).

Méthodes numériques pour l'écoulement de Stokes 3D : fluides à viscosité variable en géométrie complexe mobile ; Application aux fluides biologiques

Soutenue le 29 novembre 2013, IMT, INSA Toulouse

Ce travail propose des méthodes numériques pour la résolution du problème de Stokes en géométrie complexe pour des fluides non homogènes. Ce modèle décrit l'écoulement d'un fluide très visqueux, incompressible, dont la viscosité n'est pas uniforme mais dépend de la concentration d'un certain agent. D'un point de vue mathématique, il s'agit de résoudre un problème elliptique couplé à une équation de convection-diffusion, qui génère une dynamique non linéaire. L'algorithme de résolution est basé sur une discrétisation hybride utilisant une grille et des particules. Des algorithmes à pas fractionnaires permettent de séparer la résolution des différents phénomènes

pour profiter des avantages spécifiques à ces discrétisations : méthodes lagrangiennes adaptées à la convection et méthodes eulériennes pour la diffusion. Une méthode de pénalisation permet de gérer efficacement l’interaction entre le fluide et la géométrie mobile du domaine. Une méthode de projection itérative est développée pour ce problème quasi-statique ; cela permet d’utiliser des solveurs rapides propices aux calculs en grande dimension. Plusieurs cas tests viennent valider la convergence, la conservation et les performances de l’algorithme en 3D.

Ce travail s’inscrit dans le contexte de l’étude de l’écoulement du mucus pulmonaire autour des cellules épithéliales ciliées tapissant les bronches. L’efficacité du transport du mucus, assurant la capture et l’expectoration des agents pathogènes, est étudiée en fonction des paramètres biologiques. D’autres simulations d’un micro-nageur et d’écoulements en milieux poreux complètent cette étude.

Matthias DE LOZZO

Directrices de thèse : Béatrice Laurent (Institut de Mathématiques de Toulouse) et Patricia Klotz (ONERA).

Modèles de substitution spatio-temporels et multifidélité, Application à l’ingénierie thermique

Soutenue le 3 décembre 2013, ONERA, DTIM-M2SN (Toulouse)

Cette thèse porte sur la construction de modèles de substitution en régimes transitoire et permanent pour la simulation thermique, en présence de peu d’observations et de plusieurs sorties.

Nous proposons dans un premier temps une construction robuste de perceptron multicouche bouclé afin d’approcher une dynamique spatio-temporelle. Ce modèle de substitution s’obtient par une moyennisation de réseaux de neurones issus d’une procédure de validation croisée, dont le partitionnement des observations associé permet d’ajuster les paramètres de chacun de ces modèles sur une base de test sans perte d’information. De plus, la construction d’un tel perceptron bouclé peut être distribuée selon ses sorties. Cette construction est appliquée à la modélisation de l’évolution temporelle de la température en différents points d’une armoire aéronautique.

Nous proposons dans un deuxième temps une agrégation de modèles par processus gaussien dans un cadre multifidélité où nous disposons d’un modèle d’observation haute-fidélité complété par plusieurs modèles d’observation de fidélités moindres et non comparables. Une attention particulière est portée sur la spécification des tendances et coefficients d’ajustement présents dans ces modèles. Les différents krigeages et co-krigeages sont assemblés se-

Résumés de thèses

lon une partition ou un mélange pondéré en se basant sur une mesure de robustesse aux points du plan d'expériences les plus fiables. Cette approche est employée pour modéliser la température en différents points de l'armoire en régime permanent.

Nous proposons dans un dernier temps un critère pénalisé pour le problème de la régression hétéroscédastique. Cet outil est développé dans le cadre des estimateurs par projection et appliqué au cas particulier des ondelettes de Haar. Nous accompagnons ces résultats théoriques de résultats numériques pour un problème tenant compte de différentes spécifications du bruit et de possibles dépendances dans les observations.

Charles DAPOGNY

Directeurs de thèse : Grégoire Allaire (CMAP, Polytechnique) et Pascal Frey (Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6).

Optimisation de formes, méthodes de lignes de niveaux sur maillages non structurés, et évolution de maillages

Soutenue le 4 décembre 2013, Lab. J.-L. Lions, UPMC - Paris 6

L'objectif principal de cette thèse est de concevoir une méthode d'optimisation de structures qui jouit d'une description exacte (i.e. au moyen d'un maillage) de la forme à chaque itération du processus, tout en bénéficiant des avantages de la méthode des lignes de niveaux lorsqu'il s'agit de suivre leur évolution. Indépendamment, on étudie également deux problèmes de modélisation en optimisation structurale.

Dans une première partie bibliographique, on présente quelques notions classiques, ainsi qu'un état de l'art sommaire autour des trois thématiques principales de la thèse - méthode des lignes de niveaux, optimisation de formes et maillage.

Dans un second temps, on s'intéresse à deux questions indépendantes en optimisation de formes, celle de la répartition optimale de plusieurs matériaux au sein d'une structure donnée, et celle de l'optimisation robuste de fonctions dépendant du domaine lorsque des perturbations s'exercent sur le modèle.

Dans une troisième partie, on étudie la conception de schémas numériques en lien avec la méthode des lignes de niveaux lorsque le maillage de calcul est simplicial (et potentiellement adapté). Le calcul de la distance signée à un domaine est étudié, puis on se penche sur la résolution de l'équation de transport d'une fonction 'level set'. Ces deux techniques sont assorties d'une stratégie d'adaptation du maillage de calcul, destinée à en renforcer la précision.

La quatrième partie du mémoire traite des aspects de la thèse liés à la modification locale de maillages surfaciques et volumiques.

Enfin, la dernière partie détaille la stratégie conçue pour l'évolution de maillage en optimisation de formes, à partir des ingrédients développés dans les sections précédentes.

Camille CORON

Directrice de thèse : Sylvie Méléard (CMAP, Ecole Polytechnique).

Modélisation probabiliste et éco-évolution d'une population diploïde

Soutenue le 6 décembre 2013, CMAP, Ecole Polytechnique

On s'intéresse à la modélisation probabiliste de l'évolution génétique de populations diploïdes, dans un contexte d'éco-évolution. La population considérée est modélisée par un processus de naissance et mort multi-types, avec compétition et reproduction mendélienne. Une première partie du travail est consacrée à l'étude probabiliste du vortex d'extinction démo-génétique, un phénomène au cours duquel la taille d'une petite population décroît de plus en plus rapidement du fait de fixations de plus en plus fréquentes de mutations délétères. Nous ajoutons des mutations rares et nous étudions la population sous deux échelles de temps différentes. à l'échelle écologique, les mutations n'ont pas le temps d'apparaître, et nous donnons une formule pour la probabilité de fixation d'un allèle légèrement délétère en fonction de la composition génétique initiale de la population. à l'échelle mutationnelle, la population est monomorphe à chaque instant, et nous prouvons l'existence d'un vortex d'extinction. Nous donnons par ailleurs des résultats numériques et une analyse biologique détaillée des comportements obtenus. Nous étudions en particulier l'impact du vortex sur la dynamique de la taille moyenne de population, et nous quantifions ce phénomène en fonction des paramètres écologiques. Dans une deuxième partie, sous une asymptotique de grande taille de population et événements de naissance et mort fréquents, nous prouvons d'abord la convergence de la population vers une dynamique lente-rapide : la population converge vers l'équilibre de Hardy-Weinberg tandis que les quantités renormalisées des L allèles présents dans la population convergent vers une diffusion de dimension L . Pour $L = 2$, cette diffusion est absorbée presque sûrement en temps fini en $(0, 0)$ et nous étudions son comportement quasi-stationnaire. Nous étudions en particulier la possibilité de coexistence en temps long des deux allèles dans la population conditionnée à ne pas être éteinte et donnons des résultats numériques dans trois cas biologiquement intéressants. Nous faisons ensuite tendre le nombre d'allèles L vers l'infini

Résumés de thèses

tout en renormalisant l'espace des allèles, de façon à étudier simultanément la composition génétique d'une population diploïde sur un continuum d'allèles et sa démographie. La population est plus précisément modélisée par un processus à valeurs mesures dont nous prouvons la convergence lorsque le nombre d'allèles tend vers l'infini vers un nouveau superprocessus de type Fleming-Viot, avec taille de population variable et sélection diploïde.

Vinh Duc NGUYEN

Directeur de thèse : Olivier Ley (INSA Rennes).

Comportement asymptotique des solutions de systèmes et d'équations aux dérivées partielles non-linéaires dégénérés

Soutenue le 6 décembre 2013, INSA Rennes

Cette thèse, constituée de quatre chapitres, étudie le comportement asymptotique des solutions de systèmes et d'équations aux dérivées partielles non-linéaires dégénérés dans le cadre périodique. Les chapitres 2, 3 traitent des systèmes d'équations de Hamilton-Jacobi du premier ordre. Les chapitres 4, 5 concernent des équations et des systèmes paraboliques dégénérés du second ordre.

Le deuxième chapitre contient des propriétés fondamentales des systèmes d'équations de Hamilton-Jacobi comme le principe de comparaison, l'existence et la régularité des solutions. Le problème ergodique est résolu pour des systèmes dont les Hamiltoniens sont coercifs. Et puis nous prouvons le comportement asymptotique des solutions des systèmes de type eikonal.

Dans le troisième chapitre, nous utilisons une approche purement EDP pour généraliser les résultats du chapitre 2 aux classes plus générales de Hamiltoniens. Nous obtenons le résultat pour des Hamiltoniens non convexes et l'appliquons aux Hamiltoniens strictement convexes. Nous obtenons ainsi l'analogie des résultats de comportement asymptotique de Barles et Souganidis (2000) pour les systèmes non convexes et Davini et Siconolfi (2006) pour les systèmes strictement convexes.

