





MATAPLI nº 101- Juin 2013

Sommaire

Editorial3
2013 : Trente ans de la SMAI
Trente ans plus tard7
Quelques éléments historiques sur les débuts de la SMAI9
Petit message à mes amis de la SMAI
La SMAI de trente ans, souvenirs, anecdotes
De l'association GAMNI au groupe SMAI-GAMNI21
MAIRCI : le dernier né des GT SMAI
Les 26 ans du groupe MAS31
Le groupe SMAI-MODE, plus de vingt ans après
Petite histoire de SMAI-SIGMA41
Comptes rendus des CA et bureaux de la SMAI
Enquête sur les chercheurs CNRS en mathématiques55
Du côté des industriels : Scénarii de mathématiques industrielles pour la simulation numérique
Populariser, vulgariser, diffuser, communiquer, divulguer, expliquer,
transmettre etc
Comptes rendus de manifestations
Big Data cherche Mathématiques
Quelques applications de la programmation semidéfinie
Apprentissage statistique à grande échelle par approximation stochastique $$. 115
Une équipe de mathématiques dans un laboratoire d'ingénierie125
Langages spécifiques au domaine des équations aux dérivées partielles $\ldots139$
Résumés de thèses
Annonces de colloques
Liste des correspondants locaux

Date limite de soumission des textes pour le Matapli 102 : **15 octobre 2013**

 $Smai-Institut\ Henri\ Poincar\'e-11\ rue\ Pierre\ et\ Marie\ Curie-75231\ Paris\ Cedex\ 05$ $T\'el:01\ 44\ 27\ 66\ 62-T\'el\'ecopie:01\ 44\ 07\ 03\ 64$ $MATAPLI-ISSN\ 0762-5707$ $smai\ @emath.fr-http://smai.emath.fr$









PRIX DES PUBLICITÉS ET ENCARTS DANS MATAPLI POUR 2013

- 150 € pour une demi-page intérieure
- 250 € pour une page intérieure
- -400 € pour la $3^{\rm e}$ de couverture
- 450 € pour la 2^{e} de couverture
- -500 € pour la $4^{\rm e}$ de couverture
- 300 € pour le routage avec Matapli d'une affiche format A4 (1500 exemplaires)

(nous consulter pour des demandes et prix spéciaux)

Envoyer un bon de commande au secrétariat de la Smai

Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05 Tél : 01 44 27 66 62 – Télécopie : 01 44 07 03 64 smai@emath.fr

Site internet de la SMAI :

http://smai.emath.fr/









Éditorial

Editorial

par Grégoire Allaire Président de la SMAI

Chers membres de la SMAI,

ce numéro 101 de Matapli est consacré aux 30 ans de la SMAI. Vous y trouverez à la fois des articles qui retracent le passé et les débuts de la SMAI (avec notamment des contributions des quatre premiers présidents de la SMAI ainsi que des historiques des groupes thématiques) et des contributions qui regardent plus vers l'avenir en faisant un peu de prospective sur des domaines en plein développement. Bien sûr, ce panorama des sujets "chauds" est loin d'être exhaustif et est certainement biaisé. Les thèmes choisis ont été discutés en bureau et en conseil d'administration, mais des oublis sont toujours possibles et il n'était de toute façon pas possible de parler de tout. Par ailleurs, l'indisponibilité de certains auteurs pressentis a accru encore un peu le déséquilibre thématique. Néanmoins, j'espère que cet aperçu, imparfait mais éclairant, donnera une vision enthousiasmante de la vitalité de l'ensemble des mathématiques appliquées et industrielles et qu'il permettra d'attirer de nouveaux talents dans notre communauté pour relever ces nombreux défis.

Bien qu'il ne s'agisse pas à proprement parler de prospective, la vulgarisation ou la diffusion vers le grand public des mathématiques est devenu un aspect incontournable de notre activité. Etienne Ghys dans un article de ce numéro nous y encourage en nous proposant l'exemple d'Images des Mathématiques, revue en ligne du CNRS qu'il anime. N'hésitez pas à répondre à son appel et à proposer des contributions à Images des Mathématiques! La SMAI n'est toutefois pas en reste puisqu'elle vient de lancer "MADD Maths", une lettre électronique dont le 2ème numéro vient de paraître. Cette lettre s'adresse à un très large public dès le collège ou le lycée. N'hésitez pas à en parler autour de vous et notamment aux collègues du secondaire. Cette lettre s'inspire du projet éponyme italien lancé par la SIMAI en 2009. Elle a vu le jour en France grâce à une équipe de bénévoles majoritairement orléanais, animée par Stéphane Cordier et Cristiana Di Russo. Qu'ils soient tous remerciés au nom de la SMAI.









Éditorial

Les 30 ans de la SMAI ont été fêtés une première fois lors du congrès SMAI à Seignosse mais, si vous n'avez pas pu vous y rendre, rien n'est perdu car nous nous retrouverons à nouveau pour souffler des bougies à l'issue d'une journée organisée par la SMAI le mardi 8 octobre 2013 à l'IHP à Paris. Cette "Journée d'échanges et de prospective à l'occasion des 30 ans de la SMAI" sera l'occasion, d'une part, de faire le point sur des expériences pédagogiques innovantes récentes, et notamment sur l'émergence des MOOC (Massive Online Open Courses), et d'autre part, de discuter de projets de publications scientifiques reposant sur un modèle économique alternatif, utilisant principalement un soutien financier institutionnel. Notez donc cette date sur votre agenda et venez nombreux à cet évènement qui se terminera bien sûr autour d'un verre!

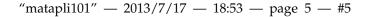
Du côté des réformes en cours concernant l'enseignement supérieur et la recherche, la SMAI comme d'autres sociétés savantes et organisations d'enseignants-chercheurs reste vigilante sur un certain nombre de propositions. Parmi celles sur lesquelles notre discipline est directement interpellée figure le projet de réduction du nombre d'intitulés des diplômes de Licence et de Master. En ce qui concerne les Masters, un premier projet issu du ministère réduisait considérablement le nombre d'intitulés, mais de manière non uniforme. Ainsi, il était proposé trois intitulés, relativement proches, à savoir "Mathématiques et applications, Ingénierie des mathématiques", "Mathématiques et informatique", "Modélisation, simulation, calcul haute performance", alors que les mots statistique, probabilités ou optimisation avaient complètement disparu. Sans vouloir multiplier à l'infini les intitulés de Master, la SMAI affirme qu'il est néanmoins essentiel que ceuxci reflètent de façon cohérente l'éventail des contenus actuels, en tenant compte des débouchés, dans un souci évident de lisibilité pour les étudiants et leurs futurs employeurs. Un message commun a été envoyé dans ce sens au ministère par les présidents des trois sociétés savantes de mathématiques, et ces dernières souhaitent être associées à l'établissement des listes d'intitulés.

Je conclus cet éditorial en vous donnant les dernières nouvelles de l'ICIAM (International Council for Industrial and Applied Mathematics). Le conseil de l'ICIAM s'est réuni à Pékin les 10 et 11 mai derniers. Il a élu son futur président en la personne de notre collègue, Maria Esteban (ancienne présidente de la SMAI, estil besoin de le rappeler!). Maria ne prendra ses fonctions qu'en 2015 mais dès maintenant elle fait partie de la gouvernance de l'ICIAM en tant que présidente-élue. J'adresse au nom de la SMAI et en mon nom propre toutes mes félicitations à Maria pour cette nomination prestigieuse. Par ailleurs, le conseil de l'ICIAM a aussi fixé le lieu du congrès ICIAM en 2019 : il se tiendra à Valence en Espagne.

4











Éditorial

La SMAI, qui avait soutenu cette candidature, se réjouit de ce choix et félicite la SEMA (Société Espagnole de Mathématiques Appliquées), son président Rafael Bru et l'organisateur du congrès en 2019, Tomas Chacon. Rappelons que le prochain congrès ICIAM aura lieu à Pékin en 2015. D'ici-là, bonne lecture de ce numéro et, surtout, bon anniversaire à la SMAI!

Grégoire Allaire Président de la SMAI

ERRATUM

Excuses de la rédaction à Nicolas Lerner

La rédaction de MATAPLI s'excuse auprès de Nicolas Lerner, auteur de l'article sur Lars Hörmander publié dans MATAPLI 100 (pp. 27-51). Une erreur éditoriale a rendu la plupart des formules mathématiques illisibles dans cet article. La version correcte de cet article est accessible sur le site internet de la SMAI : http://smai.emath.fr/spip.php?article27







30 ans de la SMAI

2013:30 ans de la SMAI

Historique de la SMAI

Présidents du Conseil d'Administration

Roger Temam (1983-1987)

Jean Claude Nedelec (1987-1990)

Adrien Jami (1990-1993)

Jean Pierre Puel (1993-1996)

Alain Damlamian (1996-1999)

Patrick Le Tallec (1999-2001)

Michel Théra (2001-2004)

Yvon Maday (2004-2006)

Denis Talay (2006-2009)

Maria J. Esteban (2009-2012)

Grégoire Allaire (2012-)

Secrétaires / Secrétaires généraux

Patrick Lascaux (1983-1987)

Gerard Meurant (1987-1991)

Yvon Maday (1991-1995)

Bernard Prum (1995-1998)

Christine Graffigne (1998-2003)

Alain Prignet (2003-2004)

Maria J. Esteban (2004-2007)

Serge Piperno (2007-2010)

Antoine Lejay (2010-)

Trésoriers

Jean-Pierre Puel (1983-1987)

Marc Lenoir (1987-1991)

Alain Forestier (1991-1993)

François Murat (1993-1998)

Patrick Le Tallec (1998-1999)

Colette Picard (1999-2004)

Alain Prignet (2004-2007)

Robert Eymard (2007-2010)

Frédéric Lagoutière (2010-)

Source: http://smai.emath.fr/spip.php?breve79





TRENTE ANS PLUS TARD

Trente ans plus tard

Trente ans plus tard

par Roger Temam

La création d'une société scientifique est un évènement rare qui accompagne en général le développement d'un sujet scientifique nouveau. La SMAI a été créée à un moment où les mathématiques appliquées, commençant à se développer en France (et dans le monde) ont éprouvé le besoin de s'organiser et se structurer. L'Allemagne, les Etats Unis et la Grande Bretagne nous avaient précédés; beaucoup de pays ont suivi. J'ai fait partie de l'Equipe fondatrice; le premier bureau comptait aussi Patrick Lascaux comme Secrétaire, Jean-Pierre Puel comme Trésorier et quatre Vice-Présidents, Jean-Paul Boujot, Didier Dacunha-Castelle, Nicole El Karoui et Jacques Périaux. Nous avons dû assumer tous les problèmes administratifs et financiers (secrétariat, statuts, financements, etc.), et développer et organiser les relations avec l'Industrie. Jean-Paul Boujot et Patrick Lascaux étaient plus spécialement chargés de contacter les industriels pour annoncer et expliquer la création de la SMAI et solliciter des subventions. Le CEA et l'EDF nous ont fait bon accueil et ont été les premiers organismes qui ont subventionné la nouvelle SMAI. Au niveau international le point culminant du mandat du premier Conseil a été l'organisation de la première Conférence Internationale ICIAM au Palais des Sciences et de l'Industrie de la porte de la Villette avec une contribution substantielle de l'INRIA pour le financement et l'organisation. Un tel évènement scientifique ne s'était encore jamais produit. Nous considérions qu'une participation de 300 personnes serait un succès; ce congrès a finalement attiré 1800 participants et est devenu le congrès ICIAM se réunissant tous les quatre ans. Pour ce premier congrès nous n'avions aucun point de comparaison, aucune expérience dont nous pouvions bénéficier, ni aucun "héritage" (e. g. pas de fichier de participants d'un congrès précédent). Jean-Claude Nédélec et Jean-Pierre Puel racontent en détail, dans leurs articles respectifs, les débuts de la SMAI et l'histoire du premier congrès ICIAM. Je voudrais aussi m'associer à l'hommage rendu par Jean-Pierre Puel à Patrick Lascaux qui a été un membre très actif de la SMAI et avec qui il était très agréable de travailler.

Le développement irréversible des mathématiques appliquées est certes dû à l'apparition des ordinateurs mais pas uniquement. D'éminents et éminentes mathématicien-ne-s "pur-e-s" ont beaucoup fait pour le développement des mathématiques appliquées. A. N. Kolmogorov a contribué à développer dès les









Trente ans plus tard

années 40 la théorie des probabilités et la théorie de la turbulence développée. J. von Neuman, tirant avantage des premiers ordinateurs qu'il venait de concevoir, a posé les bases de la mécanique des fluides numérique et de la théorie moderne de la météorologie et du climat. Encore plus proches de nous, Jean Leray et Laurent Schwartz ont, implicitement ou explicitement, posé les bases de la théorie moderne des équations aux dérivées partielles.

Il est agréable de voir les progrès accomplis ces 30 dernières années par les mathématiques appliquées et par les applications des mathématiques. Plusieurs médailles Fields ont été attribuées dans des sujets très proches des mathématiques appliquées, ce qui paraissait impensable il y a 30 ans. La distinction entre mathématiques pures et mathématiques appliquées devenant de plus en plus floue, il est remarquable de voir le rôle toujours plus grand des mathématiques dans la vie quotidienne : rôle des mathématiques dans l'imagerie médicale et de divertissement; utilisation des ondelettes dans l'imagerie, en particulier pour le standard JPEG 2000 de photos; utilisation de la théorie des nombres et bientôt de la géométrie algébrique dans les communications sécurisées quotidiennes avec les banques, ou les centres d'achat en ligne; utilisation également irréversible des mathématiques financières; applications naissantes en biologie et neurosciences; et les applications à la géophysique et au climat qui méritent d'être mentionnées en cette année MPE2013 (Mathematics of Planet Earth 2013). Une application particulièrement ironique des mathématiques est leur utilisation quotidienne des milliards de fois, à chaque clic sur Google, opération qui met chaque fois en jeu la recherche des valeurs propres d'une grande matrice, opération que l'on ne peut même pas expliquer à l'utilisateur qui ne connait pas ces concepts mathématiques.

Chaque époque apporte ses opportunités et ses difficultés. Malgré ces avancées des mathématiques, il semble que les amphithéâtres de mathématiques (et de science en général) tendent à se vider en France et dans le monde, entrainant parfois de graves difficultés pour les équipes de recherche. C'est un grand défi pour les prochaines années et il pourrait être utile, pour commencer, de mieux faire connaître dans le grand public le rôle des mathématiques et de la science.

Nous faisons une pause pour fêter les 30 ans de la SMAI, mais il faudrait ensuite s'occuper de ces questions. Bon courage à ceux qui voudront s'impliquer.







Quelques éléments historiques sur les débuts de la SMAI

par Jean-Claude Nédélec

En 1982, la SMF (créée en 1872) est la seule société savante représentative de l'ensemble des mathématiciens. Elle est présidée par Christian HOUZEL (Professeur à l'Université de Paris Nord) et les mathématiciens appliqués ne sont pas très actifs dans la SMF.

Le CSCU (appellation du CNU à l'époque) joue un rôle essentiel tant dans les recrutements que les promotions locales et nationales à l'université.

En mathématiques, il y a deux sections indépendantes : la 17ème section qui comporte trois sous-sections (algèbre, géométrie et analyse) et la 18ème section qui comporte aussi trois sous-sections (analyse numérique, probabilités et statistiques, et automatique). Les effectifs gérés par ces deux sections sont du même ordre de grandeur d'environ un millier d'enseignants pour chacune.