Dans le quatrième chapitre, nous prouvons des bornes de gradient pour les solutions d'équations paraboliques non-linéaires dégénérées. Ces équations contiennent une somme de deux Hamiltoniens de nature très différente, l'un possède une croissance sous-linéaire en la variable gradient et l'autre possède une croissance sur-linéaire en la variable gradient. Nous résolvons cette difficulté en deux étapes. D'abord, nous prouvons une borne uniforme d'oscillation que nous utilisons ensuite pour obtenir la borne de gradient. Si l'on suppose en plus que la matrice diffusion est uniformément elliptique, nous pouvons utiliser le principe du maximum fort pour obtenir le comportement

asymptotique des solutions. Par ailleurs, nous prouvons le comportement asymptotique des solutions de systèmes faiblement couplés avec des équations de nature différente, par exemple, certaines ont un Hamiltonien sous-linéaire tandis que d’autres ont un Hamiltonien sur-linéaire.

Dans le dernier chapitre, nous nous intéressons à la convergence des solutions d’équations paraboliques non-linéaires dégénérées. La condition importante est que nous supposons qu’en tout point, la matrice de diffusion est soit nulle soit inversible. Nous combinons des techniques de type premier ordre et second ordre pour prouver ce résultat. Dans la zone où la matrice diffusion est nulle, nous utilisons les techniques de type premier ordre. Dans le complémentaire, nous employons le principe du maximum fort pour nous ramener vers la zone où la matrice diffusion est nulle.

Cédric ZANNI

Directrice de thèse : Marie-Paule Cani (Grenoble INP).

Modélisation implicite par squelette et Applications

Soutenue le 6 décembre 2013, Lab. Jean Kuntzmann et Univ. de Grenoble

Modéliser avec des squelettes est une alternative très séduisante aux ‘points de contrôle’ souvent placés à l’extérieur des formes : cette approche, analogue à un fil de fer dans une forme modelée, permet de créer des modèles de toutes géométries et topologies. Pour cela, il faut que les formes définies par chacun des squelettes soient capables de se mélanger de manière lisse. Introduites en informatique graphique dans les années 90, les surfaces implicites sont la principale solution à ce problème. Elles constituent un modèle puissant à la fois pour la modélisation d’objets tridimensionnels et pour leur animation : leur construction par squelette et leurs capacités de mélange par sommation des champs potentiels qui les définissent permettent en effet la conception progressive et le stockage compact d’objets volumiques, ainsi que l’animation de déformations pouvant comprendre des changements de topologie. Les surfaces implicites, et plus particulièrement les surfaces de convolution, forment donc un modèle particulièrement adapté à la modélisation par squelette. Toutefois, elles présentent un certain nombre de défauts qui les ont rendu inutilisables en pratique. Cette thèse propose de nouveaux modèles implicites à squelettes, s’inspirant de la convolution mais basés aussi sur des déformations de l’espace. Ils permettent : - une génération plus aisée de forme le long de squelettes formés de courbes (des arc d’hélices), - un meilleur contrôle des formes tant au niveau de leur épaisseur que de leur mélange, notamment nos modèles sont invariants par homothétie ce qui les rend

Résumés de thèses

plus intuitifs, - la génération de surfaces ayant une topologie plus proche de celle des squelettes, - la génération de détails fins engendrés par un bruit procédural, les détails se comportant de manière cohérente avec la surface (et les squelettes) sous-jacente.

Victor MAGRON

Directeurs de thèse : Benjamin Werner (INRIA / LIX, Ecole Polytechnique) et Stéphane Gaubert (INRIA / CMAP, Ecole Polytechnique).

Preuves Formelles pour l’optimisation globale – Méthode de gabarits et sommes de carrés

Soutenue le 9 décembre 2013, CMAP, Ecole Polytechnique

Cette thèse a pour but de certifier des bornes inférieures de fonctions multivariées à valeurs réelles, définies par des expressions semi-algébriques ou transcendantes et de prouver leur validité en vérifiant les certificats dans l’assistant de preuves COQ.

De nombreuses inégalités de cette nature apparaissent par exemple dans la preuve par Thomas Hales de la conjecture de Kepler.

Dans le cadre de cette étude, on s’intéresse à des fonctions non-linéaires, faisant intervenir des opérations semi-algébriques ainsi que des fonctions transcendantes univariées ($\cos$, $\arctan$, $\exp$, etc).

L’utilisation de différentes méthodes d’approximation permet de relâcher le problème initial en un problème d’optimisation semi-algébrique. On se ramène ainsi à des problèmes d’optimisation polynomiale, qu’on résout par des techniques de sommes de carrés creuses.

Dans un premier temps, nous présentons une technique classique d’optimisation globale. Les fonctions transcendantes univariées sont approchées par les meilleurs estimateurs polynomiaux uniformes de degré d .

Par la suite, nous présentons une méthode alternative, qui consiste à borner certains des constituants de la fonction non-linéaire par des suprema de formes quadratiques (approximation maxplus, introduite à l’origine en contrôle optimal) de courbures judicieusement choisies.

Enfin, cet algorithme d’approximation est amélioré, en combinant l’idée des estimateurs maxplus et de la méthode des gabarits développée par Manna et al. (en analyse statique). Les gabarits non-linéaires permettent un compromis sur la précision des approximations maxplus afin de contrôler la complexité des estimateurs semi-algébriques. Ainsi, on obtient une nouvelle technique d’optimisation globale, basée sur les gabarits, qui exploite à la fois la preci-

sion des sommes de carrés et la capacité de passage à l'échelle des méthodes d'abstraction.

L'implémentation de ces méthodes d'approximation a abouti à un outil logiciel : NLCertify. Cet outil génère des certificats à partir d'approximations semi-algébriques et de sommes de carrés. Son interface avec COQ permet de bénéficier de l'arithmétique certifiée disponible dans l'assistant de preuves, et ainsi d'obtenir des estimateurs et des bornes valides pour chaque approximation.

Nous démontrons les performances de cet outil de certification sur divers problèmes d'optimisation globale ainsi que sur des inégalités serrées qui interviennent dans la preuve de Hales.

Jean PEYHARDI

Directeurs de thèse : Yann Guédon (CIRAD, Montpellier) et Catherine Trottier (Université Montpellier 3).

Une nouvelle famille de modèles linéaires généralisés (GLM) pour l'analyse de données catégorielles ; application à la structure et au développement des plantes

Soutenue le 9 décembre 2013, Université Montpellier 2

Le but de cette thèse est de proposer une nouvelle classe de GLMs pour une variable réponse catégorielle structurée hiérarchiquement, comme une variable partiellement ordonnée par exemple. Une première étape a été de mettre en évidence les différences et les points communs entre les GLMs pour variables réponses nominale et ordinale. Sur cette base nous avons introduit une nouvelle spécification des GLMs pour variable réponse catégorielle, qu'elle soit ordinale ou nominale, basée sur trois composantes : le ratio de probabilités r , la fonction de répartition F et la matrice de design Z . Ce cadre de travail nous a permis de définir une nouvelle famille de modèles pour données nominales, comparable aux familles de modèles cumulatifs, séquentiels et adjacents pour données ordinales. Puis nous avons défini la classe des modèles linéaires généralisés partitionnés conditionnels (PCGLMs) en utilisant des arbres orientés et la spécification (r, F, Z) . Dans notre contexte biologique, les données sont des séquences multivariées composées d'une variable réponse catégorielle (le type de production axillaire) et de variables explicatives (longueur de l'entre-noeud par exemple). Dans les combinaisons semi-markoviennes de modèles linéaires généralisés partitionnés conditionnels (SMS-PCGLM) estimées sur la base de ces séquences, la semi-chaîne de Markov sous-jacente représente la succession et les longueurs des zones de

Résumés de thèses

ramification, tandis que les PCGLMs représentent, l’influence des variables explicatives de croissance sur les productions axillaires dans chaque zone de ramification. En utilisant ces modèles statistiques intégratifs, nous avons montré que la croissance de la pousse influençait des événements de ramification particuliers.

Christine BAKHOUS

Directeurs de thèse : Florence Forbes (INRIA) et Michel Dojat (Grenoble INP).

Modèles d’encodage parcimonieux de l’activité cérébrale mesurée par IRM fonctionnelle

Soutenue le 10 décembre 2013, Lab. Jean Kuntzmann et Univ. de Grenoble

L’imagerie par résonance magnétique fonctionnelle (IRMf) est une technique non invasive permettant l’étude de l’activité cérébrale au travers des changements hémodynamiques associés. Récemment, une technique de détection-estimation conjointe (DEC) a été développée permettant d’alterner (1) la détection de l’activité cérébrale induite par une stimulation ainsi que (2) l’estimation de la fonction de réponse hémodynamique caractérisant la dynamique vasculaire ; deux problèmes qui sont généralement traités indépendamment. Cette approche considère une parcellisation *a priori* du cerveau en zones fonctionnellement homogènes et alterne (1) et (2) sur chacune d’entre elles séparément. De manière standard, l’analyse DEC suppose que le cerveau entier peut être activé par tous les types de stimuli (visuel, auditif, etc.). Cependant la spécialisation fonctionnelle des régions cérébrales montre que l’activité d’une région n’est due qu’à certains types de stimuli. La prise en compte de stimuli non pertinents dans l’analyse, peut dégrader les résultats. La sous-famille des types de stimuli pertinents n’étant pas la même à travers le cerveau une procédure de sélection de modèles serait très coûteuse en temps de calcul. De plus, une telle sélection *a priori* n’est pas toujours possible surtout dans les cas pathologiques. Ce travail de thèse propose une extension de l’approche DEC permettant la sélection automatique des conditions (types de stimuli) pertinentes selon l’activité cérébrale qu’elles suscitent, cela simultanément à l’analyse et adaptativement à travers les régions cérébrales. Des exemples d’analyses sur des jeux de données simulés et réels, illustrent la capacité de l’approche DEC parcimonieuse proposée à sélectionner les conditions pertinentes ainsi que son intérêt par rapport à l’approche DEC standard.