Suite à l'élection présidentielle de 1981, une réforme de l'Université est en cours. Le CSCU est dissous et remodelé sur décision du ministère de l'éducation nationale dont le ministre est Alain SAVARY et Bernard DESCOMPS (Professeur de Physique à Paris-Nord) le chef de la mission de la recherche.

Un nouveau projet doit être présenté, pour lequel on apprend par des indiscrétions venant de collègues de Paris-Nord, qu'il ne comportera qu'une seule section de mathématiques (la 17ème) avec trois sous-sections, la troisième sous-section regroupant tous les analystes et toute l'ancienne 18ème section (soit nettement plus de la moitié des mathématiciens universitaires).

Un groupe constitué de Jean-Claude GUILLOT (Professeur à l'Université de Paris-Nord), Pierre-Arnaud RAVIART (Professeur à l'Université de Paris VI), Roger TEMAM (Professeur à l'Université de Paris 11 Orsay), Jean Claude NEDELEC (Directeur de Recherche à l'Ecole Polytechnique) et Patrick LASCAUX (Ingénieur CEA Limeil) obtient un rendez-vous avec Bernard DESCOMPS au ministère. Ce dernier accorde, suite à cette entrevue, une 4ème sous-section qui regroupe l'ancienne 18ème section, laquelle siègera indépendamment des autres sous-sections. Suite à cette crise, liée au fait que le ministère n'avait consulté que la SMF, le groupe a compris que cette situation était due au manque de représentativité des mathématiques appliquées. L'exemple nous venait des USA où existaient déjà deux sociétés savantes, l'AMS et le SIAM (de création plus récente), qui étaient dans ce pays des interlocuteurs reconnus des autorités de tutelle. Le groupe en a déduit que, si en France avait existé une structure équivalente au SIAM, celle









ci aurait eu la légitimité pour représenter la communauté des mathématiciens appliqués auprès du ministère. Il fallait créer cette nouvelle société savante.

Suite à cette décision, un projet est élaboré ainsi que des statuts provisoires. La SMAI a été créée le 9 mai 1983 lors d'une assemblée constitutive à l'IHP au cours de laquelle a été nommé un bureau provisoire dont le président est Roger TE-MAM et le secrétaire Patrick LASCAUX. Les statuts sont légalement déposés en Préfecture le 31 mai 1983. Le siège social est à l'IHP. Le CMAP (Ecole Polytechnique) (et sa secrétaire Claire MOURADIAN) assure la publication des premiers bulletins dont la rédactrice est Vivette GIRAULT (Maître de Conférences à l'Université de Paris VI).

Le travail de la première année a été consacré à des prises de contact avec les partenaires universitaires et industriels (Personnes Morales), et à la mise en route des premières activités (correspondants régionaux, contacts avec des sociétés partenaires, ...) ainsi qu'au recueil des adhésions qui furent vite très nombreuses, y compris du coté des membres institutionnels et industriels.

Lors de l'assemblée générale du 4 mai 1984 à l'IHP, le premier bureau est élu. R. TEMAM (qui avait été président du bureau provisoire) accepte d'être le premier président de la nouvelle société. Le premier secrétaire est Patrick LASCAUX qui est aussi directeur de la publication du MATAPLI. Le premier trésorier est Jean-Pierre PUEL (Professeur à Orléans) assisté de Claire MOURADIAN qui assure aussi techniquement la gestion et tout le secrétariat.

Les premières actions étiquetées SMAI se réalisent :

Des rencontres "Mathématiciens-Industriels" sont organisées au CIRM (Marseille) en Octobre 1984 sous l'égide de la SMAI et de la SMF (organisateurs : Jean-Claude NEDELEC, Pierre-Arnaud RAVIART, Roger TEMAM).

L'Académie des Sciences accepte la création du "Prix Blaise Pascal" sur une proposition conjointe du GAMNI et de la SMAI. Le premier lauréat en 1985 fut Patrick LE TALLEC.

Des rencontres "Statistiques-Industrie" sont organisées au CIRM (Marseille) en Janvier 1985 sous l'égide de la SMAI et de la SMF et du CIRM (organisateurs : Didier DACUNHA-CASTELLE, Claude DENIAU).

L'association GAMNI dont l'objectif est l'organisation de manifestations scientifiques liées au calcul scientifique décide de s'intégrer à la SMAI sous la forme d'un premier groupe permanent thématique (mars 1985). D'autres groupes suivront assez vite concernant d'autres thématiques des mathématiques appliquées, ce qui a bien contribué à l'unification de la communauté.

En octobre 1985, suite à des contacts noués par le bureau de la SMAI au plan international, les sociétés savantes : GAMM (RFA), IMA (GB), SIAM (USA) (président : Gene GOLUB (Stanford)) , SMAI (F), décident d'organiser un colloque







international concernant les Mathématiques Appliquées. Ce sera le premier colloque CICIAM sous le titre de FICIAM 87. il a eu lieu à Paris du 29 Juin au 3 Juillet 1987 (dans le tout nouveau Palais des Congrès de la Villette). La cellule des relations extérieures de l'INRIA (piloté par Thérèse BRICHETEAU) en a assuré l'organisation matérielle. Ce fut un grand succès avec plus de 1800 participants et 17 sessions parallèles.

Au vu de ce succès, les quatre sociétés organisatrices décident de pérenniser cette manifestation avec une périodicité de quatre ans et d'y associer les nouvelles sociétés savantes de mathématiques appliquées en création, en particulier en Italie en Espagne, et en Scandinavie. Le colloque CICIAM 91 s'est tenu à Washington. En juillet 1987, le CNRS a affecté à la SMAI, une secrétaire à mi temps en la personne de Madame THALER. Sa première tache fut d'assurer la publication de l'annuaire de l'association.

Un nouveau bureau est mis en place lors de l'assemblée générale du 4 Mai 1987. Le nouveau président est Jean-Claude NEDELEC, le secrétaire est Gérard MEU-RANT (CEA Limeil) et le trésorier Marc LENOIR (ENSTA).

Un nouveau défi apparaît : en France, l'avenir des mathématiques pures et appliquées au CNRS semble menacé.

A l'inverse aux USA, le rapport DAVID et le rapport Peter LAX (Professeur de mathématiques à NYU et de renommée mondiale) ont conduit le gouvernement fédéral à financer l'éclosion de grands centres de calcul gérés par la NSF.

En URSS, le président de la toute puissante académie des sciences est Guri MAR-CHUK, également mathématicien appliqué de renommée mondiale et spécialiste de calcul scientifique.

La SMF (présidée par Jean-François MELA) et la SMAI décident donc d'organiser un colloque de prospective dans le but de faire connaître et reconnaître notre activité par les pouvoirs publics et si possible également par les medias. Intitulé "MATHEMATIQUES A VENIR" il se tient à l'Ecole Polytechnique les 9-10 Décembre 1987.

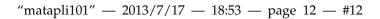
Un comité de parrainage prestigieux est mis en place. Le président François MIT-TERAND accepte de faire parvenir un message concernant l'avenir des mathématiques. L'ancien ministre Hubert CURIEN nous accorde une interview.

Le programme du colloque consiste en plusieurs tables rondes interdisciplinaires et en quelques conférences d'universitaires et d'industriels impliqués dans l'utilisation des mathématiques. Il a attiré plus d'un millier de participants.

Le colloque a eu un retentissement médiatique non négligeable dans les medias (plus de 300 articles de journaux ou magasines). Plusieurs actions de suivi s'ensuivront dont la création d'un groupe de réflexion sur l'enseignement scientifique et la mise en route d'une opération de médiatisation auprès des lycéens (opéra-









tion 50 lycées).

Plus concrètement, il s'est traduit dans les années suivantes par un doublement des crédits de recherche en mathématiques et une augmentation progressive de 50% des effectifs de mathématiciens au CNRS (dont pas mal de postes de Directeur de Recherche).

Un nouveau bureau est mis en place lors de l'assemblée générale de 1990. Le nouveau président est Adrien JAMI (EDF Etudes et Recherches), le secrétaire est Gérard MEURANT (CEA Limeil) et le trésorier Marc LENOIR (ENSTA).

L'action commune de la SMF (Président : Michel DEMAZURE) et de la SMAI (Président : Adrien JAMI) a aussi bien aidé à la publication d'un nouveau statut recréant l'IHP en 1990 ainsi qu'à l'obtention des crédits de restructuration du bâtiment. La SMF, la SMAI et la SFP y aménagent en 1991 ou en 1992.

C'est aussi en 1992 qu'un nouveau décret (Décret n°92-70 du 16 janvier 1992 relatif au Conseil National des Nniversités, Ministre : Lionel JOSPIN) est l'occasion du rétablissement de deux sections séparées de mathématiques dans le nouveau CNU : la 25ème et la 26ème section.







Petit message à mes amis de la SMAI

Petit message à mes amis de la SMAI

par Adrien Jami

Quiconque a grandi dans la diversité aime les interfaces, la mixité, le dialogue interculturel et tend à se placer entre deux mondes. Ce n'est peut-être pas un hasard si trois des quatre premiers Présidents de la SMAI sont nés en Tunisie! Un creuset de mixité et de tolérance ... à l'époque!

Au début de mes études universitaires, la multiplicité des choix me perturbait. Attiré par les mathématiques, je rêvais de mécanique automobile; ouvert à la préparation aux écoles d'ingénieurs, je penchais pour l'autonomie à l'Université; passionné par les sports nautiques et la compétition sportive, je voulais une profession sans rivalités ...

Pétri d'incertitudes, j'ai renforcé ma curiosité pour aller de l'avant et faire des rencontres, me forger des convictions et les confronter, me rendre utile ... et c'est ainsi, je pense, que j'en suis venu à ... présider la SMAI!

Issu d'une formation en mécanique théorique puis expérimentale, j'avais intégré une petite équipe de numériciens créée à l'ENSTA par Daniel Euvrard dont le travail en modélisation des écoulements transsoniques et l'originalité avaient marqué les esprits.

Avec Marc Lenoir, bientôt trésorier de la naissante SMAI, nous étions chargés de modéliser les interactions houle-structure et quelques phénomènes d'hydrodynamique navale qui résistaient aux calculs habituels des ingénieurs. Avec Daniel Martin, retourné depuis dans son fief breton, partagés entre enseignement et recherche, nous recherchions l'appui mathématique qui nous permettrait de résoudre nos difficultés. Nous collaborions étroitement avec Jean-Claude Nédélec qui s'était consacré aux équations intégrales notamment en électromagnétisme. Mon expérience à l'époque devait se réduire aux méthodes de transformation conforme en variables complexes et aux travaux pratiques dits de la Cuve d'Inversion permettant de visualiser des lignes de courant d'écoulements en milieux infinis. Voilà en quelques mots décrit le contexte de la naissance des méthodes de couplage entre éléments finis et représentation intégrale que nous avons développées pour les problèmes de propagation d'ondes et d'écoulements en milieux infinis.

On fait sûrement mieux depuis mais la démarche s'appuyant sur des outils mathématiques, utilisant des outils numériques performants et répondant à des problématiques industrielles était devenue, pour moi, l'essence même des mathématiques appliquées.









Petit message à mes amis de la SMAI

La SMAI, expression d'un besoin d'identification né aux Etats-Unis, est une fille autonome de l'historique et très respectée SMF.

Dans les années 80, l'explosion des besoins en modèles numériques et l'excellence de l'école d'analyse numérique française menée par Jacques-Louis Lions avaient fait émerger deux nécessités :

- défendre les enseignants-chercheurs et promouvoir l'enseignement des mathématiques appliquées,
- créer et développer des interfaces avec les entreprises et les sciences de l'ingénieur.

Et, si tout ceci apparaît banal aujourd'hui, il est bon de se souvenir que ce sont les fruits de combats multiples auxquels la SMAI a contribué et dont elle doit s'enorgueillir, notamment à l'occasion de son trentième anniversaire. Pour ma part, entrainé par le besoin de reconnaissance et de représentativité des mathématiques appliquées, j'ai eu le souci de faciliter les relations entre les mathématiques et les sciences de l'ingénieur.

Lorsque en 1990, Jean-Claude Nédelec, directeur du Centre de Mathématiques Appliquées de l'X, a proposé que je puisse le remplacer à la présidence de la SMAI, j'avais longuement contribué à ses activités et notamment au formatage du journal de la SMAI. MATAPLI a gardé sa forme dans tous les sens du terme et ses rubriques se sont grandement enrichies; je m'en félicite à chaque parution. Beaucoup de rencontres, parfois de belles histoires, des débats thématiques, quelques dossiers pour les ministères, des commissions et des nominations, des prix, des jurys, des colloques et beaucoup de convivialité.

Tant de gens dévoués parmi lesquels les fondateurs, les sponsors, le secrétariat et les membres successifs des bureaux et du Conseil ont permis de voir se concrétiser des objectifs partagés et de construire cet esprit de corps qui fait le ciment de la SMAI d'aujourd'hui. Je voudrais rendre hommage à tous ces collègues et encourager leurs successeurs à poursuivre des combats encore de pleine actualité comme par exemple :

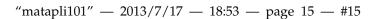
le renouvellement de la population des enseignants en mathématiques,

l'enseignement des mathématiques par les applications,

la reconnaissance de la population féminine dans les carrières d'enseignantschercheurs.

Durant mon passage à la présidence de la SMAI, les effectifs (660 de mémoire) ont presque doublé, nous avons rallié les probabilistes, soutenu la création de magistères de mathématiques appliquées, créé le groupe MODE pour les mathématiques de la décision, organisé et soutenu nombre d'évènements et d'initiatives, dont celles du GAMNI, récolté des fonds pour les chercheurs russes alors sans salaire, contribué à monter le premier Congrès Européen de Mathématiques









Petit message à mes amis de la SMAI

Appliquées à Paris et la section Math-Appli du Congrès Européen de Mathématiques ... et rappelons que nous étions à une période préhistorique de la communication, sans téléphone portable!

C'est à l'occasion de ce retour en arrière, que je n'avais jamais fait, que je réalise le chemin parcouru, la dynamique qui m'a entraîné et que je comprends mieux l'enthousiasme qui m'animait.

Du CNRS à la recherche en milieu industriel, au développement international puis à la gouvernance de sociétés et après une expatriation en Italie qui a mis fin à tous mes enseignements en écoles d'ingénieurs, je suis maintenant éloigné de la recherche et de ses communautés mais je leur porte toujours le même intérêt. Souvent, je dis : « Dans une vie antérieure ... » lorsque j'évoque avec nostalgie la grande dynamique associative qui nous animait.

Quelle joie, 30 années passées, de voir que ce rythme n'a pas cessé à la SMAI et que, face à des risques de dislocation des références culturelles, une communauté forte et cimentée autour de valeurs partagées, contribue à porter le flambeau de l'excellence de l'école mathématique française et de ses applications dans de si nombreux domaines.

Un monde ouvert est un monde vivant.





"matapli101" — 2013/7/17 — 18:53 — page 16 — #16





JOURNÉE D'ÉCHANGES ET DE PROSPECTIVE

À L'OCCASION DES 30 ANS DE LA SMAI

8 OCTOBRE 2013, Institut Henri Poincaré, Paris.

A l'occasion du trentième anniversaire de sa création la SMAI organise une journée d'échanges et de prospective sur deux thèmes d'actualité pour l'enseignement supérieur et la recherche en mathématiques. D'une part, il s'agira de faire le point sur des expériences pédagogiques innovantes récentes et notamment l'émergence des MOOC (Massive Online Open Courses). D'autre part, on discutera de projets de publications scientifiques reposant sur un modèle économique alternatif, utilisant principalement un soutien financier institutionnel. La journée sera close par un cocktail pour célébrer l'anniversaire de la SMAI.