Grégory FUTHAZAR

Directeurs de thèse : Loïc Le Marrec et Lalaonirina Rakotomanana (Université Rennes 1).

Onde en milieux hétérogènes : propagation, diffusion, cloaking

Soutenue le 11 décembre 2013, Université Rennes 1

Zixian JIANG

Directeur de thèse : Houssem Haddar (CMAP - INRIA Saclay).

Contrôle non-destructif de générateurs de vapeur via des sondes courants de Foucault : nouvelles approches

Soutenue le 23 janvier 2014, CMAP, Ecole Polytechnique

L'objectif principal de cette thèse est de proposer et de tester quelques méthodes de l'optimisation de forme afin d'identifier et de reconstruire des dépôts qui couvrent la paroi extérieure d'un tube conducteur dans un générateur de vapeur en utilisant des signaux courant de Foucault. Ce problème est motivé par des applications industrielles en contrôle non-destructif dans le secteur de l'énergie nucléaire. En fait, des dépôts peuvent obstruer le passage de circuit de refroidissement entre les tubes et les plaques entretoises qui les soutiennent, ce qui entraînerait une baisse de productivité et mettrait la structure en danger. On considère dans un premier temps un cas axisymétrique dans le cadre duquel on construit un modèle 2-D d'équations aux dérivées partielles vérifiées par le courant de Foucault. Cela, nous permet ensuite de reproduire des mesures d'impédances qui correspondent aux résultats expérimentaux. Pour réduire le coût de calculs de la simulation numérique, on tronque le domaine du problème en posant des conditions aux bords artificielles basées sur des études sur le comportement de la solution, notamment sur un calcul semi-analytique de l'opérateur $D-t-N$ dans la direction axiale. Pour la partie identification et reconstruction, on distingue deux sortes de dépôts et on établit pour chacun une méthode d'inversion spécifique. Le premier cas concerne des dépôts dont la conductivité est relativement faible (d'environ $1.e4$ S/m). On utilise la méthode d'optimisation de forme qui consiste à exprimer explicitement la dérivée des mesures d'impédance par rapport au domaine du dépôt en fonction d'une déformation et à représenter le gradient d'une fonctionnelle de coût à minimiser par l'intermédiaire d'un état adjoint proprement défini. Motivé par la présence des dépôts et des plaques de maintien non-axisymétriques, on fait aussi une extension en 3-D des méthodes précédentes. Pour le deuxième cas, des dépôts sont fortement conducteurs et sous forme de couche mince d'une épaisseur

Résumés de thèses

de l'ordre du micron. La méthode adaptée à la première sorte de dépôts devient ici trop coûteuse à cause du degré de liberté très élevé des éléments finis sur un maillage extrêmement raffiné à l'échelle de la couche mince. Pour relever cette difficulté, les études sont portées sur plusieurs modèles asymptotiques qui remplacent la couche mince par des conditions d'interface sur la surface du tube sur laquelle se trouve le dépôt. Le nom de modèle asymptotique vient du fait que les conditions d'interface effectives sont obtenues par le développement asymptotique de la solution en fonction d'un paramètre caractérisant la conductivité et l'épaisseur de la couche mince. La validation numérique a permis de retenir un modèle asymptotique qui est à la fois suffisamment précis et simple à inverser. L'inversion (recherche de l'épaisseur du dépôt) consiste alors à rechercher des paramètres dans les conditions d'interface (non standard). Pour les deux cas, la validation et des exemples numériques sont proposés pour le modèle direct et l'inversion.

Pierre LISSY

Directeur de thèse : Jean-Michel Coron (Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6).

Sur la contrôlabilité et son coût pour quelques équations aux dérivées partielles

Soutenue le 11 décembre 2013, Lab. J.-L. Lions, UPMC - Paris 6

Dans cette thèse, on s'intéresse à la contrôlabilité et son coût pour un certain nombre d'équations aux dérivées partielles linéaires ou non linéaires.

La première partie de la thèse concerne la contrôlabilité à zéro de l'équation de Navier-Stokes tridimensionnelle avec conditions au bord de Dirichlet et contrôle interne distribué sur un sous-ouvert de domaine de définition n'agissant que sur une seule des trois équations. La preuve repose sur la méthode du retour ainsi que sur une méthode originale de résolution algébrique de systèmes différentiels inspirée de travaux de Gromov.

La deuxième partie de la thèse concerne le coût du contrôle en temps petit ou en viscosité évanescence d'équations linéaires unidimensionnelles. Dans un premier temps, on montre que l'on peut, dans certains cas, faire un lien entre ces deux problèmes. Notamment il est possible d'obtenir des résultats de contrôlabilité uniforme de l'équation de transport-diffusion unidimensionnelle à coefficients constants contrôlée sur le bord gauche à l'aide de résultats déjà connus sur le contrôle de l'équation de la chaleur. Dans un second temps, on s'intéresse au coût du contrôle frontière en temps petit d'un certain nombre d'équations pour lesquelles l'opérateur spatial associé est autoadjoint ou anti-autoadjoint à résolvante compacte et ayant des valeurs propres se comportant de manière polynomiale, en utilisant la méthode des moments.

On en déduit des résultats pour des équations de type Korteweg-de-Vries linéarisées, diffusion fractionnaire et Schrödinger fractionnaire.

Jessie BIRMAN

Directeurs de thèse : Jean-Baptiste Hiriart-Urruty et Sophie Jan (Institut de Mathématiques de Toulouse).

Quantification et propagation d’incertitude dans les phases amont de projets de conception d’avions : de l’optimisation déterministe à l’optimisation sous contraintes probabilistes

Soutenue le 19 décembre 2013, Thèse CIFRE Airbus et Institut de Mathématiques de Toulouse

Le Conceptual Design est la première étape d’un projet d’avion de transport de passagers. Classiquement, au cours de ce processus, un grand nombre de configurations possibles sont comparées après avoir été dimensionnées sur la base d’un processus d’optimisation déterministe, multidisciplinaire sous contraintes. L’objectif est de définir les paramètres principaux de l’avion qui répondent à un cahier des charges donné de haut niveau. A ce stade du projet, les ingénieurs doivent résoudre le problème en ayant très peu de connaissances sur le produit final et donc beaucoup d’incertitude. La gestion de l’incertitude est un point crucial : réussir à comprendre au plus tôt l’impact qu’elle aura sur la configuration et les performances de l’avion peut permettre de choisir les configurations qui présentent le meilleur rapport bénéfice sur risque ainsi que de réduire le temps de conception ultérieur et donc les coûts. Cette thèse introduit une nouvelle méthodologie pour la résolution d’un problème d’optimisation de configuration avion affectée par de l’incertitude. Dans un premier temps, la source principale d’incertitude présente à ce stade du projet est identifiée comme étant de l’incertitude de prédiction des modèles de simulation. Cette incertitude est de type épistémique. Elle est quantifiée à l’aide d’outils probabilistes. Pour ce faire, afin de pouvoir ajuster des distributions de formes très différentes, nous avons modifié la loi Béta à quatre paramètres pour en créer une dont la manipulation des paramètres est plus intuitive. Nous l’avons appelée distribution Beta-Mystique. Dans un second temps, nous réalisons des études de propagation d’incertitudes à l’aide des méthodes de Monte Carlo et de propagation des moments, afin d’analyser la robustesse d’une configuration avion par rapport à une quantité d’incertitude donnée. Enfin, une optimisation sous contraintes probabilistes est résolue afin de générer des configurations avions robustes. Deux stratégies sont mises en place : l’approximation des contraintes probabilistes à l’aide de surfaces de réponses et la résolution du problème à l’aide de la méthode de propagation des moments.

Résumés de thèses

Georgios MICHAILIDIS

Directeurs de thèse : Grégoire Allaire (CMAP/Ecole Polytechnique) et François Jouve (Université Paris Diderot).

Contraintes de Fabrication et Optimisation Multiphasique de Forme et de Topologie avec la Méthode des Lignes de Niveaux

Soutenue le 27 janvier 2014, CMAP, Ecole Polytechnique

La principale contribution de cette thèse est la mise en œuvre des contraintes de fabrication dans l’optimisation géométrique et topologique de formes. Les limitations de fabrication relatives au procédé de fonderie sont formulées comme des contraintes mathématiques et sont introduites dans l’algorithme d’optimisation. En outre, nous proposons une nouvelle formulation pour des problèmes d’optimisation à plusieurs phases.

Ce travail est divisé en trois parties. La première partie est bibliographique. Nous présentons une synthèse des méthodes pour l’optimisation de formes et de la topologie et nous soulignons la combinaison de l’analyse de sensibilité de la forme et la méthode des lignes de niveaux pour la description de la frontière de la forme. Ensuite, nous donnons une brève description du procédé de moulage, à partir de laquelle toutes nos contraintes de fabrication sont déduites. Nous expliquons comment les designers industriels tiennent compte de ces limitations et proposons une stratégie visant à les incorporer dans les algorithmes de l’optimisation de formes.

La deuxième partie est consacrée à la formulation mathématique des contraintes de fabrication. On commence avec le contrôle de l’épaisseur. Basé sur la fonction distance signée, on formule trois contraintes afin d’assurer une taille d’épaisseur maximale et minimale, ainsi qu’une distance minimale entre les membres de la structure. Puis, nous proposons des façons de gérer les contraintes de la direction de démoulage et de les combiner ensuite avec des contraintes d’épaisseur. Finalement, une contrainte thermique provenant de la solidification des pièces coulées est traitée utilisant plusieurs modèles thermiques.