La SMAI de trente ans, souvenirs, anecdotes...

La SMAI de trente ans, souvenirs, anecdotes...

par Jean-Pierre Puel

Mes prédécesseurs présidents Roger, Jean-Claude et Adrien (qui a de la mémoire même s'il n'a pas de H) ont retracé l'histoire du début de la SMAI. Pour ne pas être redondant, je parlerai ici de la petite histoire de la SMAI telle que je l'ai vécue lorsque j'en étais le trésorier au tout début.

Tout d'abord, il y eut cette réunion dans une salle au premier étage de l'IHP (avant réfection ...) qui décida qu'il fallait créer une société savante pour les mathématiques appliquées. Nous étions assez peu nombreux et il a bien fallu que certains d'entre nous, pour employer une formule chère à Pierre-Arnaud Raviart, montent au créneau. C'est ainsi que Roger Temam accepta d'assurer la présidence, Patrick Lascaux le secrétariat et moi-même le poste de trésorier. Le CMAP de l'Ecole Polytechnique accepta de très bon gré d'aider à la logistique de secrétariat avec Claire Mouradian puis Olivia Fiévet. Je voudrais de suite évoquer ici le souvenir de Patrick Lascaux qui n'est plus parmi nous. Il avait une personnalité extrêmement attachante, et j'ai eu un très grand plaisir à travailler avec lui. Je tiens ici à lui rendre hommage.

Ensuite il y eut ce qu'on pourrait appeler une « assemblée constituante » dans l'amphi Hermite de l'IHP. La création de la société n'a pas posé de réelle question, mais ... grand problème : comment devait-on l'appeler? Fallait-il le mot français(e) ou France dans le titre? Il ne fallait pas un sigle ressemblant à MAIF ou d'autres mots que je ne citerai pas mais bien peu honorables. D'autre part, il est vite apparu que nous souhaitions une ouverture européenne pour notre société. Fallait-il mettre le mot « industrielles » dans le titre? Après de longues discussions, nous avons choisi le sigle SMAI et celui-ci est entré dans les mœurs sans problème apparent.

Il a ensuite fallu passer à l'action. Aucun d'entre nous n'avait d'expérience d'une société savante, ni même d'une association. Il faut se rappeler qu'en ce temps, les ordinateurs de bureau n'existaient pas, sans parler des ordinateurs portables... Avec François Murat, nous nous sommes procuré les statuts de quelques associations et nous avons écrit un projet de statuts qui a ensuite été légèrement amendé et adopté, puis nous avons enfin soumis la déclaration de l'association. Nous avons ensuite guetté nerveusement l'avis du Journal Officiel portant création de la SMAI (c'est alors que nous avons appris l'existence d'une « Association des amis de l'espion Belge »!).









La SMAI de trente ans, souvenirs, anecdotes...

Cette fois c'était du réel. L'association existait, encore fallait-il la faire connaître, la faire agir, et qu'elle ait une certaine représentativité. Une notice de cinq pages qui décrivait les buts et intentions de la SMAI a été écrite, puis imprimée à l'Ecole Polytechnique en 2. 000 exemplaires qui nous sont arrivés.... non triés. Je nous revois, Patrick et moi, en train de faire des paquets de 5 à partir d'une montagne de 10. 000 feuilles. Au bout de peu de temps, un simple passage du doigt et hop! Il venait exactement 5 feuilles.

Le Congrès d'Analyse Numérique de Guidel arriva fort à propos pour enclencher une campagne d'adhésions. Je me promenais avec mon gros cahier de comptes (tout était fait à la main bien sûr) et un petit sac (pour l'argent, nerf de l'action) et j'essayais de convaincre nos chers collègues d'adhérer et de convaincre euxmêmes d'autres collègues de faire la même chose. L'accueil a été poli, la moisson fut raisonnable mais sans plus. Nous ne pouvions alors nous prévaloir d'aucune action, d'aucune représentativité. Heureusement les choses ont évolué rapidement.

Comme le souligne Roger Temam, un des points clés du développement de la SMAI a été l'établissement de relations internationales. Bien sûr Roger eut des contacts personnels très vite. Mais il se trouve que j'étais le seul de l'équipe à participer au congrès du SIAM à Seattle en 1984. J'ai donc été mandaté pour prendre contact avec les autorités du SIAM, présenter la SMAI et discuter de possibles collaborations. J'ai ainsi eu une réunion avec les représentants du SIAM, dont le président de l'époque Gene Golub qui a tenu à ce qu'il y ait aussi un représentant de l'IMA. J'ai appris là ce que signifiait négocier avec des britanniques... Il faut se rendre compte que le SIAM a une puissance gigantesque et que nous n'étions vraiment pas grand chose. La discussion a été très amicale et, clairement, les autorités du SIAM voyaient d'un très bon œil l'émergence d'une société (petite) sœur en France. Puis nous avons abordé la question des possibles collaborations et là, très vite, il a été question de l'organisation d'un congrès international de mathématiques appliquées. Jusque là tout va bien, mais les personnes du SIAM ont immédiatement ajouté : à Paris! Oui Paris c'est magique, ça attirera du monde, les européens viendront, les américains aussi, etc. Pas de problème, il faut le faire à Paris. Oui mais nous n'avons aucun support logistique, aucun moyen, aucune expérience, etc. Non mais ça ne fait rien, vous allez très bien vous débrouiller...Et nous nous sommes débrouillés! Quand, en rentrant à Paris, j'ai annoncé cela, après un petit moment de panique, tout le monde s'est mis à réfléchir et agir. Le premier problème était celui de la salle. Nous avions estimé à 600 le nombre de participants potentiels. Peu de salles peuvent accueillir tant de monde à Paris et nous ne voulions pas organiser le congrès dans un hôtel pour des raisons de prix et aussi parce que ce n'était pas une habitude française. Patrick Lascaux a donc







"matapli101" — 2013/7/17 — 18:53 — page 19 — #19



La SMAI de trente ans, souvenirs, anecdotes...

retenu le grand amphithéâtre du CNAM. Il a fallu changer de salle au dernier moment au vu du nombre des inscriptions. Il me semble qu'environ 1. 800 personnes se sont inscrites à ce congrès qui a été une très grande réussite. J'ai terminé mon mandat de trésorier peu de temps avant l'ouverture du congrès, mais je ne pense pas qu'il ait laissé un passif financier.

Finalement je crois que nous avons assez bien travaillé, même si c'était du travail d'amateur.

La SMAI a maintenant trente ans, c'est un très bel âge, même pour une société savante. Elle a maintenant une foule d'activités, une représentativité reconnue, et elle présente un intérêt certain pour la communauté des mathématiciens appliqués, surtout dans une période tourmentée comme le souligne Roger Temam. Elle paraît bien stable comme une vraie institution, mais elle n'est sans doute que métastable et elle demande qu'on s'occupe d'elle, donc du travail et des bonnes volontés.

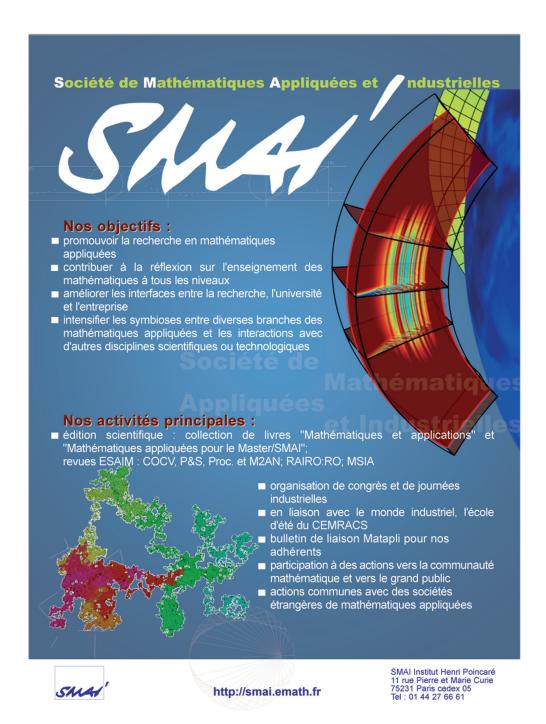
Bonne fête la SMAI!



















De l'association GAMNI au groupe SMAI-GAMNI

par Rémi Abgrall, Grégoire Allaire, Bruno Després, Jean-François Maitre, Jacques Périaux

Un peu d'histoire

Ce texte a pour vocation de rappeler l'histoire déjà ancienne du GAMNI, rappeler les activités de ce groupe en France et en Europe, son articulation avec les autres groupes de la SMAI, ses activités récentes et donner quelques pistes pour le futur.

C'est à l'issue d'une réunion préliminaire (20 mars 1974) regroupant une trentaine d'universitaires et industriels qu'il fut décidé de créer un « Groupe d'Analyse Numérique Appliquée » qu'on baptisa GAMNI. Tout s'enchaina alors très vite : déclaration en préfecture (14 mai), lettre circulaire à une liste de personnes susceptibles d'adhérer (20 mai), publication au JO (1er juin).

Lors de la première AG (29 octobre), le groupe affichait déjà 262 membres (186 personnes physiques, 65 sociétés ou collectivités, 11 membres d'honneur). Le siège social était le CACT (Centre pour l'Assistance au Calcul Technique), rue Laperouse dans le 16ème arrondissement de Paris. Son premier conseil était constitué de E. Absi, président, J.M. Boisseirie, M. Lemaire, M. Fremond, M. Gachon, R. Glowinski, MM. Lachat, Lorrain, P. A. Raviart, R. Valid, J. Vazeilles et H. Veysseyre.

L'association GAMNI a été créée en mars 1974, soit 10 ans avant la SMAI, et a commencé à fonctionner en juin de la même année. Dès la création de la SMAI, le GAMNI a décidé de la rejoindre sans cesser ses activités, et le groupe GAMNI a été officialisé en 1985 par R. Temam. Sept présidents se sont succédés, par ordre chronologique : E. Absi (ingénieur conseil, professeur honoraire à Centrale Paris), R. Glowinski (actuellement professeur à l'Université de Houston, membre de l'Académie des Sciences), P. Lascaux (Directeur scientifique de la DAM au CEA), J. Périaux (ingénieur R&D chez Dassault), O. Pironneau (Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie, membre de l'Académie des Sciences), M. Bernadou (INRIA et Pôle Léonard de Vinci), Jean-François Maître (Professeur à Centrale Lyon). Ensuite, on n'a plus parlé de « Président du GAMNI », mais plus simplement de « responsable » du Groupe GAMNI. L'ont été G. Allaire (Professeur à l'École Polytechnique) et actuellement R. Abgrall.









A sa création, le GAMNI s'était fixé pour but de « contribuer au développement des études et recherches dans le domaine des méthodes de résolution numérique, d'en diffuser les résultats et de promouvoir leur utilisation dans les divers secteurs de l'industrie et de la technique ». Ceux-ci n'ont pas changé.

Donnons un exemple historique. En 1974, la méthode des éléments finis, utilisée par les mécaniciens depuis quelques années et étudiée plus récemment par les numériciens, constituait un thème d'échange et de collaboration idéal entre les deux communautés. L'exposé à la première reunion GAMNI (en octobre 1974, Bulletin numéro 1) de P.A. Raviart « Présentation de la méthode des éléments finis » évoque les travaux des pionniers (Clough, Argyris, Zienkiewicz, etc.), présente déjà la formulation mixte (Oden), des formulations hybrides (Pian et Tong) et l'état des recherches sur l'analyse de convergence (Strang, Ciarlet et Raviart). Il conclut par « Il est hors de doute que des développements considérables sont encore à attendre, en particulier dans les domaines où la méthode commence juste à être utilisée (mécanique des fluides par exemple). La coopération entre ingénieurs, mécaniciens et analystes numériciens que veut développer notre association devrait à cet égard se révéler extrêmement fructueuse ». De fait, en janvier 1977, P.A. Raviart fait un exposé sur « Le calcul des écoulements incompressibles visqueux par la méthode des éléments finis » citant les travaux faits entre temps à Paris VI et à l'IRIA (qui ne s'appelait pas encore INRIA) par Raviart, Crouzeix, Fortin, Glowinski, Pironneau, Jamet et Thomasset. La réunion de Grenoble en mai 1977 illustre aussi la diversification des applications : problèmes de magnétohydrodynamique, croissance cristalline, etc. Pour ce qui concerne la mise au point de codes éléments finis, le club MODULEF fut crée lui-aussi en 1974 sous l'impulsion de Glowinski, alors vice président du GAMNI, en s'appuyant sur les équipes de Paris VI et de l'IRIA.

Outre l'organisation de journées thématiques comme celle évoquées plus haut, le GAMNI a organisé des colloques internationaux à plusieurs reprises de 1978 à 1989 (trois fois à Paris, une à Atlanta et une à Lausanne), conférences, séminaires, ateliers et écoles. Il a édité un bulletin jusqu'à sa fusion avec la SMAI. Il a été à l'origine du prix Blaise Pascal, décerné par l'Académie des Sciences, créé en 1984 avec la SMAI. Il a organisé son colloque international à plusieurs reprises, avant de passer le relais à ECCOMAS (European Community on Computational Methods in Applied Sciences).

Le GAMNI a eu un rôle moteur dans la création de cette « fédération » d'associations soeur du GAMNI, en Europe, grâce à Jacques Périaux (qui en fut le premier président), Olivier Pironneau et Michel Bernadou. Notons que légalement, ECCOMAS est une association soumise à la loi de 1901. En France, y sont affiliés







le GAMNI, représentant la SMAI, et le CSMA pour l'Association Française de Mécanique.



De gauche à droite : J.-P Puel (Président de la SMAI), P. Lascaux, J.-F. Maitre, J. Périaux, O. Pironneau (président ou anciens présidents du GAMNI) à l'IHP en mai 2004, lors des 30 ans du GAMNI.

Qu'est-ce ce qu'ECCOMAS? Il s'agit d'une organisation scientifique regroupant des associations européennes impliquées dans le développement et les applications des sciences du calcul en science et technologie. Sa mission est de promouvoir les efforts conjoints des universités, centres de recherches et industries actifs dans le champ thématique des méthodes numériques et de la simulation numérique en ingénierie et sciences appliquées : mécanique du solide et des structures, mécanique des fluides, acoustique, électromagnétisme, physique, chimie, mathématiques appliquées et calcul scientifique. Ses activités sont principalement l'organisation de grandes conférences européennes, le soutien à des conférences régionales, la promotion de conférences thématiques, d'ateliers, la promotion de jeunes chercheurs, l'organisation de cours, de journées industrielles dans son champ thématique.









Aujourd'hui

Actuellement, le GAMNI est un groupe de la SMAI, avec une cinquantaine de membres (par membre, on entend les adhérents de la SMAI ayant coché "GAMNI" lors du paiement de la cotisation). Le nombre importe car nous devons verser une cotisation à ECCOMAS qui est fonction de la taille de l'association. On peut penser que le nombre de sympathisants est beaucoup plus élevé, sans qu'on puisse le connaître : le GAMNI gère une « mailing list » qui est de l'ordre de 250 adresses mèl. Par comparaison, le GAMM allemand, notre homologue, compte un peu plus de 1000 membres.