L’optimisation multiphasique est discutée dans la troisième partie. Le problème général de l’optimisation de formes utilisant plusieurs phases est présenté en détail. Une approche des interfaces ‘lissées’, est proposée pour éviter les difficultés numériques liées aux problèmes classiques d’une interface ‘nette’ et une dérivée de forme est calculée. Une extension de cette nouvelle formulation à l’optimisation de matériaux aux propriétés graduées est montrée dans l’Annexe.

Pierre-Antoine BOUTTIER

Directeurs de thèse : Eric Blayo (Université Joseph Fourier) et Jacques Verron (CNRS).

Assimilation variationnelle de données altimétriques dans le modèle océanique NEMO : Exploration de l’effet des non-linéarités dans une configuration simplifiée à haute résolution

Soutenue le 4 février 2014, Lab. J. Kuntzmann et Univ. de Grenoble

Un enjeu majeur des modèles océaniques est de représenter fidèlement les circulations méso- et submésos-échelles afin de simuler leur importante contribution dans la circulation générale et dans le bilan énergétique de l’océan. La poursuite de cet objectif se traduit par une augmentation de la résolution spatiale et temporelle à la fois des modèles et des observations de l’océan. Cependant, à ces petites échelles, la dynamique de l’écoulement revêt un caractère fortement turbulent ou non-linéaire. Dans ce contexte, les méthodes actuelles d’assimilation de données (AD), variationnelles en particulier, sont généralement moins performantes que dans un contexte (quasi-) linéaire. C’est là l’objectif de cette thèse : explorer sous divers aspects le comportement des méthodes variationnelles d’AD dans un modèle d’océan fortement non-linéaire. Ce travail, qui comporte une forte dimension de calcul scientifique, s’inscrit dans le contexte de NEMO-ASSIM, la plateforme communautaire d’AD du modèle océanique NEMO, à laquelle il a contribué notamment dans le développement des modèles linéaire tangent et adjoint de NEMO. Une configuration de bassin océanique turbulent idéalisé (configuration SEABASS) a été développée et intégrée à NEMO-ASSIM. Elle a servi de base à une série d’expériences dites ‘jumelles’, assimilant des données altimétriques simulées, basées sur les caractéristiques des satellites altimétriques Jason-1 et SARAL/AltiKA. À l’aide de ces expériences, nous analysons sous différents angles les problématiques posées par les non-linéarités à l’AD. Les résultats présentés tentent de lier les échelles caractéristiques des structures d’erreurs d’analyse et l’activité aux petites échelles. Pour ce faire, nous avons utilisé une large gamme de diagnostics, e.g. erreur quadratique moyenne spatiale et temporelle, caractéristiques des fonctions coûts, caractérisation de l’hypothèse linéaire tangente, PSD des champs d’erreurs d’analyse. Nos expériences montrent que le 4DVAR incrémental contrôle efficacement la trajectoire analysée au $1/4^\circ$ pour de longues fenêtres d’AD (2 mois). Lorsque la résolution augmente, la convergence de l’algorithme apparaît plus lente, voire échoue, sous certaines conditions. Cependant, correctement réglé, l’algorithme permet encore de réduire convenablement l’erreur d’analyse, et s’avère très nettement plus performant que l’algorithme 3DFGAT, couramment utilisé actuellement. Dans le but d’améliorer les performances du système d’AD, nous montrons l’importance de l’adéquation, en terme d’échelles spatiales, entre

Résumés de thèses

la circulation simulée et l'échantillonnage des observations altimétriques, notamment issues de satellites tels que Jason-1 ou SARAL/AltiKA. Cet aspect est important notamment dans l'optique des futurs systèmes d'observation satellitaire à très haute résolution, comme le programme SWOT. Nous avons également exploré la stratégie de minimisation dite 'progressive', permettant d'accélérer la convergence du 4DVAR à haute résolution. Enfin, la thèse se termine par une étude exploratoire de ce que pourraient être les difficultés, à la fois en termes de non linéarités et en termes de calcul scientifique, dans le cas d'une résolution extrême, de l'ordre du $1/100^\circ$.

Rania RAIS

Directeurs de thèse : Nabil Gmati (ENIT - Tunis), Florian Méhats (IRMAR - Rennes) et Éric Darrigrand (IRMAR - Rennes).

Couplage entre éléments finis et représentation intégrale pour les problèmes de diffraction acoustique et électromagnétique : analyse de convergence des méthodes de Krylov et méthodes multipôles rapides

Soutenue le 14 février 2014, Université Rennes 1

Le travail effectué dans cette thèse a consisté à analyser différents aspects mathématiques et numériques d'une stratégie de résolution des problèmes de propagation d'onde acoustique et électromagnétique en domaine extérieur. Nous nous intéressons plus particulièrement à la méthode de couplage entre éléments finis et représentation intégrale (CEFRI) où nous analysons un algorithme de résolution itérative par analogie avec une méthode de décomposition de domaine ainsi que l'utilisation de la méthode multipôles rapide (FMM). Le système à résoudre fait intervenir des opérateurs intégraux ce qui rend crucial le recours à des méthodes rapides telles que la FMM. L'analogie avec une méthode de décomposition de domaine s'obtient par extension au problème de Maxwell des résultats établis par F. Ben Belgacem et al. pour le problème de Helmholtz posé en domaine non borné. Pour cela, nous avons montré le lien entre la méthode CEFRI et la méthode de Schwarz avec recouvrement total pour la résolution du problème de Maxwell en domaine non borné. Cette relecture de la méthode CEFRI offre également une technique de préconditionnement pour les solveurs de Krylov et nous a permis d'avoir une idée préliminaire sur la convergence de ces méthodes. Ainsi, nous nous intéressons plutôt à des méthodes itératives rapides. Pour cela, nous avons mené une analyse théorique afin de montrer la convergence superlinéaire du GMRES dans une configuration sphérique. La validation de ces aspects a été réalisée par l'enrichissement de nombreux intégrands de la librairie éléments finis Mélina++, en C++.

Annonces de Colloques

par Thomas HABERKORN

ANNONCES DE COLLOQUES

Avril 2014

STOCHASTIC GEOMETRY DAYS 2014

du 2 au 4 Avril 2014, à Lille

<http://math.univ-lille1.fr/~heinrich/geostoch2014/>

ONZIÈME COLLOQUE JEUNES PROBABILISTES ET STATISTICIENS

du 6 au 11 Avril 2014, à Forges-les-eaux

<http://jps.math.cnrs.fr/2014/>

PROGRAMME INÉGALITÉS FONCTIONNELLES

du 7 au 12 Avril 2014, à Toulouse

http://www.math.univ-toulouse.fr/edp_proba/index.php?id=9

WORKSHOP "NUMERICAL METHODS FOR HIGH-DIMENSIONAL PROBLEMS"

du 14 au 18 Avril 2014, à Champs-sur-Marne

<http://cermics.enpc.fr/~ehrlachv/Workshop/HighDim/highdim.html>

PROBABILITY, ANALYSIS AND DYNAMICS

du 23 au 25 Avril 2014, à Bristol (Royaume-Uni)

<http://www.maths.bris.ac.uk/~mb13434/pad14/>

Mai 2014

PROBLÈMES INVERSES, CONTRÔLE ET OPTIMISATION DE FORMES

du 7 au 9 Mai 2014, à Hammamet (Tunisie)

<http://www.lamsin.tn/picof14/>

CONFÉRENCE EN L'HONNEUR DU SOIXANTIÈME ANNIVERSAIRE DE K. FALCONER

du 12 au 14 Mai 2014, à Saclay

<http://regularity.saclay.inria.fr/conference-in-honour-of-kenneth-falconers-60th-birthday>

SEMAINE GÉOMETRIE DIFFÉRENTIELLE STOCHASTIQUE

Annonces de colloques

du 12 au 16 Mai 2014, à Toulouse

http://www.math.univ-toulouse.fr/edp_proba/index.php?id=11

PROGRÈS RÉCENTS DANS L'ANALYSE MATHÉMATIQUE ET NUMÉRIQUE DES PROBLÈMES INVERSES

du 19 au 23 Mai 2014, à Marseille (CIRM)

<http://invmars14.sciencesconf.org/>

CONFÉRENCE À L'INTERFACE MATH.APP./ING. ET MÉDECINE POUR LES MALADIES PÉDIATRIQUES ET CONGÉNITALES CARDIOVASCULAIRES

du 21 au 22 Mai 2014, à Rocquencourt

<http://www.rocq.inria.fr/engfrontiersped/>

CALCULUS OF VARIATIONS AND OPTIMIZATION (A CONFERENCE TO CELEBRATE THE 60TH BIRTHDAY OF GIUSEPPE BUTTAZZO)

du 21 au 23 Mai 2014, à Pise (Italie)

<http://www.dm.unipi.it/buttazzo2014/>

8TH EUROPEAN CONFERENCE ON ELLIPTIC AND PARABOLIC PROBLEMS

du 26 au 30 Mai 2014, à Gaeta (Italie)

<http://www.math.uzh.ch/gaeta2014>

Juin 2014

RENCONTRE NIÇOISE D'ANALYSE GÉOMÉTRIQUE, EN L'HONNEUR DU 60ÈME ANNIVERSAIRE DE PHILIPPE DELANOË

du 2 au 4 Juin 2014, à Nice

<http://math.unice.fr/~eaubry/RNAG/indexeng.php>

ANALYSE DES EQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES

du 2 au 6 Juin 2014, à Roscoff

<http://gdredp.math.cnrs.fr/spip/>

CONFÉRENCE SINO-FRANÇAISE DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET CALCUL SCIENTIFIQUE

du 2 au 6 Juin 2014, à Xiamen (Chine)

<http://mmhpc.xmu.edu.cn/conference/sfcam.html>

INTERNATIONAL CONFERENCE IN OPTIMIZATION THEORY AND ITS APPLICATIONS

du 5 au 7 Juin 2014, à Seville (Espagne)

<http://www.imus.us.es/ALEL14/>

Annonces de colloques

ANALYSE HARMONIQUE, PROBABILITÉS ET APPLICATIONS EN L'HONNEUR
D'

ALINE BONAMI

du 10 au 13 Juin 2014, à Orléans

<http://bonami.sciencesconf.org/>

15ÈME JOURNÉE SMAI EDP/PROBAS. DYNAMIQUE D'UN GAZ DE SPHÈRES
DURES

le 12 Juin 2014, à Paris

<http://smai.emath.fr/spip.php?article498>

EIGHTH INTERNATIONAL CONFERENCE "CURVES AND SURFACES" DE
SMAI-SIGMA

du 12 au 18 Juin 2014, à Paris

<http://smai.emath.fr/curves2014/>

CONFÉRENCE FRANCO-ALGÉRIENNE EDP ET APPLICATIONS

du 16 au 19 Juin 2014, à Poitiers

<http://www-math.univ-poitiers.fr/Fr-Al-edpa2014/>

ROBUST MANAGEMENT IN FINANCE (ADVANCED MODELING AND NUMERI-
CAL METHODS)

du 17 au 20 Juin 2014, à Paris

<https://www.ceremade.dauphine.fr/ModelsRisks/conference.html>

INTERNATIONAL CONFERENCE OF COMPLEX SYSTEMS AND APPLICATIONS

du 23 au 26 Juin 2014, au Havre

<http://litis.univ-lehavre.fr/~bertelle/iccsa2014/>

NETCo 2014, CONFERENCE ON "NEW TRENDS IN OPTIMAL CONTROL"

du 23 au 27 Juin 2014, à Tours

<http://netco2014.sciencesconf.org/>

ANALYSE MICROLOCALE ET APPLICATIONS

du 23 au 27 Juin 2014, à Nice

<http://math.unice.fr/MAA2014/>

6TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCED COMPUTATIONAL
METHODS IN ENGINEERING

du 23 au 28 Juin 2014, à Gand (Belgique)

<http://www.acomen.ugent.be/>

SOURIAU COLLOQUIUM (COLLOQUE INTERNATIONAL DE THÉORIES VA-

Annonces de colloques

RIATIONNELLES)

du 29 Juin au 4 Juillet 2014, à Aix-en-Provence

<http://mars.iam.rwth-aachen.de/>

PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AND NONLINEARITIES, A CONFERENCE
IN HONOR OF HAIM BREZIS

du 30 Juin au 4 Juillet 2014, à Paris

<http://www.ljll.math.upmc.fr/Brezis2014/>

Juillet 2014

WORKSHOP ON ADVANCES IN CONTINUOUS OPTIMIZATION

du 10 au 12 Juillet 2014, à Perpignan

<http://europt2014.univ-perp.fr/index.html>

SUMMER SCHOOL ON IMPRECISE PROBABILITIES

du 21 au 25 Juillet 2014, à Montpellier

<http://www.lirmm.fr/SIPTAschool2014>

CEMRACS 2014 ON NUMERICAL MODELING OF PLASMAS

du 21 Juillet au 29 Août 2014, à Marseille

<http://smai.emath.fr/cemracs/cemracs14/>

DISCRETE SIMULATION OF FLUID DYNAMICS (DSFD 2014)

du 28 Juillet au 1er Août 2014, à Paris

<http://dsfd2014.erudicio.com/>

Août 2014

INTERNATIONAL CONGRESS OF MATHEMATICIANS

du 13 au 21 Août 2014, à Seoul (Corée)

<http://www.icm2014.org/>

Septembre 2014

TRIMESTRE IHP "GEOMETRY, ANALYSIS AND DYNAMICS ON SUB-RIEMANNIAN MANIFOLDS"

du 1er Septembre au 12 Décembre 2014, à Paris

<http://www.cmap.polytechnique.fr/subriemannian/>

SYMPOSIUM ON TRENDS IN APPLICATIONS OF MATHEMATICS TO MECHANICS

du 8 au 11 Septembre 2014, à Poitiers

<http://www-math.sp2mi.univ-poitiers.fr/STAMM2014/>

CONFÉRENCE EUROPÉENNE D’OPTIMISATION STOCHASTIQUE ET APPLICATIONS À L’ÉNERGIE

du 24 au 26 Septembre 2014, à Paris

<http://www.eurocsp2014.com>

INTERNATIONAL CONFERENCE ON NUMERICAL AND MATHEMATICAL MODELING OF FLOW AND TRANSPORT IN POROUS MEDIA (NM2POROUSMEDIA-2014)

du 29 Septembre au 3 Octobre 2014, à Dubrovnik (Croatie)

<http://nm2porousmedia.math.pmf.unizg.hr/>

Octobre 2014

15TH INTERNATIONAL WORKSHOP ON TRENDS IN NUMERICAL AND PHYSICAL MODELING FOR INDUSTRIAL MULTIPHASE FLOWS

du 12 au 18 Octobre 2014, à Cargese

http://cargese.math.cnrs.fr/index_m.php

SPECIAL SEMESTER ON NEW TRENDS IN CALCULUS OF VARIATIONS

du 13 Octobre au 12 Décembre 2014, à Linz (Autriche)

<http://wwwdev.ricam.oeaw.ac.at/specsem/specsem2014/>

WORKSHOP ON SIMULATION AT THE SYSTEM LEVEL

du 19 au 21 Octobre 2014, à Cargese

http://cargese.math.cnrs.fr/index_s.php

Décembre 2014

CONFERENCE IN HONOUR OF THE 60TH BIRTHDAY OF DOMINIQUE BAKRY

du 8 au 12 Décembre 2014, à Toulouse

<http://math.univ-lyon1.fr/wikis/db14/doku.php>

Thèses en ligne !

Le service TEL (<http://tel.archives-ouvertes.fr/>) est dédié à l’archivage des thèses et des Habilitations à Diriger les Recherches. Il est modelé sur le serveur de prépublications HAL. Ces services ont été créés par le CCSD (Centre pour la Communication Scientifique Directe). TEL est géré en collaboration avec Mathdoc et la Société Française de Physique.

Le dépôt des thèses est libre, la vérification concerne seulement la pertinence du classement thématique et la correction des données administratives, comme pour HAL.

Tout nouveau docteur (ou habilité) peut ainsi rendre visible (en 24 heures environ) son document de soutenance, ce qui ne peut qu’être encouragé !

Thierry Dumont.

Revue de presse

par Ana MATOS

REVUE DE PRESSE

PHILIPPE G. CIARLET : *Linear and Nonlinear Functional Analysis with Application*,
SIAM, XIV + 832 pages, 2013, ISBN 978-1-611872-58-0

Philippe G. Ciarlet est bien connu dans la communauté mathématique à la fois comme chercheur, auteur de nombreux articles sur des sujets variés : analyse numérique, méthodes des éléments finis, élasticité tridimensionnelle, théorie des plaques, théorie des coques, géométrie différentielle, et comme enseignant dont les soucis de pédagogie sont une constante de son œuvre, il a à son actif une quinzaine de livres écrits dans un style qui rend la lecture accessible à tout mathématicien intéressé par les sujets traités. Comme on pourra le lire dans la préface l’auteur reconnaît qu’il existe déjà de nombreux ouvrages traitant de l’analyse fonctionnelle et de ses applications, alors comment justifier l’existence de ce livre ? Les raisons sont nombreuses en voici quelques unes : sans être un nouveau domaine des mathématiques l’analyse fonctionnelle s’est imposée lentement au siècle dernier dans les cours universitaires. Les premiers ouvrages étaient plus proches de la recherche que de l’enseignement et la pédagogie, le souci des applications n’étaient pas la préoccupation fondamentale des mathématiciens fondateurs. L’analyse fonctionnelle est souvent un outil dans de nombreuses applications mais, dans la plupart des livres qui traitent d’applications, on ne trouve que des parties de l’analyse fonctionnelle relatives aux thèmes traités et on perd ainsi les bases fondamentales et son unité. De plus, l’organisation actuelle de l’enseignement universitaire en Master I, Master II, et préparation à la recherche, accentue encore plus la fragmentation de sujets fortement unifiés des mathématiques comme, précisément, l’analyse fonctionnelle. L’auteur a adopté un point de vue différent dans la mesure où il présente un panorama assez complet de ce que tout étudiant pourra utiliser s’il se destine à des recherches en analyse fonctionnelle, linéaire aussi bien que non linéaire, ou à des applications faisant appel aux outils fondamentaux de l’analyse fonctionnelle, en particulier les équations aux dérivées partielles linéaires et non linéaires.

Revue de Presse

Au début du livre on trouvera de longs chapitres de rappels sur des résultats de base - continuité, compacité, espaces de Banach, espaces de Hilbert, ... ainsi le lecteur n'aura pas à rechercher ailleurs dans des ouvrages de référence des résultats de base qui lui seraient indispensables étant cités dans l'excellente bibliographie à la fin du livre.

Pour donner une idée un peu plus précise du contenu, voici les intitulés des chapitres :

Chapter 1 : Real Analysis and Theory of Functions : A Quick Review ;

Chapter 2 : Normed Vector Spaces ;

Chapter 3 : Banach Spaces ;

Chapter 4 : Inner-Product Spaces and Hilbert Spaces ;

Chapter 5 : The "Great Theorems" of Linear Functional Analysis ;

Chapter 6 : Linear Partial Differential Equations ;

Chapter 7 : Differential Calculus in Normed Vector Spaces ;

Chapter 8 : Differential calculus in $\mathbb{R}^n$;

Chapter 9 : The "Great Theorems" of Nonlinear Functional Analysis.

Le livre se termine par une liste très utile - relativement complète - de références, une liste de notations, et un index très commode à consulter.