Le GAMNI organise tous les ans, sous l'impulsion de G. Allaire et de son comité scientifique, le séminaire CEA-GAMNI de mécanique des fluides. Celui-ci a lieu traditionnellement en janvier, souvent à l'IHP, sinon sur le site de Saclay du CEA. Il est structuré autour d'un panel de conférenciers invités, souvent étrangers. Ce séminaire a connu un succès certain depuis sa création

Outre le prix Blaise Pascal, nous organisons depuis 2006 un prix de thèse, avec un (petit) prix remis lors des CANUM ou congrès SMAI. Après un démarrage un peu lent, une quinzaine de candidat(e)s se le disputent désormais tous les ans. Le jury change en grande partie d'une année à l'autre pour assurer un peu de variabilité. De plus le (la) gagnant(e) participe à la compétition équivalente au niveau d'ECCOMAS. Notons que le candidat GAMNI a gagné ce prix les trois dernières années; ceci permet de donner une conférence invitée dans le congrès CFD ou au congrès général d'ECCOMAS. Cette année, le récipiendaire du prix de thèse du GAMNI est Christobal Bertoglio Beltran pour sa thèse « Problèmes directs et inverses en interaction fluide-structure. Application à l'hémodynamique », thèse qu'il a effectuée à l'INRIA (Équipe-projet REO) sous la direction de J.-F. Gerbeau et M.A. Fernandez.

Un certain nombre de conférences ont été organisées récemment : par exemple, PICOF en 2012 à l'École Polytechnique. Depuis quelques années, nous co-organisons, avec l'AFM, le colloque Mathématiques et Mécanique. Il a lieu soit comme mini-symposium d'un CANUM (par exemple en 2010), soit comme session spéciale du Congrès Français de Mécanique (à Bordeaux cette année, Besançon en 2008 et Marseille en 2006). Cette année, nous avons organisé HONOM (European Workshop on High Order Nonlinear Numerical Methods for Evolutionary PDE). Quatre vingt dix participants, dont plus de la moitié d'étrangers, ont participé à cet événement organisé à Bordeaux du 18 au 22 mars 2013, après l'avoir été plusieurs fois à Trente en Italie.









Demain

Le GAMNI se porte relativement bien, et joue un rôle actif, y compris dans le pilotage d'ECCOMAS (présence active de deux membres dans son Conseil d'Administration).

Ceci étant, il y a quelques problèmes structurels. Tout d'abord, un faible nombre de membres vraiment actifs. Une des raisons est peut-être que le GAMNI s'est fondu dans la SMAI, au sens d'une symbiose. C'est peut-être un succès, mais comparé aux autres groupes, il n'est peut être pas suffisamment ressenti une volonté de différenciation forte. N'oublions pas que l'un des fondateurs de la SMAI fut P. Lascaux, alors président de l'association GAMNI!

Les relations avec les autres groupes sont à développer. Un travail est entamé avec MAIRCI, puisqu'un membre du comité de liaison de MAIRCI est dans le comité de liaison du GAMNI, et réciproquement donc. Il y a certainement des choses à faire, du moins beaucoup plus, avec le groupe MAS au vu de l'importance croissante des aspects stochastiques dans les problèmes d'ingénierie. De même, avec SIGMA : comment calculer sans maillage, et nier l'importance de la représentation géométrique des objets, dans le calcul?

Notons pour finir un problème récurent, apparemment paradoxal vu le « I » de GAMNI: les relations avec l'industrie. S'il est relativement facile d'avoir des liens avec l'industrie très liée aux financements étatiques, beaucoup plus délicats sont les liens effectifs avec l'industrie privée, sans parler des PME. La connexion avec l'industrie liée à l'État a pu se faire par le passé grâce à des relais dans plusieurs grandes écoles d'ingénieurs parisiennes, via les bureaux d'études de ces entreprises, et une longue tradition bien française de colbertisme. Désormais, et depuis plusieurs années, on se doit de constater une concurrence sévère avec d'autres disciplines du CNU, les mathématiciens ne sont pas toujours les plus motivés ni les plus crédibles, bien souvent, quand il s'agit d'aller résolument vers l'application : pour « allécher » le chalant, il faut parfois aller jusqu'à des activités qui peuvent être perçues comme alimentaires par les instances d'évaluation de nos disciplines. Il est regrettable que la production de logiciels, l'implication dans des activités de conseil, y compris dans les PME, soit si mal reconnues dans notre communauté. Souvent les plus jeunes seraient les plus motivés et les plus efficaces dans cette tâche, mais les mécanismes d'évaluation, que ce soit au CNU, au Comité National du CNRS, ou encore dans les conseil scientifiques locaux des Universités, leur font craindre des retombées négative sur leur carrière future. Or les signataires de ce texte, et en particulier les universitaires, ne peuvent que se







"matapli101" — 2013/7/17 — 18:53 — page 26 — #26



De l'association GAMNI au groupe SMAI-GAMNI

réjouir de la richesse que ces activités ont apportées dans leurs propres carrières, y compris dans leurs activités de recherche pure!

Pour évaluer ces activités (logiciels, conseil, activité contractuelle), une piste est fournie par l'INRIA Cet EPST, et en particulier sa Commission d'Évaluation sous l'impulsion de G. Berry, a développé quelques outils, probablement perfectibles, permettant de les quantifier rigoureusement. Cependant, force est de reconnaître que cette crainte et cette frilosité sont effectivement des freins très puissants. De nombreuses initiatives comme AMIES sont en cours pour y remédier, mais la route est encore longue.

Avancer et résoudre ces défis demande des bras et de nouvelles volontés.









MAIRCI: le dernier né des GT SMAI

par Violaine Louvet

Les objectifs du groupe MAIRCI

Ce groupe thématique¹, créé en 2009, est par nature transverse à la SMAI. Il a notamment pour vocation de coopérer avec les autres groupes thématiques de la SMAI mais aussi avec toutes les communautés de chercheurs dont les thématiques sont à la frontière des mathématiques appliquées, de l'informatique et des applications industrielles.

Ce groupe réunit les chercheurs et industriels intéressés par les synergies scientifiques entre mathématiques appliquées, calcul scientifique, informatique, modélisation et simulation, évaluation de performances, analyse d'algorithmes, génie logiciel, calcul formel, géométrie algorithmique, etc.

Le but est de rendre le domaine plus visible auprès de la communauté scientifique, des industriels, des grands organismes et des universités; susciter des collaborations entre chercheurs de différents domaines; faire émerger des publications et des colloques; assurer des liens avec d'autres sociétés savantes de domaines voisins, françaises ou étrangères.

A l'interface des domaines scientifiques

L'informatique est, comme les mathématiques, tout à la fois un outil et un objet d'étude. Les interactions entre ces deux domaines et d'autres thèmes proches sont de plus en plus nombreuses, fructueuses et importantes.

La complexité des systèmes naturels (phénomènes physiques, biologiques, environnementaux; objets technologiques tels que les téléphones, les voitures, les bateaux ou les avions) ou artificiels (gestion, traitement et fouilles de données) que nous pouvons envisager d'analyser n'a d'égale que la puissance des calculs que nous pouvons mener. Dans la chaîne classique, modélisation – formalisation – résolution théorique – résolution numérique – implémentation – validation – analyse des résultats, les mathématiques et l'informatique se marient en de multiples occasions.





¹MAIRCI: Mathématiques Appliquées, Informatique, Réseaux, Calcul, Industrie





Dans la modélisation d'un phénomène quel qu'il soit, les mathématiques (probabilités, équations aux dérivées partielles, graphes, etc.) sous-tendent la représentation que l'on en fait.

Plus les connaissances avancent, plus les modèles se complexifient et plus le recours au calcul numérique souvent intensif (méthodes de Monte-Carlo, méthodes particulaires, éléments finis, simulation, etc.) se généralise. Il devient alors nécessaire de penser à l'architecture informatique dès la modélisation : comment prendre en compte des logiques multi-échelles et de très fortes combinatoires, comment simuler des modèles simplifiés mais qui restent réalistes, comment valider l'adéquation des résultats obtenus sur le modèle simplifié à la situation initiale?

L'évolution des architectures de calcul suscite aussi de nouveaux champs à explorer. Depuis des années nous recherchons des méthodes numériques optimales en terme de précision pour un coût donné. Ces méthodes ne prennent que rarement en compte la notion de mise en œuvre algorithmique; en particulier sa dimension parallèle ou sa structure en cluster sont trop souvent sous estimées. Tel algorithme sous optimal sur une architecture classique devient optimal si l'on dispose de moyens de calcul distribué.

Aujourd'hui, nous voyons apparaître des machines qui promettent des performances importantes allant jusqu'aux Petaflops, mais nos codes sont ils capable d'exploiter cette nouvelle source de puissance? Que doit on faire pour utiliser ces machines? L'algorithmie ne devrait elle pas reprendre une place plus importante? Ne devrions nous pas introduire une nouvelle dimension dans nos théorèmes numérique de convergence : le passage à l'échelle?

Ici encore, la méthode de résolution à envisager influe donc sur la façon dont le problème doit être abordé initialement et les discussions entre membres de différentes communautés deviennent cruciales.

Les données que l'on possède sont de plus en plus volumineuses et hétérogènes. Leur représentation conditionne le bon usage que l'on peut en faire. Leur analyse topologique et géométrique rejoint à la fois les préoccupations des statisticiens, des géomètres et des utilisateurs. La géométrie algorithmique et le calcul géométrique ont des liens forts avec la géométrie différentielle, la géométrie algébrique, la topologie différentielle et algébrique, l'analyse non lisse, le calcul différentiel discret et l'analyse harmonique discrète.

Au moment de l'implémentation, les considérations sur les standards de représentation des nombres, sur la précision des calculs en nombres entiers ou flottants, sur l'arithmétique d'intervalles, la propagation des incertitudes, sont au-







tant de thèmes qui intéressent mathématiciens et utilisateurs. A noter également, les aspects génie logiciel pour les codes de calcul, deviennent de plus en plus cruciaux à mesure que des problèmes toujours plus complexes sont résolus. On veut pouvoir fragmenter la complexité globale du problème en complexité spécifique à un cœur de métier (physiciens, mathématiciens, informaticiens,...) afin que chaque métier puisse intervenir dans le développement d'un logiciel et passer à l'échelle sur des méthodes encore à l'étape de prototypage.

Par ailleurs, l'ampleur des codes informatiques écrits impose de vérifier algorithmiquement leur justesse. Pour cela encore, les mathématiques apportent leur contribution sous forme des différentes façons de « prouver » des programmes. On pense ici aux méthodes formelles, aux outils de preuve de calculs algébriques ou combinatoires, à la formalisation de l'analyse numérique. Mentionnons aussi l'analyse statique où l'on modélise un programme comme des équations de point fixe dans un espace de grande dimension, dont il faut résoudre une approximation tout en garantissant que l'on ne s'écarte pas de trop de la solution initiale. Il est intéressant de noter que ces approches ont des liens forts avec les considérations sur la précision des calculs mentionnées auparavant mais aussi avec la logique, la théorie des catégories et la théorie des graphes.

D'un tout autre point de vue, les architectures informatiques et les réseaux qui en sont un maillon indispensable, sont susceptibles d'être étudiés en tant qu'objets technologiques pour en optimiser les coûts et les performances. Là encore, les possibilités de calcul des composants embarqués autorisent des usages jusqu'alors impensables et imposent la création de nouveaux paradigmes. Les mathématiques sont ici aussi, au cœur de l'enjeu car elles fournissent une partie des outils nécessaires. Les réseaux radio à plusieurs antennes sont un exemple de problème où se mélangent des considérations de traitement du signal, de communications numériques, de matrices aléatoires. Pour d'autres systèmes comme les réseaux ad-hoc, les réseaux de capteurs, les réseaux maillés, les réseaux cellulaires, l'évaluation de performances repose sur des simulations intensives, des méthodes stochastiques, de la théorie des graphes, de la théorie des jeux, du contrôle aussi bien déterministe que stochastique, etc. À une échelle plus humaine, les réseaux sociaux et technologiques (Internet, Facebook, transmission d'épidémie) suscitent de vives recherches en modèles de graphes aléatoires pour la détection de communauté, l'évaluation de la résistance aux attaques ou au contraire la sensibilité aux mesures prophylactiques dans le cas des épidémies.

Toutes ces études nécessitent des collaborations entre mathématiciens, informaticiens et ingénieurs qui sont plus à même de décrire les principes de fonctionne-









ment et les questions à résoudre.

Les objectifs du groupe MAIRCI sont de faciliter et d'inciter ces collaborations.

Les activités du groupe MAIRCI

Le groupe MAIRCI est géré par un comité de liaison qui vient d'être renouvelé lors de son assemblée générale qui s'est tenue lors du congrès SMAI 2013. Le comité de liaison est composé de : M. Bouhtou (Orange Labs), F. Chazal (INRIA), S. Cordier (Orléans), L. Decreusefond (Telecom), F. Galtier (Orange Labs), C. Gout (Rouen), C. Graham (CNRS), S. Labbé (Grenoble), T.H. Lê (ONERA), V. Louvet (Lyon), V. Miele (Lyon), J.M. Muller (Lyon), G. Uzbelger (IBM).

De 2009 à 2013, le groupe thématique MAIRCI a été animé par Laurent Decreusefond. La responsable actuelle est Violaine Louvet ².

Au cours de ses 4 années d'existence, le groupe MAIRCI a organisé plusieurs journées scientifiques, et mini-symposia :

- Journée inaugurale en 2010 : calcul parallèle et sismologie, ingénierie de la conception, probabilités et marchés financiers, ...
- SMAI 2011 : mini-symposium « Sage : une alternative libre à Magma, Maple, Mathematica et Matlab »
- Première rencontre GAMNI-MAIRCI en 2012 : Précision et incertitudes
- Journées MAIRCI 2012 : « Gestion des risques et fiabilité » et « Analyse de données, problèmes inverses et calibration »
- SMAI 2013 : mini-symposium « Applications des graphes aléatoires »

Quelques informations pratiques

- Site web du groupe: http://smai.emath.fr/spip.php?article226
- Pour adhérer formellement à ce groupe thématique, et recevoir toutes les informations inhérentes, n'oubliez pas de cocher la case correspondante de votre fiche SMAI (http://smai.emath.fr/base/adhesions_web/).
- Sans être membre de la SMAI, vous pouvez être tenus au courant de l'activité du groupe si vous vous inscrivez à la liste de diffusion mairci-smai@emath. fr en envoyant un mail à mairci-smai-request@smai.emath.fr avec pour sujet: subscribe



 $^{^2}$ louvet@math.univ-lyon1.fr





Les 26 ans du groupe MAS

Les 26 ans du groupe MAS

par François Bacelli, Bernard Bercu, Jean-François Delmas, Christine Graffigne, Arnaud Guillin, Didier Piau, Bernard Prum, Denis Talay

La création du groupe MAS

Le groupe MAS (Modélisation Aléatoire et Statistique), créé sous l'impulsion de Jacques Neveu en 1986, correspondait au besoin d'identifier au sein des mathématiques la thématique de l'aléatoire portée par la communauté des probabilistes et des statisticiens et également de promouvoir les applications. La création de ce groupe s'est inscrite dans le mouvement des mathématiciens engagés dans les applications, voire motivés par elles, qui ont senti le besoin de créer une nouvelle société, la SMAI (Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles), apellée d'abord à défendre la qualité scientifique de leur travail puis à développer les liens avec les applications. Il est assez vite apparu que le domaine de l'aléatoire devait avoir sa place dans cette société.