Il est clair qu'avec tout ce bagage rassemblé ici, le lecteur pourra aborder toute sorte d'applications, notamment celles qui sont modélisées par des équations aux dérivées partielles. Toutefois, dans cette brève analyse, il est impossible d'entrer dans les détails, mais encore une fois, il faut insister sur les qualités pédagogiques de cet ouvrage : pour tester l'acquisition de ses connaissances, le lecteur y trouvera pas moins de 401 problèmes disséminés dans le livre, les énoncés des problèmes étant d'ailleurs rédigés de telle sorte que l'on puisse rapidement trouver les outils utiles à leur résolution.

Finalement, lorsqu'on rencontre un tel livre pour la première fois un survol peut conduire à se poser des questions notamment sur le lectorat ciblé : il me semble tout étudiant soucieux de disposer d'un bon document de connaissances bien regroupées, utiles dans de multiples applications et susceptibles d'orienter de futurs choix en recherche et en enseignement. Cet ouvrage peut aussi servir de référence aux chercheurs débutants ou confirmés qui n'auraient pas nécessairement le temps de remonter aux sources. Il faut souligner une fois de plus que malgré les énormes possibilités offertes par internet, un tel livre est indispensable dans sa présentation et son contenu ; en effet une recherche sur internet montre qu'avec comme mot-clé "analyse fonctionnelle" on récupère des millions d'entrées complètement inutilisables. Comment s'y retrouver ? Avec ce livre comme guide, on peut aussi affiner des recherches

sur internet et notamment trouver des articles dans des revues spécialisées autres que ceux - très nombreux - qui figurent déjà dans les Notes de bas de page.

Dans un souci de rendre accessible l’achat de l’ouvrage à un large lectorat, l’éditeur le propose à un prix très raisonnable ; se le procurer est un bon investissement personnel à long terme. Cet ouvrage devrait figurer aussi dans toutes les bibliothèques de mathématiques.

Par **Gérard Tronel**.

EVARISTE SANCHEZ-PALENCIA : *Promenade dialectique dans les Sciences*,
Hermann (2012)

Je voudrais partager avec vous le bonheur que j’ai éprouvé à la lecture de *Promenade dialectique dans les Sciences* qu’Evariste Sanchez-Palencia vient de faire paraître chez Hermann (2012). Le but de Sanchez-Palencia est de nous montrer que beaucoup de découvertes scientifiques sont apparues de façon paradoxale, en suivant une démarche dialectique.

Ce programme peut sembler rébarbatif. Le mot dialectique a été galvaudé. Le philosophe Lucien Sève (dont les travaux jouent un rôle essentiel dans le livre) nous met en garde contre les lois de la dialectique ; il nous rappelle que c’est au nom des lois de la dialectique que l’agronome soviétique Trofim Denissovitch Lyssenko condamnait les découvertes de Mendel. Les généticiens soviétiques qui manquaient d’enthousiasme pour les lois de la dialectique ont fini leur carrière scientifique au Goulag.

Mais la dialectique de Sanchez-Palencia n’a rien à voir avec les horreurs du stalinisme ; elle nous amène à porter un regard alerte, critique et souvent ironique sur les sciences et leur histoire. Sanchez-Palencia nous apprend à être curieux, lucides, joyeux et impertinents, en plein accord avec l’esprit des Lumières. Il reproduit, avec un grand respect, le « *sapere aude* » de Kant : Le mouvement des Lumières est la sortie de l’homme de sa minorité dont il est lui-même responsable. Minorité, c’est-à-dire incapacité de se servir de son entendement sans la direction d’autrui, minorité dont il est lui-même responsable, puisque la cause en réside non dans un défaut de l’entendement mais dans un manque de décision et de courage de s’en servir sans la direction d’autrui. *Sapere aude* ! Aie le courage de te servir de ton propre entendement ! Voilà la devise des Lumières.

Revue de Presse

Dès le premier chapitre, nous sommes séduits, étonnés, subjugués. Sanchez-Palencia analyse quelques exemples de découvertes scientifiques dans lesquelles ombres et lumières, erreurs et vérités se mêlent de façon étonnante. Le Verrier après avoir découvert Neptune en résolvant un problème inverse s'épuise à découvrir Vulcain pour expliquer la précession du périhélie de l'orbite de Mercure ; cette précession ne pourra être comprise que par Einstein. Et finalement qui a découvert Neptune se demande Sanchez-Palencia ? Est-ce Le Verrier ou son concurrent anglais John Couch Adams ? La discussion que Sanchez-Palencia nous présente est une merveille de réflexion dialectique.

Sanchez-Palencia aime les marginaux, les incompris, les victimes de la science officielle. Il nous donne les exemples d'Ignaz Philipp Semmelweis, génial et malheureux précurseur de Louis Pasteur, et d'Elisée Reclus, géographe et généreux anarchiste. Je cite :

Il semble pourtant certain que Reclus est mort heureux, d'après le témoignage des amis venus auprès de son lit le 4 juillet 1905, quelques instants avant la crise cardiaque qui devait l'emporter, pour lui annoncer que, à la suite de la mutinerie du cuirassé Potemkine, de violentes émeutes avaient éclaté à Odessa, Saint Petersburg, Moscou, Varsovie et autres villes. Sanchez-Palencia nous renvoie ici au beau livre de Jean-Didier Vincent : *Elisée Reclus, géographe, anarchiste, écologiste* (Robert Laffont, 2010).

Sanchez-Palencia nous montre ensuite que l'on peut faire une grande découverte à partir d'une fausse modélisation (modèle hydrodynamique utilisé par Maxwell qui mènera à la découverte des ondes électromagnétiques). L'exemple de Louis Daguerre et des barricades de la rue Saint-Maur à Paris est extraordinaire. La preuve par l'image y est analysée et démontée avec une maestria dialectique et un sens du suspense éblouissants. Dans la même veine, l'analyse de la phrase : « Jean Valjeant ne se fait pas de la justice la même idée que le président Bush » est une merveille d'ambiguïté.

La relation dialectique entre la vérité et l'erreur est l'un des thèmes principaux de l'ouvrage. Sanchez-Palencia écrit : La contradiction est une force créatrice. Un des exemples les plus frappants est fourni par l'influence des thèses de Malthus sur Charles Darwin (chapitre IX). Un jour Peter Jones (professeur à Yale) me tendit un manuscrit mathématique en me disant : *it is not even wrong*, ce n'est même pas faux. Il voulait dire qu'une erreur mathématique peut être féconde, comme celle que fit Henri Poincaré, analysée magistralement par Sanchez-Palencia. Antoni Zygmund aimait dire que dans toute erreur il y a un morceau de vérité. Sanchez-Palencia nous égare dans un jeu subtil de miroirs où le vrai est quelquefois l'image du faux. Ce jeu est souvent nécessaire pour qu'enfin la lumière jaillisse. Sanchez-Palencia pense que

la dialectique est la forme supérieure de la logique où les contradictions se résolvent grâce au déroulement du temps. Dans cette perspective, la logique traditionnelle basée sur le principe de non-contradiction est statique. C'est une belle thèse et les exemples donnés sont convaincants.

Beaucoup de chapitres de ce livre se présentent comme des notes de lecture ou d'heureuses vulgarisations. Le chapitre cerveau et pensée ne me semblait pas très personnel ; mon héros Santiago Ramon y Cajal n'y était même pas mentionné ; mais soudain Sanchez-Palencia nous parle à cœur ouvert de la Tosca et de Mario (dans La Tosca de Puccini) et la discussion des modèles mentaux devient passionnante. Cette même Tosca sert d'illustration au concept d'Umwelt et l'analyse de la phrase Vissi d'arte, vissi d'amore (chantée par La Tosca) est éblouissante. Le concept d'Umwelt permet de décrire le domaine de cohérence d'une théorie. Sanchez-Palencia écrit que l'Umwelt d'une théorie scientifique est formé par son domaine de validité, les problèmes qui ont un sens dans son cadre, les scientifiques qui l'habitent, le type de publications considérées... L'exemple de Jakob von Uexküll que donne Sanchez-Palencia pour illustrer le concept d'Umwelt est également analysé dans l'Essai sur l'homme d'Ernst Cassirer.

Sanchez Palencia déteste les arrivistes. Il déteste la big science, celle qui nécessite des financements lourds. Il fait cependant une exception pour les grands observatoires construits dans le désert de l'Atacama, au nord du Chili. Voir le film magnifique La Nostalgia de la luz de Patricio Guzman. Sanchez-Palencia déteste le capitalisme financier. Il déteste l'usage de la bibliométrie pour évaluer l'activité des chercheurs. Il déteste les grands mots. Il analyse avec finesse et humour la place des génies. Il nous donne l'exemple du maréchal Joukov, le génie de la bataille de Stalingrad et décrit le processus complexe qui a conduit à cette victoire contre le nazisme. Dans cet exemple le génie apparaît dans l'obligation de surmonter une contradiction entre la volonté de Staline et la culture militaire de Joukov. C'est un exemple d'une démarche dialectique.

Sanchez-Palencia est féministe. Il admire Semmelweis qui accepte de ruiner sa propre carrière en essayant d'introduire l'hygiène dans les maternités de Vienne. Il admire et aime la Carmen de Bizet. Il adore certains opéras et le livre se termine par une analyse éblouissante du « Prince Igor » de Borodine. Et, chemin faisant, j'ai retrouvé un de mes poèmes favoris d'Antonio Machado : Caminante, son tus huellas el camino y nada más...

Ce livre est un régal. Il nous rend plus instruits, plus intelligents, car plus critiques.

Par Yves Meyer.

Revue de Presse

LLOYD N. TREFETHEN : *Approximation Theory and Approximation Practice*, SIAM (2013)

C'est un livre très innovant et intéressant sur l'approximation polynômiale et rationnelle de fonctions, liant les résultats théoriques aux applications et aux calculs numériques.