Souder une communauté

Dès sa création le groupe thématique SMAI-MAS est apparu à la confluence de communautés structurées par plusieurs sociétés savantes : la SMAI, la SFdS (Société Française de Statistique) et la SMF (Société Mathématique de France), ce qui reflète une réalité scientifique (les probabilistes et les statisticiens d'école française s'intéressent le plus souvent à la fois aux problemes théoriques, à l'algorithmique, et aux applications) et une tradition du CNU (nos disciplines apparaissent au sein des sections 25 et 26 du CNU). De fait, si les statisticiens, même ceux qui se réclament de la « statistique mathématique »la plus abstraite, se reconnnaissent comme mathématiciens appliqués (leurs raisonnements partent toujours de données), les probabilistes français se réclament et des mathématiques pures et des mathématiques appliquées.

Très rapidement, MAS a permis à la communauté probas—stats de prendre conscience de son unité et de l'afficher, a joué un rôle de catalyseur et a permis, en liaison avec la SFdS, de resserrer les liens. Son bureau, ses comités éditoriaux, les thèmes des sessions et des exposés pléniers de ses conférences, ont toujours exprimé la grande diversité, la complémentarité et la richesse des travaux de tous.









Les 26 ans du groupe MAS

En outre, MAS s'est constamment inscrit dans une dynamique d'interactions avec d'autres champs mathématiques, en premier lieu (mais pas exclusivement) ceux qui sont naturellement présents au sein de la SMAI, ainsi qu'avec l'industrie (les premières rencontres MAS – Industrie datent de 2002).

Organisation de manifestations

Le premier travail du Groupe MAS a été d'organiser des Journées thématiques tant théoriques qu'appliquées, qui allaient devenir les Journées MAS. Celles-ci ont lieu depuis 1996 tous les deux ans (Toulouse (1996 et 2014), Nice (1998), Rennes (2000 et 2008), Grenoble (2002), Nancy (2004), Lille (2006), Bordeaux (2010), Clermont Ferrand (2012)). Ces journées se composent d'une série d'exposés pléniers sur un thème en forte expansion en abordant la modélisation, les statistiques et les applications, et de plusieurs sessions en parallèle couvrant un large spectre de l'aléatoire. Les sessions parallèles ont également pour objectif de permettre à des doctorants, pour qui c'est souvent la première participation à un congrès hors de leur université d'origine, d'exposer leurs travaux en langue française ou anglaise. Depuis quelques années, le groupe MAS soutient plusieurs journées par an sur différents sujets, avec toujours pour objectif de reprendre la philosophie des journées thématiques. Il a également soutenu des manifestations autour de l'aléatoire (Fiabilité notamment en 2013), en direction des journées Maths-Industrie. Il héberge également les Journées des Jeunes Probabilistes et Statisticiens qui durent une semaine et ont lieu tous les deux ans en alternance avec les Journées des Jeunes Statisticiens de la SFdS. Les Journées des Jeunes Probabilistes et Statisticiens regroupent des jeunes chercheurs ayant récemment soutenu ou soutenant prochainement leur thèse. Ceci leur permet de découvrir le large spectre des probabilités et des statistiques actuellement développées en France et de connaître leurs futurs collègues.

Notons finalement que le groupe MAS, de par sa mailing-list, est un vecteur de transmission des informations de la communauté (conférences, offres de thèse, offres de post-doctorat et offres d'emploi en général).

Le prix de thèse J. Neveu

Le groupe MAS a institué depuis 2008 un prix de thèse en l'honneur de Jacques Neveu fondateur du groupe. Ce prix récompense des travaux de thèses soutenues en France en probabilité ou statistique. Une attention particulière est portée aux thèses ayant des liens importants avec d'autres domaines (sciences du vivant, sciences de la matière, science de l'ingénieur, sciences physiques, ...) ou une







Les 26 ans du groupe MAS

forte implication dans la diffusion des connaissances vers le milieu industriel. Le prix a ainsi été decerné à de jeunes probabilistes et statisticiens autour de thématiques diverses (percolation, branchement, jeux de bandits, combinatoire, cartes planaires ou statistique computationnelle).

Journaux

Le groupe MAS s'est aussi trouvé impliqué dans le démarrage des journaux en ligne, ce qui semblait à l'époque assez irréalisable. Le Ministère avait cependant décidé de soutenir financièrement quelques journaux électroniques français et lancé un appel d'offre. La SMAI a eu alors la réactivité et l'intelligence de se lancer dans l'aventure. Il est cependant vite apparu que ce qui convenait était davantage une série de journaux, ce qui allait être les ESAIM et le groupe MAS s'est engagé pour qu'existe alors un ESAIM PS, PS voulant dire Probabilités et Statistiques. Si la place d'un nouveau journal est toujours difficile à asseoir (concurrence internationale et nationale, visibilité, ...), ESAIM PS, né finalement en 1995, a su au cours du temps, et par le travail de ses Editeurs successifs, conquérir une position au sein de la communauté internationale de l'aléatoire tout à fait appréciable. Ajoutons que le groupe MAS a contribué aux autres publications de la SMAI, depuis Matapli bien sûr, qui a publié beaucoup d'articles relevant du stochastique, jusqu'à la série de livres Mathématiques et Applications.

S'il est bien évidemment toujours difficile de prévoir ce que deviendra la recherche académique et/ou industrielle, le domaine de l'aléatoire français et le groupe MAS ont maintenant une place incontestable dans la recherche mathématique tant théorique qu'appliquée. Le groupe MAS a pour ambition de continuer à faire de l'animation scientifique et promouvoir le domaine de l'aléatoire, entre autres choses en développant des actions au niveau européen, par exemple en faisant émerger des revues électroniques gratuites.















Le groupe SMAI-MODE, plus de vingt ans après...

Le groupe SMAI-MODE, plus de vingt ans après...

par Jean-Baptiste Hiriart-Urruty

Le groupe SMAI-MODE a été créé au début des années 1990, son acronyme signifie Mathématiques de l'Optimisation et de la Décision. Il s'attache à développer les mathématiques dans les domaines tels que l'analyse appliquée (non linéaire, convexe, non lisse, etc.), l'optimisation sous toutes ses formes (théorie, algorithmique, applications), le contrôle optimal, les mathématiques discrètes (optimisation en nombres entiers), les mathématiques de la recherche opérationnelle, les mathématiques de l'économie, de la finance et des sciences sociales (théorie des jeux). Originellement, c'était d'ailleurs une association dédiée aux mathématiques pour les sciences sociales qui fut sollicitée par la SMAI pour la rejoindre; d'autres thématiques (citées ci-dessus) se sont agglomérées autour d'elle au moment de la création du groupe MODE. Les sites web recensant les activités diverses et variées du groupe sont suffisamment explicites pour fournir à l'utilisateur intéressé tous les renseignements qu'il souhaite obtenir. Ce qui suit n'est qu'un simple coup d'œil établi à la demande de la SMAI à l'occasion du 30ème anniversaire de la création de cette société. Voici tout d'abord un bref historique.

Historique

La proposition de création d'un groupe permanent à l'intérieur de la SMAI fut acceptée par le CA de la SMAI en décembre 1990. La proposition émanait des collègues suivants: H. Attouch, A. Auslender, M. Balinski, B. Cornet, I. Ekeland, J.-B. Hiriart-Urruty, J.-M. Lasry, C. Lemaréchal, J.-P. Penot. Le CA de la SMAI d'avril 1991 entérina la création du groupe et la composition de son premier conseil d'administration. Plus de 150 membres adhérèrent au groupe en 1991. Les présidents successifs ont été: B. Cornet (1991-1994), J.-B. Hiriart-Urruty (1994-1998), M. Théra (1998-2001) [président de la SMAI de 2001 à 2004], M. Bergounioux (2001-2004), J.-M. Bonnisseau (2004-2007), G. Carlier (2007-2010), et F. Bonnans (2010-2013).

Parmi les activités d'animation scientifique au cours des années, commençons par celles d'organisation de congrès.









Le groupe SMAI-MODE, plus de vingt ans après...

Colloques et congrès réguliers

Dès le début, et même avant la création du groupe, des « journées MODE » furent organisées chaque année, presque toujours au début du printemps (fin mars), souvent (mais pas exclusivement) dans de petites ou moyennes villes universitaires (Avignon, Perpignan, Pau, Clermont-Ferrand, Dijon, Brest, Limoges, Le Havre, etc.), au sein d'une université ou d'une école d'ingénieurs. Disons que, en plus de l'Île-de-France où « tout est représenté », c'est plutôt « dans le grand Sud (au sens large) qu'on optimise ». Lors de ces journées, une insistance est portée sur les contributions des jeunes (en doctorat ou juste post-doc par exemple); un prix bien spécifique leur est d'ailleurs réservé, le prix J.-C. Dodu (parrainé par EDF, d'un montant de 1500 euros), récompensant la (ou les) meilleure(s) communications orales ou murales. Sur les trois jours du colloque, une demi-journée est systématiquement consacrée aux mathématiques (de MODE) dans l'industrie et les services. Depuis 2001, les années impaires, les journées MODE ont fait place au congrès SMAI, comme par exemple cette année 2013. Pour parler des éditions les plus proches temporellement, les journées MODE furent organisées à l'université de Bourgogne à Dijon en mars 2012, les prochaines seront organisées à l'INSA de Rennes du 26 au 28 mars 2014.

Comme activités parallèles aux séminaires habituels, et organisés mensuellement avec deux exposés, il y a aussi des « séminaires de site » comme : le SPO (Séminaire Parisien d'Optimisation) et, depuis l'année dernière, le SPOT (Séminaire Pluridisciplinaire d'Optimisation de Toulouse).

Une autre rencontre régulièrement organisée, et ce depuis plus de trente ans, est le colloque franco-allemand d'optimisation. Tous les deux ou trois ans, alternativement en France et en Allemagne, et, depuis 1998, avec un troisième pays invité, ce colloque est l'occasion d'échanger sur les thèmes de l'optimisation continue et du contrôle optimal. Son historique et fonctionnement sont décrits dans le site web qui lui est consacré. La dernière édition eut lieu à Toulouse en septembre 2011 (France-Allemagne-Autriche), la prochaine (France-Allemagne-Pologne, http://www.fgp13.agh.edu.pl) se tiendra à Cracovie en septembre 2013.

Bulletin MODE-SMAI

Un bulletin du groupe, mensuel grosso modo, est édité et diffusé à toutes celles et ceux qui souhaitent le recevoir; il est piloté par Th. Champion de l'université de Toulon.









Le groupe SMAI-MODE, plus de vingt ans après...

GDR du CNRS

Compte tenu des thématiques développées dans MODE, les membres se dispersent naturellement dans divers GDR comme :

- GDR MOA (Mathématiques de l'Optimisation et Applications) [créé en fait à l'initiative de membres du groupe en 2009];
- GDR 2932 Théorie des jeux (Modélisation mathématique et applications).

La ROADEF¹ structure depuis 1998 l'activité en recherche opérationnelle en France. Ses congrès annuels rassemblent plus de 400 personnes. Parfois, comme ce fut le cas à Clermont-Ferrand en 2008, une journée commune de Congrès ROADEF-Journées MODE-SMAI est organisée. D'ailleurs, depuis 2004, la SMAI et la ROADEF publient le journal RAIRO-Operations Research en partenariat.

Rayonnement international

Si, comme toutes les activités de recherche et de formation au sein de la SMAI, le volet international est important, signalons que les membres du groupe MODE ont tissé des liens privilégiés avec des centres comme le CMM (Centro de Modelamiento Matematico) à Santiago du Chili (dans lequel la plupart des membres ont été formés en France, et où des séjours post-doctoraux sont régulièrement proposés) ainsi qu'avec le Vietnam (LIA « FormathVietnam » et les programmes ARCUS qui y sont associés). C'est l'occasion de mentionner quelques succès sous forme de prix obtenus, citons de mémoire (j'en oublie sans doute) : le prix INFORMS pour un jeune chercheur à F. Oustry en 1999, le Prix F.W. Lanchester de l'INFORMS à N. Vieille en 2003, le Prix Lagrange en optimisation continue de la SIAM à J.B. Lasserre en 2009, le prix R. Faure de la ROADEF à J. Malick en 2009, sans oublier le plus prestigieux des prix en optimisation, le prix G. Dantzig, à C. Lemaréchal en 1994 et à G. Cornuéjols en 2009 ².

Les deux sociétés savantes ou « special activity groups » (SAG) de sociétés les plus proches thématiquement du groupe MODE sont la Mathematical Optimization Society (qui édite notamment la revue phare Mathematical Programming et organise tous les trois ans l'International Symposium on Mathematical Programming (prochaine édition à Pittsburg en août 2015), et le SAG Optimization de la SIAM (l'une des trois plus importantes de la quinzaine des SAG de la SIAM).



 $^{^1}$ ROADEF : Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision; on peut dire que c'est un peu l'INFORMS français.

²Le Prix Dantzig est décerné tous les trois ans, conjointement par la SIAM et la MOS (Mathematical Optimization Society, appelé Mathematical Program Society jusqu'en 2010). C. Lemaréchal a fait sa carrière à l'INRIA (Rocquencourt et Grenoble). Le français G. Cornuéjols partage sa vie entre la France et Carnegie Mellon Institute à Pittsburgh (USA).

La MOS édite la revue Mathematical Programming; le fondateur de cette revue est le français M. Balinski (CNRS et Ecole Polytechnique), alors en poste aux Etats-Unis.





Le groupe SMAI-MODE, plus de vingt ans après...

La MOS organise aussi, depuis quelques années, l'ICCOPT, l'un des plus grand congrès mondiaux en optimisation continue; la prochaine édition, pour la première fois en Europe, se tiendra fin juillet 2013 à Lisbonne.

Enseignement et formation

En France, la partie optimisation et contrôle optimal est sans doute davantage et mieux enseignée dans les écoles d'ingénieurs que dans les universités. Pourtant des demandes de formation grandissantes (en formation initiale comme continue) se font sentir de la part de domaines mathématiques voisins (théorie du signal, image, statistique) comme des entreprises (sous forme de contrats pour des doctorats CIFRE). Des centres comme Orange Labs (France Télécom R&D jusqu'en 2007), la Direction de la Recherche et Développement d'EDF, le CNES sont des places fortes d'utilisation de techniques d'optimisation et de contrôle optimal; beaucoup de ceux qui y opèrent sont de nos anciens étudiants en doctorat.

Création d'entreprises

Signalons dans cette rubrique la création par d'anciens étudiants, toujours membres du groupe, d'entreprises dédiées ou utilisant abondamment les techniques d'optimisation : RaisePartner (Robust Risk Management, Artelys (Optimization Solutions).

Perspectives

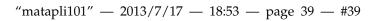
Il y en a de sombres comme des encourageantes.

- A l'université ou au sein des écoles d'ingénieurs.

Il y a peu d'endroits et de postes d'enseignants-chercheurs avec un profil optimisation sur lesquels les jeunes docteurs pourraient candidater comme maîtres de conférences; ils se tournent donc vers l'étranger ou le monde des entreprises et des services, même si ça n'était pas leur intention initiale. Au niveau professeurs, dans les domaines couverts par les thématiques de MODE, il en est de même (ou davantage) que dans d'autres domaines des mathématiques appliquées : les départs à la retraite qui « mécaniquement » auront lieu dans un futur proche risquent de ne pas être remplacés, et lorsqu'ils le seront, ils le seront dans d'autres domaines (scientifiques ou autres). De plus, la discipline optimisation (au sens large du terme) est bien plus jeune que d'autres domaines des mathématiques appliquées bien établies et en place.

- Perspectives scientifiques. Outre les demandes en formation et du monde des entreprises signalées plus haut, il est frappant de constater combien certains domaines très en vogue actuellement en mathématiques appliquées sont demandeurs d'optimisation ou d'analyse variationnelle; c'est le cas de l'optimisation









Le groupe SMAI-MODE, plus de vingt ans après...

sous incertitudes, l'optimisation dans le domaine de l'énergie, le « compressed sensing » (= « acquisition comprimée des données ») et, plus généralement, les problèmes inverses, le traitement du signal et de l'image, la théorie de l'apprentissage (= « machine learning »). Pour ces derniers thèmes, on peut d'ailleurs dire que bien des techniques qui y sont utilisées (méthodes de sous-gradients, méthodes proximales, relaxations convexes, etc.) ont été créées et développées par la communauté française d'optimisation³. Enfin, une structure comme le PGMO (Programme Gaspard Monge en Optimisation et Recherche Opérationnelle), sous l'égide d'EDF et de la Fondation mathématique Jacques Hadamard, lancé en septembre dernier à l'Ecole Polytechnique et l'ENSTA, laisse entrevoir des perspectives plus ensoleillées que celles plus sombres évoquées dans le point au-dessus.





³Cette année, 2012-2013, marque le 50ème anniversaire de la création de l'analyse et optimisation convexe modernes, avec les travaux pionniers de J.-J. Moreau (Université de Montpellier) et R.T. Rockafellar (Université de Washington à Seattle). A cette occasion, un numéro spécial de la prestigieuse revue Mathematical Programming est édité par trois d'entre nous : P. Combettes (Université de Paris VI), M. Théra (Université de Limoges) et moi-même ; il sera publié en 2014.



"matapli
101" — 2013/7/17 — 18:53 — page 40 — #40











Petite histoire de SMAI-SIGMA

par Marie-Laurence Mazure.

Ces quelques lignes tentent de retracer l'histoire du groupe thématique SMAI-SIGMA depuis ses origines. N'ayant pour ma part rejoint le domaine de l'Approximation qu'à partir de 1991, je n'ai pas vécu les tout débuts de cette grande aventure. Je remercie donc Patrick Chenin, Jean-Charles Fiorot, Pierre-Jean Laurent et Christophe Rabut qui m'ont aidée à les reconstituer.

Quelques anecdotes pour un peu d'histoire

Pour commencer l'histoire officielle du groupe thématique SIGMA, retournons 25 années en arrière. Nous sommes le 22 novembre 1988, dans la salle du restaurant Le Petit Paris, à Grenoble. Sont présents pour un repas de travail, Rémi Arcangéli, Marc Attéia, Jean-Charles Fiorot, Pierre-Jean Laurent, Alain Le Méhauté et Paul Sablonnière. C'est là qu'est entérinée la décision d'organiser en France un congrès international qui sera intitulé *Curves and Surfaces*, ainsi que celle de créer une Association loi 1901 pour en faciliter la préparation, l'*Association Française d'Approximation* (AFA).

Le second acte de cette histoire a lieu le 8 janvier 1989, lors du septième congrès international de Théorie de l'Approximation (College Station, Texas) : mandatés par le reste du groupe, P.-J. Laurent et A. Le Méhauté invitent quelques collègues américains à un repas de travail, dont Ward Cheney, Georges Lorentz et Larry Schumaker. Le projet de congrès en France y est accueilli avec enthousiasme, L. Schumaker acceptant même d'en être co-organisateur. Un comité scientifique est immédiatement établi, ainsi qu'une liste provisoire de conférenciers invités prestigieux.

L'AFA vit officiellement le jour peu de temps après cet épisode, en 1989. Le bureau en fut formé pendant le colloque "Approximation et représentation des courbes et surfaces", qui se tenait en mars de cette année-là, au CIRM de Luminy. A. Le Méhauté en fut le premier président. Quant à la première édition du congrès international "Curves and Surfaces", dont les organisateurs étaient P.-J. Laurent, A. Le Méhauté et L. Schumaker, c'est à Chamonix qu'il fut alors décidé de l'organiser, sur une idée de Christophe Rabut. Le succès fut d'emblée au rendez-vous puisque cette première édition rassembla environ 200 personnes du 21 au 27 juin 1990. Pour la petite histoire, l'arrivée des participants se fit sous une pluie torrentielle mémorable. Mais pendant la première pause-café du premier jour du









congrès, l'épais rideau de nuages qui masquait entièrement les montagnes s'ouvrit soudain, comme au théâtre, faisant d'un coup paraître un décor fabuleux, aiguille du Midi étincelante, mont Blanc majestueux, qui laissa les participants bouche bée d'admiration, leur tasse à la main. Nul doute que la beauté du site ajouta au succès du congrès!

L'approximation française et l'AFA

L'AFA naquit donc en 1989. Il est cependant nécessaire de mentionner qu'elle n'a pas été créée ex nihilo. La Théorie de l'Approximation est un sujet d'études ancien en France. A titre d'exemple, citons les splines, qui font l'objet de travaux depuis les années 60, aussi bien à l'Université que dans l'Industrie. La recherche universitaire s'est d'abord essentiellement attachée aux aspects théoriques. Ainsi, la théorie variationnelle des splines apparue à Grenoble (thèse d'état de M. Attéia, 1966; "Approximation et Optimisation", livre de P.-J. Laurent, 1972) aboutit à une véritable école française des splines, avec notamment l'importante découverte des splines "plaques minces" (Jean Duchon, 1976). Des approches complémentaires furent par la suite développées dans d'autres universités, par exemple l'étude, d'un point de vue plus algébrique, des fonctions polynomiales par morceaux, en liaison avec la méthode des éléments finis (thèse d'état de P. Sablonnière, Lille, 1982). Parallèlement et indépendamment, des études plus pratiques furent menées dans l'industrie au cours des années 60. Il est impossible de ne pas citer les pionniers mondialement reconnus que sont Pierre Bézier (Renault) et Paul de Faget de Casteljau (Citroën) qui mirent au point des techniques de représentation des courbes et surfaces à l'origine de la plupart des systèmes actuels de CAO-DAO (Conception et Dessin Assistés par Ordinateurs).

Déjà plusieurs années avant la création de l'AFA, le désir de fédérer par des actions communes une communauté française autour de l'Approximation s'était fait sentir. En particulier, de 1986 à 1988, ce désir se concrétisa dans le cadre d'une Action Thématique Programmée (ATP) du CNRS intitulée "Mathématiques, Informatique et Applications", à travers le thème "Outils mathématiques et informatiques des modèles géométriques", dont le coordonnateur était Patrick Chenin. Il est intéressant de signaler que, dans ce cadre, le premier séminaire rassembla sur trois jours une centaine de personnes à Rennes du 11 au 13 mai 1987. Organisé par P. Sablonnière et A. Le Méhauté, il avait pour sujet les courbes et surfaces de Bézier et les splines. Trois séminaires analogues suivirent en 1988, dont je ne citerai que le dernier, qui traitait notamment de géométrie algorithmique. Organisé par Jean-Marc Chassery et Bernard Lacolle, il se tint à Grenoble du 21 au 23 novembre 1988, et c'est au cours de cette rencontre qu'eut lieu le repas mentionné ci-dessus. Parallèlement, du 23 au 26 mars 1987, le colloque "Approximation et







représentation de surfaces" fut le premier d'une longue série de colloques organisés au CIRM de Luminy par certaines des universités (ou écoles d'ingénieurs) concernées par l'Approximation (Grenoble, Lille, Pau, Rennes, Toulouse, Valenciennes, . . .).

L'idée d'un congrès international en France fut évoquée pour la première fois au cours de ces différentes manifestations, difficile de dater précisément quand. Au delà des objectifs habituels d'un congrès scientifique, l'une des principales motivations pour l'organisation de "Curves and Surfaces" fut de mieux faire connaître l'école française d'Approximation sur le plan international. Ce congrès avait de plus pour ambition de promouvoir le dialogue au plus haut niveau entre concepteurs et utilisateurs.

Les cinq premiers congrès eurent lieu tous les trois ans : Chamonix 1990, 1993 (organisateurs français : P.-J. Laurent, A. Le Méhauté), et 1996 (A. Le Méhauté, C. Rabut); Saint-Malo 1999 (Albert Cohen, P.-J. Laurent, C. Rabut, P. Sablonnière) et 2002 (A. Cohen, Marie-Laurence Mazure, Jean-Louis Merrien). Dès sa première édition en 1990, "Curves and Surfaces" s'est imposé comme la plus importante manifestation internationale du domaine par le nombre de participants, mais aussi par son format un peu inhabituel du fait de sa longueur. Il est assez remarquable d'ailleurs que ce format soit resté quasiment identique depuis. Chaque congrès se déroule du jeudi matin au mercredi midi suivant; il comporte une dizaine de conférenciers invités, et trois sessions parallèles de communications, dont une de minisymposia invités. Le nombre de participants a progressé et se maintient désormais aux environs de 300. De façon régulière plus des 3/4 viennent de l'étranger, immuablement d'un peu plus de trente pays différents. Autres constantes de "Curves and Surfaces" depuis 1990 jusqu'à aujourd'hui : la présence de L. Schumaker (Nashville) parmi les organisateurs, et la publication des actes sous forme d'un ou deux volumes.

Si "Curves and Surfaces" était son activité-phare sur le plan international, au plan national l'AFA existait aussi à travers la série de colloques de Luminy ainsi que par les manifestations amies qu'elle soutenait. Par ailleurs, tout au long de son existence en tant qu'association, l'AFA a entretenu des liens privilégiés avec d'autres communautés, tels Informatique, Mécanique, Traitement du Signal. Il est également intéressant de mentionner les collaborations industrielles d'un certain nombre de membres de l'AFA (Aérospatiale Toulouse et Paris; Elf-Aquitaine; Matra-Datavision; Michelin; Cesta/CEA; Cisigraph; etc.). Enfin, notons que les









rencontres de Luminy offraient également l'occasion d'échanges sur les enseignements liés à la Géométrie et à l'Approximation.

L'entrée dans la SMAI

En 1999, Alain Damlamian, alors Président de la SMAI, contacta P.-J. Laurent, lui-même Président de l'AFA, pour lui suggérer de modifier le statut de l'AFA, en la faisant passer d'Association loi 1901 à groupe de la SMAI. Portée devant les membres de l'AFA, cette proposition fut majoritairement perçue comme une double opportunité pour le domaine de l'Approximation et de la représentation des Courbes et Surfaces : celle d'acquérir une meilleure lisibilité et une plus grande reconnaissance sur le plan national, et celle de favoriser son interaction avec les autres domaines des mathématiques appliquées françaises, notamment avec les autres groupes de la SMAI. On ne peut cependant passer sous silence les réticences d'un nombre non négligeable de membres de l'AFA qui craignaient de perdre leur identité en entrant dans la SMAI.

L'intégration officielle de l'AFA en tant que groupe de la SMAI eut lieu à Poitiers, le 11 mars 2000, lors de l'assemblée générale de la SMAI. La vocation affichée du groupe SMAI-AFA était de promouvoir, au sein de la SMAI, l'étude et l'utilisation de l'approximation des fonctions, la modélisation et le design géométrique, l'analyse multirésolution, le lissage de données, l'étude des maillages, le traitement du signal, l'analyse d'images, la tomographie, la visualisation scientifique, tout en maintenant ses collaborations avec d'autres communautés.

Notre arrivée dans la SMAI en 2000 coïncida avec la préparation du premier congrès de la SMAI prévu pour 2001, et participer activement à l'élaboration de cet évènement offrit au tout nouveau groupe SMAI-AFA une façon efficace de s'intégrer. L'année 2000 fut également un cap pour "Curves and Surfaces". En effet, deux ans avant "Curves and Surfaces" s'était créé un congrès presque similaire en Norvège, selon la même périodicité de trois ans. En 2000, lors du 5ème congrès norvégien (Oslo), organisateurs français et norvégiens décidèrent d'une part de porter à 4 années la périodicité des deux séries de congrès et d'autre part de les organiser conjointement en alternance. Ainsi, à partir du congrès norvégien de 2004 (Tromsøe), les différentes éditions des deux congrès seront présentées comme "franco-norvégiennes". En France les congrès suivants (Avignon, Palais des Papes), eurent donc lieu en 2006 (organisateurs français: A. Cohen, J.-L. Merrien) et 2010 (Jean-Daniel Boissonnat, P. Chenin, A. Cohen, Christian Gout, M.-L. Mazure). Le prochain est programmé pour 2014 à Paris, avec les mêmes organisateurs, sauf P. Chenin, remplacé par Olivier Gibaru. Depuis 2002, Tom Lyche (Oslo) fait partie des organisateurs, et l'équipe des organisateurs de "Mathematical Methods for Curves and Surfaces" comprend toujours un français.







Par la suite, les activités régulières de SMAI-AFA se sont structurées selon un nouveau calendrier prenant en compte à la fois la bisannualité des congrès SMAI (années 2n+1) et la nouvelle périodicité de "Curves and Surfaces". Il s'établit comme suit :

- années 4n : colloque SMAI-AFA (CIRM-Luminy);
- années 4n + 2: "Curves and Surfaces".

Par ailleurs, le trop grand espacement entre deux colloques SMAI-AFA nous conduisit à instituer une journée scientifique annuelle, pendant laquelle le groupe tiendrait son assemblée générale. Depuis 2005, cette journée a lieu chaque novembre à Paris.

SMAI-SIGMA (Signal-Image-Géométrie-Modélisation-Approximation)

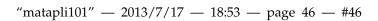
Bien qu'il pût paraître étrange d'appeler un groupe de la SMAI "Association Française d'Approximation", lors de l'intégration de l'AFA dans la SMAI il fut décidé de conserver nom et sigle de façon à clairement afficher notre continuité, notamment sur le plan international. Les thématiques impliquant l'AFA avaient cependant très nettement évolué depuis sa création en 1989. En 2000, on pouvait certainement déjà rassembler les principaux centres d'intérêt de l'AFA sous les mots-clefs généraux suivants : Signal-Image ; Modélisation Géométrique ; Géométrie Algorithmique ; Approximation. Le changement progressif, qui s'est poursuivi par la suite, peut notamment se percevoir au travers des éditions successives de "Curves and Surfaces", par l'évolution des choix de conférenciers invités et sujets des minisymposia. La présence d'A. Cohen parmi les organisateurs depuis 1999, puis celle de J.-D. Boissonnat à partir de 2010, témoignent également de cette évolution.

La première tâche urgente du groupe SMAI-AFA fut de faire émerger, au sein de la SMAI, une communauté élargie autour de l'Approximation (aux sens des mot-clefs ci-dessus), dans un souci constant d'ouverture, de renforcement des différents axes de cette communauté et de sa solidarité. Ce fut exactement l'esprit du colloque "Approximation, Modélisation Géométrique et Applications" organisé par Bernd Beckermann, J.-D. Boissonnat, A. Cohen et M.-L. Mazure du 24 au 28 novembre 2008 au CIRM. Son but était de rassembler sur le plan national les quatre grands axes de recherche précités afin d'en favoriser l'interaction. La volonté d'ouverture de SMAI-AFA s'est également manifestée par sa journée scientifique annuelle. Citons celle de 2010, organisée en collaboration avec le GDR MSPC, sur le thème *génération de maillages*.