La première partie concerne l'approximation polynômiale et l'objectif principal est de montrer l'efficacité et la puissance des outils de Chebyshev. Ces outils sont présents tout le long du livre de différentes façons :

- les propriétés des polynômes d'interpolation aux points de Chebyshev et des projections de Chebyshev sont étudiées et l'auteur montre qu'ils ont des propriétés d'approximation équivalentes. Il est aussi montré que l'erreur en norme uniforme de ces interpolants est du même ordre que celui de la meilleure approximation ;
- les interpolants de Chebyshev peuvent être évalués d'une manière rapide et numériquement stable, même pour des millions de points d'interpolation, en utilisant les formules d'interpolation barycentrique ;
- pour tous les exemples numériques illustrant ce livre l'auteur utilise la bibliothèque Chebfun en Matlab (qui peut être téléchargée gratuitement), où les fonctions sont représentées par un polynôme d'interpolation dans les points de Chebyshev. C'est un outil très puissant pour calculer des approximations numériques dans différents domaines de l'analyse numérique.

Les résultats classiques de théorie de l'approximation sont aussi traités : théorème d'approximation de Weierstrass, meilleure approximation en norme ∞ , constantes de Lebesgue, convergence et vitesse de convergence des interpolants ou des projections de Chebyshev pour des fonctions analytiques. Les excellentes propriétés de ces approximations de Chebyshev comparées à celles des interpolants en points equidistants sont bien expliquées en utilisant la formule intégrale de Cauchy et des outils de la théorie du potentiel pour représenter et estimer les erreurs. Le lecteur est ainsi convaincu que, avec un bon choix des points d'interpolation et des algorithmes de calcul stables, l'approximation polynomiale est un outil puissant dans l'approximation de fonctions. L'auteur étudie différentes applications de ces approximations comme par exemple, le calcul des racines de polynômes, le calcul de normes, de maxima et minima. et aussi les méthodes de quadrature.

Mais les polynômes n'ont pas de bonnes propriétés dans l'approximation de fonctions à proximité de singularités ou dans des domaines non bornés, ce qui motive l'intérêt pour les fonctions rationnelles. Leur efficacité et supé-

riorité par rapport à l'approche polynomiale dans le cas de fonctions avec singularités sont bien illustrées par des exemples. Quelques applications des fonctions rationnelles sont présentées, montrant l'importance de développer des méthodes rapides et robustes pour leur calcul : évaluation des fonctions élémentaires et spéciales sur ordinateur, construction de filtres digitaux, méthodes d'extrapolation, détermination des pôles et continuation analytique, control optimal, résolution numérique de PDE raides... Une autre application des fonctions rationnelles est le vaste champ des fonctions de matrices : par exemple, bonnes approximations rationnelles de $\sqrt{x}$ mènent à des algorithmes puissants pour le calcul de $A^{1/2}v$ et l'approximation rationnelle de l'exponentielle est utilisée dans la discrétisation des PDE.

Contrairement à l'approximation polynômiale, l'interpolation rationnelle est un problème non linéaire, et ainsi la solution peut ne pas exister ou alors dépendre des données d'une façon discontinue. Quelques techniques sont proposées pour minimiser ces effets, comme par exemple l'utilisation de la SVD ou des moindres carrés pour généraliser le problème d'interpolation linéarisée.

L'étude de l'approximation rationnelle est plus riche et plus intéressante d'un point de vue théorique car le nombre de situations différentes qui peuvent apparaître est bien plus varié. Mais le calcul de ces approximations devient plus fragile, d'où le besoin de développer des algorithmes robustes pour leur calcul. L'utilisation de techniques de SVD dans le calcul d'interpolants rationnels ou d'approximants de Padé rend ces problèmes bien posés, c'est-à-dire unicité et dépendance continue des données initiales. D'un point de vue numérique, l'élimination des valeurs singulières d'ordre proche de la précision machine permet l'élimination des "spurious poles" (des pôles des approximations qui n'approchent pas une singularité de la fonction). Les exemples numériques présents dans le livre illustrent bien les théorèmes et montrent l'efficacité de la méthode dans la réduction des doublets de Froissart (paire de pôle-racine très proches).

Tous les chapitres sont illustrés par des exemples numériques en Chebfun. On vérifie ainsi la robustesse et l'efficacité des algorithmes implémentés dans cette toolbox par la vitesse des calculs et leur précision. Ils permettent des calculs avec des polynômes de degré très élevé ou l'utilisation de formules de quadrature avec des milliers de noeuds. C'est un très bon outil pour le calcul de différents types d'approximations.

Ce livre sera très utile à tout étudiant en mathématiques appliquées : l'auteur démontre les théorèmes essentiels, donne beaucoup d'applications et des algorithmes de résolution. Les exemples numériques avec Chebfun peuvent

Revue de Presse

encourager la pratique de l’approximation qui devient simple et amusante. Ces mêmes arguments sont valables pour les étudiants dans des écoles d’ingénieurs ou des scientifiques intéressés par des problèmes d’approximation. Chaque chapitre a aussi bien des exercices théoriques complétant les théorèmes donnés que des exercices plus numériques permettant de consolider les concepts. Ils aident le lecteur à mieux comprendre le sens des approximations construites. Même les chercheurs avec une bonne connaissance de la théorie de l’approximation auront du plaisir à lire ce livre et trouveront de nouvelles idées ou de nouvelles façons de traiter des problèmes d’approximation.

D’un point de vue historique, le livre est aussi très complet : il y a des références historiques aux origines des idées, concepts et résultats et à leur développement. Le livre se termine par une bibliographie historique très complète qui permet au lecteur de facilement explorer les sujets de son intérêt.

Les idées sont introduites d’une manière si naturelle que le lecteur comprend la puissance des principaux résultats et leurs différents domaines d’application, l’incitant peut-être à poursuivre et approfondir l’étude.

Pour moi la contribution la plus originale de ce livre est le parallèle entre les résultats théoriques et les calculs numériques. Ceci permet d’avoir une compréhension plus profonde de l’importance des résultats et aide à se débarrasser de certains mythes sur l’approximation polynomiale ou rationnelle. L’accent donné à la présentation d’algorithmes robustes pour calculer ces approximations montre combien ils sont utiles dans la résolution de problèmes numériques. Pour toutes ces raisons je pense que ce livre devrait faire partie de toutes les bibliothèques universitaires de mathématiques.

Par **Ana Matos.**

CORRESPONDANTS LOCAUX

Amiens *Serge Dumont*
LAMFA
Univ. de Picardie Jules Verne
33 rue Saint Leu
80039 Amiens CEDEX
☎ 03 22 82 75 16
Serge.Dumont@u-picardie.fr

Angers *Loïc Chaumont*
LAREMA
Faculté des Sciences
Univ. d'Angers
2 bd Lavoisier
49045 Angers CEDEX 01
☎ 02 41 73 50 28 – 📠 02 41 73 54 54
loic.chaumont@univ-angers.fr

Antilles-Guyane *Jacques Laminie*
Univ. des Antilles et de la Guyane
Campus de Fouillole - BP 250
97157 Pointe-à-Pitre Cedex
☎ (590) 590 48 30 – 📠 (590) 590 48 20
Jacques.Laminie@univ-ag.fr

Avignon *Alberto Seeger*
Dépt de Mathématiques
Univ. d'Avignon
33 rue Louis Pasteur
84000 Avignon
☎ 04 90 14 44 93 – 📠 04 9014 44 19
alberto.seeger@univ-avignon.fr

Belfort *Michel Lenczner*
Lab. Mécatronique 3M
Univ. de Technologie de Belfort-
Montbelliard
90010 Belfort CEDEX
☎ 03 84 58 35 34 – 📠 03 84 58 31 46
Michel.Lenczner@utbm.fr

Besançon *Nabile Boussaid*
Lab. de mathématiques
UFR Sciences et Techniques
16 route de Gray
25030 Besançon CEDEX
☎ 03 81 66 63 37 – 📠 03 81 66 66 23
boussaid.nabile@gmail.com

Bordeaux *Lisl Weynans*
Institut de Mathématiques
Univ. Bordeaux I
351 cours de la Libération - Bât. A33
33405 Talence CEDEX
☎ 05 40 00 35 36
lisl.weynans@math.u-bordeaux1.fr

Brest *Piernicola Bettiol*
Dép. de Mathématiques
UFR Sciences et Techniques
Université de Bretagne Occidentale
6 av. Victor Le Gorgeu
CS 93837
29238 Brest Cedex 3
☎ 02 98 01 73 86 – 📠 02 98 01 61 75
Piernicola.Bettiol@univ-brest.fr

Cachan ENS *Laure Quivy*
CMLA
ENS Cachan
61 av. du Président Wilson
94235 Cachan CEDEX
☎ 01 47 40 59 12
quivy@clma.ens-cachan.fr

Caen *Alain Campbell*
Groupe de Mécanique, Modélisation
Mathématique et Numérique
Lab. Nicolas Oresme
Univ. de Caen
BP 5186
14032 Caen CEDEX
☎ 02 31 56 74 80 – 📠 02 31 56 73 20
alain.campbell@unicaen.fr

Cergy *Mathieu Lewin*
Dép. de Mathématiques,
Univ. de Cergy-Pontoise / Saint-
Martin
2 av. Adolphe Chauvin
95302 Cergy-Pontoise CEDEX
☎ 01 34 25 66 15 – 📠 01 34 25 66 45
mathieu.lewin@math.cnrs.fr

Correspondants locaux

Clermont-Ferrand *Olivier Bodart*

Lab. de Mathématiques Appliquées
Univ. Blaise Pascal
BP 45
63177 Aubière CEDEX
☎ 04 73 40 79 65 – 📠 04 73 40 70 64

Olivier.Bodart@math.univ-bpclermont.fr

Compiègne

Véronique Hédou

Équipe de Mathématiques Appliquées
Dept Génie Informatique
Univ. de Technologie
BP 20529
60205 Compiègne CEDEX
☎ 03 44 23 49 02 – 📠 03 44 23 44 77
Veronique.Hedou@utc.fr

Dijon *Christian Michelot*

UFR Sciences et Techniques
Univ. de Bourgogne
BP 400
21004 Dijon CEDEX
☎ 03 80 39 58 73 – 📠 03 80 39 58 90
michelot@u-bourgogne.fr

École Centrale de Paris

Anna Rozanova-Pierrat

École Centrale de Paris
Lab. Mathématiques Appliquées aux Systèmes,
Grande Voie des Vignes,
92295 Châtenay-Malabry CEDEX
☎ 01 41 13 17 19 – 📠 01 41 13 14 36
anna.rozanova-pierrat@ecp.fr

États-Unis *Rama Cont*

IEOR, Columbia University
316 S. W. Mudd Building
500 W. 120th Street, New York,
New York 10027 – États-Unis
☎ + 1 212-854-1477
Rama.Cont@columbia.edu

Evry la Génomopole *Stéphane Menozzi*

Laboratoire d'Analyse et Probabilités
Univ. d'Évry Val d'Essonne
IBGBI 23 - Boulevard de France
91037 Evry
☎ 01 64 85 34 98
stephane.menozzi@univ-evry.fr

Grenoble *Brigitte Bidegaray*

Lab. de Modélisation et Calcul,
IMAG
Univ. Joseph Fourier
BP 53
38041 Grenoble CEDEX 9
☎ 04 76 57 46 10 – 📠 04 76 63 12 63
Brigitte.Bidegaray@imag.fr

Israël *Ely Merzbach*

Dept of Mathematics and Computer
Science
Bar Ilan University Ramat Gan.
Israel 52900
☎ + 972 3 5318407/8 – 📠 + 972 3 5353325
merzbach@macs.biu.ac.il

La Réunion *Philippe Charton*

Dép. de Mathématiques et Informa-
tique IREMI
Univ. de La Réunion
BP 7151
97715 Saint-Denis Messag CEDEX 9
☎ 02 62 93 82 81 – 📠 02 62 93 82 60
Philippe.Charton@univ-reunion.fr

Le Havre *Adnan Yassine*

IUT du Havre
Place Robert Schuman
BP 4006
76610 Le Havre.
☎ 02 32 74 46 42 – 📠 02 32 74 46 71
adnan.yassine@iut.univ-lehavre.fr

Le Mans *Alexandre Popier*

Dép. de Mathématiques
Univ. du Maine
Av. Olivier Messiaen
72085 Le Mans CEDEX 9
☎ 02 43 83 37 19 – 📠 02 43 83 35 79
Alexandre.Popier@univ-lemans.fr

Liban *Hyam Abboud*

Fac. des Sciences et de Génie Infor-
matique
Univ. Saint-Esprit de Kaslik
BP 446 Jounieh
Liban
☎ + 961 9 600 914
hyamabboud@usek.edu.lb

Correspondants locaux

Lille *Caterina Calgaro*
Lab. de Mathématiques Appliquées
Univ. des Sciences et Technologies de
Lille
Bat. M2, Cité Scientifique
59655 Villeneuve d’Ascq CEDEX
☎ 03 20 43 47 13 – 📠 03 20 43 68 69
Caterina.Calgaro@univ-lille1.fr

Limoges *Samir Adly*
LACO
Univ. de Limoges
123 av. A. Thomas
87060 Limoges CEDEX
☎ 05 55 45 73 33 – 📠 05 55 45 73 22
adly@unilim.fr

Littoral Côte d’Opale *Carole Rosier*
LMPA
Centre Universitaire de la Mi-voix
50 rue F. Buisson
BP 699
62228 Calais CEDEX.
☎ 03 21 46 55 83
Carole.Rosier@lmpa.univ-littoral.fr

Lyon *Thierry Dumont*
Institut Camille Jordan,
Univ. Claude Bernard Lyon 1
43 b^d du 11 novembre 1918
69622 Villeurbanne CEDEX
tdumont@math.univ-lyon1.fr

Marne la Vallée *Alain Prignet*
Univ. de Marne-la-Vallée, Cité Des-
cartes
5 b^d Descartes
77454 Marne-la-Vallée CEDEX
☎ 01 60 95 75 34 – 📠 01 60 95 75 45
alain.prignet@univ-mlv.fr

Maroc *Khalid Najib*
École Nationale de l’Industrie Miné-
rale
B^d Haj A. Cherkaoui, Agdal
BP 753, Rabat Agdal 01000
Rabat
Maroc
☎ 00 212 37 77 13 60 – 📠 00 212 37 77 10 55
najib@enim.ac.ma

Marseille *Guillemette Chapuisat*
LATP
Université Paul Cézanne
Faculté des Sciences et Techniques de
St Jérôme, Case Cour A
avenue Escadrille Normandie-
Niemen
13397 Marseille Cedex 20, France ☎
04 91 28 88 40 – 📠 01 91 28 87 41
guillemette.chapuisat@univ-cezanne.fr

Metz *Jean-Pierre Croisille*
Dépt de Mathématiques
Univ. de Metz
Ile du Saulcy
57405 Metz CEDEX 01
☎ 03 87 31 54 11 – 📠 03 87 31 52 73
croisil@poncelet.univ-metz.fr

Montpellier *Matthieu Alfaro*
I3M
Dép. de Mathématiques,
Univ. Montpellier II, CC51
Pl. Eugène Bataillon
34095 Montpellier CEDEX 5
☎ 04 67 14 42 04 – 📠 04 67 14 35 58
malvaro@math.univ-montp2.fr

Nancy *Takéo Takahashi*
Institut Élie Cartan
BP 239
54506 Vandoeuvre-lès-Nancy
☎ 03 83 68 45 95 – 📠 03 83 68 45 61
takahashi@iecn.u-nancy.fr

Nantes *Francoise Foucher*
École Centrale de Nantes
BP 92101
44321 Nantes CEDEX 3
☎ 02 40 37 25 19
francoise.foucher@ec-nantes.fr

Nice *Claire Scheid*
Lab. Jean-Alexandre Dieudonné
Univ. de Nice
Parc Valrose
06108 Nice CEDEX 2
☎ 04 92 07 64 95 – 📠 04 93 51 79 74
claire.scheid@unice.fr

Correspondants locaux

Orléans *Cécile Louchet*
 Dépt de Mathématiques
 Univ. d'Orléans
 BP 6759
 45067 Orléans CEDEX 2
 ☎ 02 38 49 27 57 – 📠 02 38 41 71 93
 Cecile.Louchet@univ-orleans.fr

Paris I *Jean-Marc Bonnisseau*
 UFR 27 – Math. et Informatique
 Univ. de Paris I, CERMSEM
 90 rue de Tolbiac
 75634 Paris CEDEX 13
 ☎ 01 40 77 19 40 – 📠 01 40 77 19 80
 jean-marc.bonnisseau@univ-paris1.fr

Paris V *Ellen Saada*
 Lab. MAP 5 - UMR CNRS 8145
 Univ. Paris Descartes
 45 rue des Saints Pères
 75270 Paris cedex 06
 ☎ 01 42 86 21 14 – 📠 01 42 86 41 44
 ellen.saada@mi.parisdescartes.fr

Paris VI *Nicolas Vauchelet*
 Lab. Jacques-Louis Lions
 Boîte courrier 187
 Univ. Pierre et Marie Curie
 4 place Jussieu
 75252 Paris CEDEX 05
 ☎ 01 44 27 37 72 – 📠 01 44 27 72 00
 vauchelet@ann.jussieu.fr

Paris VI *Noufel Frikha*
 Lab. Probabilités et Modèles Aléatoires
 Univ. Pierre et Marie Curie
 4 place Jussieu
 75252 Paris CEDEX 05

frikha.noufel@gmail.com

Paris XI *Benjamin Graille*
 Mathématiques, Bât. 425
 Univ. de Paris-Sud
 91405 Orsay CEDEX
 ☎ 01 69 15 60 32 – 📠 01 69 14 67 18
 Benjamin.Graillle@math.u-psud.fr

Paris XII *Yuxin Ge*
 UFR de Sciences et Technologie
 Univ. Paris 12 - Val de Marne
 61 av. du Général de Gaulle
 94010 Créteil CEDEX
 ☎ 01 45 17 16 52
 ge@univ-paris12.fr

Paris XIII *Jean-Stéphane Dhersin*
 Univ. Paris XIII / Paris Nord
 Département de Mathématiques Institut Galilée
 Université Paris 13
 99, Avenue Jean-Baptiste Clément
 93430 Villetaneuse
 ☎ 01 45 17 16 52
 dhersin@math.univ-paris13.fr

Paris IX *Julien Salomon*
 CEREMADE
 Univ. Paris-Dauphine
 Pl du M^{al} de Lattre de Tassigny
 75775 Paris CEDEX 16
 ☎ 01 44 05 47 26 – 📠 01 44 05 45 99
 salomon@ceremade.dauphine.fr

Pau *Brahim Amaziane*
 Lab. de Math. Appliquées, IPRA,
 Univ. de Pau
 av. de l'Université
 64000 Pau
 ☎ 05 59 92 31 68/30 47 – 📠 05 59 92 32 00
 brahim.amaziane@univ-pau.fr

Perpignan *Didier Aussel*
 Dépt de Mathématiques
 Univ. de Perpignan
 52 avenue de Villeneuve
 66860 Perpignan CEDEX
 ☎ 04 68 66 21 48 – 📠 04 68 06 22 31
 aussel@univ-perp.fr

Poitiers *Morgan Pierre*
 LMA
 Univ. de Poitiers
 B^d Marie et Pierre Curie
 BP 30179
 86962 Futuroscope Chasseneuil CEDEX
 ☎ 05 49 49 68 85
 Morgan.Pierre@math.univ-poitiers.fr