L'idée d'un éventuel changement de nom du groupe s'est peu à peu imposée, pour permettre un affichage clair de ses centres d'intérêt. La décision définitive fut prise le 26 novembre 2010, pendant l'assemblée générale du groupe, avec



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$







adoption du nom SIGMA. Le nom SMAI-SIGMA est devenu officiel lors de l'assemblée générale de la SMAI, à Guidel, le 25 mai 2011.

La toute première manifestation officielle de SMAI-SIGMA fut la journée scientifique du 18 novembre 2011, préparée en collaboration avec les GDR MOA et MSPC. Sans aucun doute, le colloque international SIGMA 2012 (organisé par T. Lyche, M.-L. Mazure et Gabriel Peyré au CIRM, du 19 au 23 novembre) a entériné avec succès l'existence de SMAI-SIGMA. L'histoire cependant ne doit pas s'arrêter là. Elle est encore à écrire, avec enthousiasme, toujours dans une volonté d'ouverture, de collaborations à développer, notamment avec les autres groupes de la SMAI, bien sûr à travers "Curves and Surfaces" mais aussi à travers bien d'autres manifestations . . .





COMPTES RENDUS DES CA ET BUREAUX DE LA SMAI





Comptes rendus des CA & bureaux de la SMAI

Comptes rendus des CA et bureaux de la SMAI

par Antoine Lejay, Secrétaire Général de la SMAI

Comptes rendus — Conseil d'Administration 8 février 2013

Présents. G. Allaire, Z. Belhachmi, C. Chalons, A. de Bouard, F. Lagoutière, A. Lejay, T. Lelièvre, J. Le Rousseau, V. Louvet, P. Maréchal, A. Samson.

Représentés. A. Bérard, A. Cohen, M.J. Esteban, E. Gobet, E. Godlewski, C. Gout. **Excusés.** J.-M. Bonnisseau, L. Decreusefond, A. Guillin, M.-L. Mazure, F. Murat, P. Helluy, E. de Rocquigny.

Absents. M. Bouthou, R. Cont, T. Goudon, J. Mairesse, S. Mischler.

1. Nouvelles de la SMAI

1.1. Groupe thématique SMAI-GAMNI

Le groupe thématique SMAI-GMANI a lancé un appel à candidatures pour son prix de thèse (date limite de candidature le 8 février 2013).

La conférence HONOM 2013 (European Workshop on High Order Nonlinear Numerical Methods for Evolutionary PDEs) aura lieu du 18 au 22 mars 2013 à Bordeaux.

1.2. Groupe thématique SMAI-MAIRCI

Une Assemblée Générale aura lieu lors du congrès SMAI 2013.

1.3. Groupe thématique SMAI-MAS

Le jury du prix de thèse J. Neveu a été renouvelé et inclut des industriels.

Les Journées MAS, organisées durant l'été 2012 à Clermont-Ferrand, ont été un succès.

Une journée Maths-Industries sera prochainement organisée à Bordeaux.

1.4. Groupe thématique SMAI-MODE

Les journées MODE de l'an prochain auront lieu à l'INSA Rennes. Le GdR MMOA a été renouvelé.

1.5. Groupe thématique SMAI-SIGMA

Le congrès Curves and Surfaces sera organisé en juin 2014 à Paris à l'Ensam.









2. Actions passées et en cours

2.1. Forum Emploi Math 2012

La 2^e édition du http://smai.emath.fr/forum-emploi/*Forum Emploi Math* organisé par la SMAI, la SFdS et l'AMIES a eu lieu le 11 janvier 2013 au CNAM (Paris). Avec 1250 participants, cette manifestation a été un vrai succès.

Le CA a réfléchi aux façons de pérenniser l'organisation.

2.2. Forum des lauréats des prix en informatique et mathématiques appliquées

Le forum des lauréats des prix en informatique et mathématiques appliquées¹, co-organisé avec Inria et parrainé par l'Académie des Sciences, a eu lieu le 20 décembre 2012 à l'Institut Henri Poincaré, avec 10 orateurs et la présence de nombreux étudiants de l'ENS Cachan.

2.3. Prix de thèse Gaspard Monge

Le programme Gaspard Monge pour l'optimisation² (PGMO créé par un mécénat d'EDF au sein de la Fondation Mathématique Jacques Hadamard), a crée deux prix de thèses de 1000 €, parrainés par la SMAI et la ROADEF. Un tiers du jury est proposé par la SMAI, cette tâche étant déléguée au groupe SMAI-MODE.

2.4. Lettre MaddMath

Le lancement du la première lettre MaddMath³ (Mathématiques Appliquées, didactiques et divulgées, avec 4 numéros par an) est imminent.

Cette lettre, à but de vulgarisation, sera diffusée de façon large (membres de la SMAI, enseignants, ...).

2.5. Congrès SMAI et CANUM

La CA approuve à l'unanimité l'organisation du CANUM 2016 par l'Institut Élie Cartan (Nancy-Metz).

Les tarifs votés le 30 novembre 2012 vont être minorés du fait d'un bon retour des demandes de soutiens financiers.

Les nouveaux tarifs sont donnés dans la tableau 1.

3. Mathématiques pour la Planète Terre 2013 (MPT2013)

L'ouverture de cette année MPT2013 aura lieu le 5 mars 2013 à Paris au siège de l'Unesco, dans le cadre de la semaine des mathématiques. La SMAI sera représentée à cette séance d'ouverture.

Le numéro 100 de Matapli sera consacré à cette initiative.



 $^{^{1}}http://smai.emath.fr/spip.php?article448$

²http://www.fondation-hadamard.fr/en/PGMO

³http://smai.emath.fr/spip.php?article460lang=fr=MaddMath





	Avant le 24 mars 2013		Après le 25 mars 2013	
	Adhérents	Non adhérents	Adhérents	Non adhérents
Jeune	60€	85€	96€	121€
Universitaire	100€	155€	160€	215€
Industriel	190€	245€	304€	359€
Pension comp	105€/jour			
Pension comp	140€/jour			
Forfait 4 nuits	360€			
Forfait 4 nuits	490€			

TAB. 1: Tarifs du congrès SMAI 2013.

4. Réforme de l'Éducation

Le projet de suppression des IUFM et du regroupement dans des Écoles Supérieures du Professorat et de l'Éducation (ÉSPÉ 4) suscite des inquiétudes quant à la réduction de la partie disciplinaire dans les concours et la formation des enseignants.

5. Observatoire des thèses

Il a été suggéré à la SMAI de développer un observatoire des thèses, avec un répertoire des thèses soutenues en mathématiques appliquées, comme il en existe dans d'autres disciplines (http://www.docteurs-chimie.org/ (Chimie),

http://www.fnege.net/Publications_Evaluation/OBSERVATOIRES/

122-FR-OBSERVATOIRE_DES_THESES_DE_GESTION (Gestion), ...).

G. Allaire a proposé quelques pistes de réflexion autour de cette initiative.

6. 30 ans de la SMAI

Le numéro 101 de Matapli sera consacré aux 30 ans de la SMAI.

La soirée du mercredi 29 mai du congrès SMAI 2013, pendant laquelle aura lieu l'AG de la SMAI, sera également dédiée aux 30 ans de la SMAI.

Le CA a aussi discuté de l'organisation à l'automne d'une journée de prospective, comportant notamment une table ronde, pour les 30 ans de la SMAI.





 $^{^4}$ Projet de loi d'orientation et de programmation pour la refondation de l'école de la République, n^o 653, déposé le 23 janvier 2013

http://www.assemblee-nationale.fr/14/dossiers/refondation_ecole_Republique.asp.





Comptes rendus — Bureau 2 avril 2013

Présents. G. Allaire, A. de Bouard, F. Lagoutière, A. Lejay.

Excusés. E. Godlewski, F. Murat, E. de Rocquigny.

1. Préparation de l'Assemblée Générale

Le bureau a préparé la prochaine Assemblée Générale qui aura lieu le 29 mai prochain, et dont l'ordre du jour doit être approuvé lors du CA du 5 avril 2013. Le CA devra également approuver les comtpes de l'année 2012.

2. Actions en cours et futures

2.1. Prix de thèse AMIES

Le bureau a discuté des modalités du prix de thèse AMIES dont la SMAI est partenaire.

2.2. Stands

Un stand a été proposé à la SMAI lors des prochaines *journées nationales de l'AP-MEP*⁵ du 19 au 22 octobre prochain à Marseille. Des personnes susceptibles de tenir le stand ont été proposées.

Un stand commun MPT/SMAI/SMF/SFdS sera dressé au *Salon Culture et Jeux Mathématiques*⁶ du 30 mai au 2 juin 2013.

3. 30 ans de la SMAI

Le bureau a discuté de l'organisation d'un événement pour fêter les 30 ans de la SMAI à la fin de l'Assemblée Générale le 29 mai lors du congrès SMAI 2013, ainsi que d'une journée à l'automne avec des tables rondes. Des thématiques possibles de cette manifestation ont été choisies.

4. Prochains congrès SMAI

La demande de la Fédération Amiens-Reims-Compiègne d'organiser le congrès SMAI 2017 sera présentée au prochain CA.

Des noms ont aussi été poposés pour le comité scientifique du CANUM 2014 qui aura lieu à Carry-le-Rouet.



⁵http://www.jnmarseille2013.fr/index4.php

⁶http://www.cijm.org/





Comptes rendus — Conseil d'Administration 5 avril 2013

Présents. G. Allaire, Z. Belhachmi, A. Bérard, A. de Bouard, C. Chalons, M.J. Esteban, E. Gobet, E. Godlewski, T. Goudon, P. Helluy, F. Lagoutière, A. Lejay, J. Le Rousseau, S. Mischler, F. Murat, V. Louvet, E. de Rocquigny.

Représentés. F. Alabau, A. Cohen, T. Goudon, C. Gout, T. Lelièvre. A. Samson. Excusés. A. Guillin, P. Maréchal, G. Pagès.

Absents. R. Abgrall, F. Bonnans, J.-M. Bonnisseau, M. Bouthou, R. Cont, L. Decreusefond, J. Mairesse, M.-L. Mazure.

1. Nouvelles de la SMAI

1.1. Relations avec AMIES

AMIES a crée un prix de thèse pour les thèses à fort contenu industriel. Ce prix est soutenu par les sociétés savantes en mathématiques, dont la SMAI.

La SMAI a signé avec AMIES une convention régissant l'organisation des journées Maths-Industries.

Une *Journée Math-Industries*, intitulée « Fiabilité et sûreté industrielle » a lieu le 8 avril 2013. Des entreprises (Airbus, SNCF, Safety Lines, LGM, Safran, ...) seront présentes.

Une table ronde et une demi-journée maths-entreprises, co-organisée avec AMIES, seront organisées lors du congrès SMAI 2013.

1.2. Renouvellement du Conseil d'Administration

Cinq membres du CA le quitteront lors de l'AG en mai prochain. Cinq autres membres actuels ont candidaté pour un nouveau mandat. Au total, dix candidats se sont déclarés pour la prochaine élection.

1.3. Journée inaugurale de l'année Mathématiques pour la Planète Terre 2013

la SMAI a été présente lors de lajournée inaugurale à l'UNESCO⁷ de l'année *Mathématiques pour la Planète Terre 2013* (MPT2013).

Des animateurs sont recherchés pour les stands communs MPT/SMAI/SMF/SFdS pour le *Salon Culture et Jeux Mathématiques*⁸ à Paris du 30 mai au 2 juin 2013, et aux *journées nationales de l'APMEP*⁹ à Marseille du 19 au 22 octobre 2013.





⁷http://mpe2013.org/fr/mpe-day-at-UNESCO/

⁸http://www.cijm.org/

⁹http://www.jnmarseille2013.fr/index4.php





2. Nouvelles des groupes thématiques

2.1. Groupe thématique SMAI-GAMNI

Le CA a été informé des diverses actions du groupe SMAI-GAMNI, dont le séminaire CEA-GAMNI en janvier à l'IHP, une journée spéciale pour les 10 ans du groupe calcul à l'IHP en avril. Et GAMMI soutient la 2^e ECCOMAS Young Investigators Conference (YIC) à Bordeaux en septembre.

2.2. Groupe thématique SMAI-MAIRCI

L'Assemblée Générale du groupe SMAI-MAIRCI aura lieu lors du congrès SMAI 2013.

2.3. Groupe thématique SMAI-MAS

Les Journées MAS 2012 à Clermont-Ferrand ont été largement bénéficiaires.

Les prix de thèse Jacques Neveu 2012 ont été décernés à Pierre Jacob pour sa thèse « Computational contributions to Bayesian Statistics » et à Quentin Berger pour sa thèse « Polymères en milieu aléatoire : influence d'un désordre corrélé sur le phénomène de localisation ».

Le groupe SMAI-MAS participe à la prochaine journée Maths-Industries « Fiabilité et sûreté industrielle ».

2.4. Groupe thématique SMAI-MODE

Le groupe SMAI-MODE tiendra une réunion lors du congrès SMAI 2013.

3. Congrès

C. Picard, invitée à ce CA, a présenté divers points concernant les congrès SMAI et CANUM (gestion, convention, logiciel de gestion développé par Pauline Lafitte, etc.).

3.1. Congrès SMAI 2013

Plus de 400 personnes se sont inscrites à ce jour au congrès SMAI 2013 dont le programme sera riche.

3.2. Prochains congrès SMAI et CANUM

Le CANUM 2014, organisé par Marseille, aura lieu du 31 mars au 4 avril à Carry-le-Rouet. Le congrès SMAI 2015 sera organisé par la Fédération Lyon-Saint-Étienne. Le congrès CANUM 2016 sera organisé par l'Institut Élie Cartan de Lorraine.

3.3. SMAI 2017

La Fédération de Recherche Mathématiques Amiens-Reims-Compiègne a proposé d'organiser le congrès SMAI 2017. À l'unanimité, le CA a répondu favorablement à cette demande.



52







4. 30 ans de la SMAI

Le numéro 101 de Matapli sera consacré aux 30 ans de la SMAI.

Un moment festif sera organisé après l'Assemblée Générale de la SMAI le 29 mai 2013.

Une journée avec des exposés et discussions sera organisée à l'automne, sur les publications, l'enseignement, et la thématique d'un portail des thèses.

5. Assemblée Générale

5.1. Ordre du jour

Le CA a approuvé à l'unanimité l'ordre du jour de l'Assemblée Générale suivant :

- Rapport moral et vote du quitus;
- Rapport financier et vote du quitus;
- Présentations des groupes thématiques;
- Proclamation des résultats des élections au Conseil d'Administration;
- Questions diverses.

5.2. Présentation des comptes 2012

F. Lagoutière a présenté les comptes consolidés 2012. Les comptes ont été approuvés à l'unanimité.

A. Prignet, invité à ce CA, a présenté le travail effectué pour la comptabilité.

Le CA a chaleureusement remercié Alain Prignet pour l'énorme travail réalisé pour la mise en ordre de la comptabilité puisque cette activité est désormais entièrement assurée par la SMAI sans l'aide d'un comptable externe.

F. Lagoutière tient à rappeler les règles suivantes aux trésoriers des groupes thématiques, afin d'assurer une bonne qualité des comptes. D'une part, les trésoriers des groupes thématiques doivent impérativement et immédiatement envoyer copie des chèques émis avec les justificatifs. D'autre part, il sera désormais nécessaire d'avoir l'accord du Président de la SMAI avant d'engager une somme supérieure à un certain montant qui sera bientôt précisé.







"matapli
101" — 2013/7/17 — 18:53 — page 54 — #54











Enquête sur les chercheurs CNRS en mathématiques

Enquête sur les chercheurs en mathématiques

RECRUTÉS PAR LE CNRS ENTRE 2000 ET 2007 PAR OLIVIER GOUBET¹

En avril 2006, Stéphane Cordier diffusait les résultats d'une enquête sur le devenir des chargés de recherche recrutés par la section 01 du comité national entre 1992 et 1999. A l'initiative de Stéphane, nous reprenons ici cette enquête, suivant un mode opératoire similaire. Les chercheurs recrutés en mathématiques sur la période 2000-2007 ont été contactés par courrier électronique au début de l'année universitaire 2012-2013. Deux relances espacées dans le temps ont été ensuite effectuées. Au total 111 personnes ont été contactées. L'analyse porte sur les 90 chercheurs qui ont répondu, soit un taux de réponses de 81%.

Le questionnaire adressé portait sur les questions suivantes

- Date de naissance.
- Thème de recherche (avec un maximum de 80 caractères).
- Laboratoire de première affectation (numéro d'UMR, localisation).
- Situation professionnelle actuelle (grade, corps d'exercice, date de prise de fonction).
- Laboratoire d'affectation actuel.
- Le cas échéant : date de soutenance d'une HDR et titre de cette HDR.
- Qualification CNU éventuelle : si oui, dans quelle section CNU et quelle année.

Nous présentons ci-dessous quelques données issues des résultats de l'enquête.

Répartition nationale et mobilité géographique

Sur les 90 chercheurs recrutés, 40 ont été affectés initialement en Ile-de-France. A l'heure actuelle 39 sont en poste en Ile-de-France, 40 en province et 11 à l'étranger. Si on étudie plus finement les chiffres, on constate que 8 chercheurs ont bougé de l'Ile-de-France vers la province, quand 15 ont effectué le mouvement inverse. De province à province 11 chercheurs ont connu une mobilité, quand 10 ont changé





 $^{^1{\}rm LAMFA~UMR~7352~CNRS~UPJV},$ Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions, olivier.goubet@u-picardie.fr





Enquête sur les chercheurs CNRS en mathématiques

d'affectation à l'intérieur de l'Île-de-France même. Si on ajoute les **11** mouvements en direction de l'étranger, on constate que **55** chercheurs recrutés ont connu une mobilité géographique, soit un taux de **61**%.

Quelle comparaison est pertinente avec les résultats de l'enquête 1992-1999? On ne peut que constater une attractivité un peu plus grande de la région Ile-de-France pour les questions de mobilité.

	1992-1999	2000-2007
Affectation initiale en Ile-de-France	43%	44%
Affectation en Ile-de-France au moment de l'enquête	40%	43%

Ces chiffres appellent deux remarques. D'une part les départs à l'étranger sont notamment associés à des détachements; par conséquent il est difficile de quantifier la part réelle des départs définitifs hors de l'hexagone. D'autre part les affectations actuelles des chercheurs en province voient l'émergence d'un site attractif pour les mathématiques : 13 chercheurs sont actuellement à Lyon (ENS et Institut Camille Jordan); la ventilation sur les autres grands sites régionaux est bien moindre et plus équilibrée (deux à quatre personnes).

Evolution dans la carrière. Habilitation à diriger des recherches et nomination à l'Université.

Sur les **90** chercheurs recrutés sur la période d'étude, **30** occupent des postes à l'Université, le plus souvent un poste de professeur (ce chiffre comprend les nominations à l'étranger). A une exception près, cette nomination s'accompagne d'une mobilité. Par ailleurs **14** chercheurs sont devenus directeur de recherche CNRS. Sur ces **14** recrutements au titre de DR, **11** ont été accompagné d'une mobilité. Sur les **46** personnes encore CR à l'heure actuelle, **15** ont connu une mobilité.

Pour comparaison avec l'enquête précédente : si la proportion des promotions comme professeur ou directeur de recherche est constante, il est indéniable de constater une plus grande attractivité des recrutements comme DR CNRS comme le montre le tableau ci-dessous.

	1992-1999	2000-2007
Nomination à l'Université comme professeur	41%	33%
Recrutement comme DR au CNRS	7%	16%

A noter aussi les deux chiffres suivants. Parmi les chercheurs recrutés PR à l'Université, le temps moyen entre le recrutement initial au CNRS comme chargé de recherche et le recrutement PR est de **5.27** années, alors que le temps moyen entre recrutement CR et le recrutement DR au CNRS est de **8.21** années. La différence est notable.

Soutenir une habilitation à diriger des recherches est un passage obligé pour une carrière universitaire française. Parmi les 90 chercheurs concernés par l'étude, 72







Enquête sur les chercheurs CNRS en mathématiques

ont d'ores et déjà soutenu une HDR, soit un taux de 80% (pour l'anecdote 2 personnes ont été recrutées à l'étranger sur des postes de PR sans passer d'HDR; si on les ajoute aux statistiques on arrive à un taux de 82%). Le temps moyen pour soutenir une HDR après recrutement comme CR au CNRS est de 5.07 années. Enfin la qualification au CNU (essentiellement en 25 ou 26eme section, mais aussi parfois dans des sections voisines comme traitement d'image) concerne 46 chercheurs, soit 64% de ceux qui sont titulaires de l'HDR.

Rattachement aux sections du conseil national des universités (CNU)

46 chercheurs ont obtenu leur qualification au CNU pour concourir sur les postes de professeur des universités. La ventilation des informations par section s'écrit

	Qualification obtenues	Recrutement PR	Recrutement DR
CNU 25	22	8	7
CNU 26	12	6	1
CNU 25 et CNU 26	12	7	2

Les chiffres du tableau ci-dessus sont à considérer avec précaution. Il faut rappeler que l'on peut obtenir un poste de professeur à l'étranger sans demander sa qualification au CNU. La même remarque s'applique aux recrutements comme directeur de recherche. Plus généralement, il est incongru de faire des statistiques sur des petits échantillons. La même remarque s'applique avec plus d'acuité encore à la section suivante.

Questions relatives au genre

Sur les **90** chercheurs ayant répondu au questionnaire, **8** sont de genre féminin. Toutes ont soutenu une HDR (durée moyenne écoulée entre le recrutement comme CR au CNRS et la soutenance de l'HDR **6 ans**). Une est devenue professeur des universités et deux directrices de recherche CNRS. Pour les questions liées à la mobilité, 5 ont changé d'unité de recherche entre la date de leur recrutement comme chargée de recherche CNRS et leur affectation actuelle.

Remerciements

Merci à Laurence Labbé (INSMI CNRS) pour les échanges sur les données relatives aux chercheurs recrutés en mathématiques entre 2000 et 2007.





"matapli
101" — 2013/7/17 — 18:53 — page 58 — #58









DU CÔTÉ DES INDUSTRIELS

Du côté des industriels

Du côté des industriels

SCÉNARII DE MATHÉMATIQUES INDUSTRIELLES

POUR LA SIMULATION NUMÉRIQUE

par Bijan Mohammadi, Directeur CERFACS

La SMAI, à l'occasion de ses 30 ans, et la rédaction de Matapli ont demandé mon sentiment sur les perspectives des mathématiques en simulation numérique. C'est un sujet très vaste que je vais aborder depuis mon expérience de la direction du Cerfacs¹ et je me limiterai à certains aspects que j'ai eu à traiter avec les associés, actionnaires du Cerfacs. Cet ensemble sera donc une vision très partielle des choses.

Le Cerfacs est un centre de recherche privé avec 7 associés : CNES, EADS-France, EDF, Météo-France, ONERA, SAFRAN et TOTAL. Il s'agit donc de grands groupes, privés et publics, avec des moyens de recherche propres, conséquents et une culture scientifique historique ce qui présente l'avantage de faciliter l'identification d'interlocuteurs compétents qui ont souvent déjà réalisé une pré-formulation des problèmes de recherche. Ce sera au contraire une difficulté majeure lorsqu'il s'agira de travailler sur des sujets à trouver dans des PME qui auront du mal à les proposer déjà circonscrits. J'y reviendrai.

Je vais suivre d'abord plusieurs scénarii pour un(e) chercheur en mathématique appliquée qui veut se tourner vers les applications. Ces chemins sont des conséquences des contraintes organisationnelles qui désormais régissent la recherche industrielle en simulation numérique; contraintes non pas tant de financement mais d'environnements logiciel et informatique, notamment dues à l'utilisation croissante du calcul à haute performance par les grands groupes.





¹Centre Européen de Recherche et de Formation Avancée en Calcul Scientifique





Les industriels et la contrainte des plates-formes logicielles

On peut regrouper les industriels en trois catégories de cardinalité décroissante. Ceux, de plus en plus nombreux, utilisant des logiciels commerciaux, ceux développant des logiciels en proche collaboration avec des centres de recherche, comme le Cerfacs, et ceux, mais en petit nombre, ayant encore leurs solutions internes. Indépendamment des solutions envisagées, tous ont une très forte exigence de confidentialité. L'acceptation de cette contrainte est un préalable pour accéder aux sujets des industriels. Dans tous les cas, une difficulté que j'entrevois pour les mathématiciens est l'obligation de travailler en utilisant les plates-formes logicielles des industriels, surtout s'agissant des grands comptes. Ceci rend la pénétration de nouvelles idées difficile. Il faut penser que cette difficulté est amplifiée par l'échelle de temps, de plus en plus courte, des industriels. La mise en place de structures telles que les Instituts de Recherches Technologiques pourrait aider les universitaires à développer leurs réseaux en se joignant aux flux de recherche prévus. En tout cas, nous observons un appauvrissement du paysage logiciel recherche et un décalage croissant entre les logiciels d'une majorité de chercheurs en mathématique et ceux des industriels. Cette évolution était inévitable pour gagner en efficacité du cté industriel, mais la recherche industrielle souffrira si de moins en moins de personnes réfléchissent aux problèmes industriels, et si les chercheurs ne peuvent effectivement transmettre leurs idées aux industriels. Même si certaines initiatives et réseaux existent d'ores et déjà, les industriels devraient davantage permettre aux universitaires de disposer des versions libres (open source), même partielles, de leurs logiciels et mettre en place des réseaux de recherche, comme le font par exemple le CEA et EDF. Il s'agit aussi de faire pénétrer ces logiciels dans les formations universitaires.

La France étant le pays des grands groupes, beaucoup d'interactions entre les mathématiciens du monde académique et les industriels portent sur des projets issus ou directement pilotés par ces entités. Mais une mine de collaborations très peu exploitée existe avec de plus petites structures si on accepte de faire un travail préalable d'écoute et de formulation.

Vers les PME

Les mathématiciens ont la réputation de pouvoir travailler avec peu de moyens. C'est bien entendu une idée fausse qui nous suit du temps austère du crayon et papier. Et cependant, si, aujourd'hui, cette frugalité devenait notre force et nous permettait de développer des relations avec des PME? Ces structures ont peu de moyens et de temps à dédier à la recherche. Si nous sommes à leur écoute et disponibles, il y a beaucoup à faire et à apprendre. Mais nous aurons à faire







un effort de langage et de synthèse qui est moins nécessaire quand on a affaire à un centre de recherche d'un grand groupe. Et la communauté devra davantage valoriser de tels travaux de défrichage.

Voilà donc deux scénarii d'entreprises pour mathématiciens industriels.

Après ces quelques considérations organisationnelles, je souhaite parcourir certaines thématiques et changements qui me paraissent d'avenir et à venir.

Calcul haute performance

On constate que les calculateurs pétaflopiques, et dans quelques années sans doute exaflopiques, ne sont pas utilisables pleinement avec les méthodes de simulation actuelles. Nous avons du mal à tirer profit de leur puissance car nos méthodes ont du mal à passer à l'échelle (dans le sens où l'augmentation du nombre de c urs de calcul ne s'accompagne plus d'une accélération proportionnelle des calculs). Il s'agit d'une source de sujets de recherche quasi-inexploitée aujourd'hui par les mathématiciens et relativement à la taille de la communauté, très peu de personnes travaillent sur ces questions. Tous les domaines de la simulation numérique auront à être repensés : le maillage, la discrétisation des équations, les algorithmes de couplage multi-physique, le post-traitement des résultats, l'analyse des erreurs et la prise en compte des incertitudes. Nous ne savons rien traiter correctement quand le calcul est distribué sur des millions de c urs car l'essentiel de notre environnement de calcul a été initialement pensé en séquentiel. Pour contourner ces difficultés, on constate une montée en puissance des modèles partant des considérations élémentaires et avantageant la localité des données (e.g. schémas de Boltzmann sur réseaux).

Mais le calcul haute performance pénètre très peu dans les PME qui n'ont pas les moyens de maintenir des logiciels et utilisent essentiellement des solutions commerciales séquentielles ou très faiblement parallèles. En France, le Genci, mais aussi des organismes de recherche et des réseaux d'universitaires, font un travail conséquent pour sensibiliser les PME à l'avantage compétitif qu'elles pourraient tirer du calcul haute performance.









Le maillage

La génération des maillages, leurs manipulations, découpages, déformations, la prise en compte de parties mobiles dans le domaine etc, resteront des verrous scientifiques et techniques; et ceci aussi bien pour une PME que pour un grand compte. La complexité informatique et les exigences de passage à l'échelle sur les supercalculateurs remettront, cependant, en cause les approches existantes et nous amèneront vers des technologies facilitant la hiérarchisation de l'information géométrique et le couplage avec des outils de géométrie descriptive. Lorsque l'unité pour le nombre de points du maillage sera le milliard, les questions de sauvegarde et du traitement de l'information deviendront centrales. Ceci en particulier en instationnaire qui sera probablement le cadre général des calculs, même pour atteindre les états stationnaires, ceci notamment en raison de la présence d'échelles multiples temporelles.

Couplage multi-physique

Il est désormais évident pour tous que le couplage de modèles est incontournable. Dans le cas de problèmes multi-physiques la présence d'échelles de temps et d'espace très diverses rendra les simulations numériques non intuitives et non triviales. Aujourd'hui le couplage de plus de deux ou trois modèles pose des difficultés. Les itérations de point fixe ne donnent pas satisfaction. Il manque un cadre mathématique permettant d'aller au-delà d'un chainage des codes. Là aussi nous sommes soumis aux contraintes logicielles qui sont essentiellement mono-physiques et à domaine de validité limité. Ceci écarte la possibilité d'envisager un couplage global. La raideur des équations et le besoin de simulation avec des échelles de temps et d'espace très différentes entranent également des difficultés mathématiques liées à la nécessité d'une implicitation efficace qui est incompatible avec la résolution des équations avec des inconnues distribuées sur des millions de c urs de calcul en évitant les communications lors des calculs. On constate cependant de grands efforts pour développer des algorithmes de résolution multi-frontale des systèmes linéaires basés sur une synthèse des méthodes directes et itératives et sur des récurrences de compléments de Schur hiérarchiques.

En changeant de point de vue, on retrouve là des difficultés qui mettent en évidence l'absence d'un cadre satisfaisant pour une parallélisation en temps des calculs nonlinéaires.

Enfin, aujourd'hui la tendance est à vouloir tout simuler et les gens pensent pouvoir y arriver gree à des moyens de calculs toujours croissants. Je pense, au







contraire, que l'astuce et les méthodes analytiques resteront indispensables ; je reviendrai sur ces aspects fondamentaux quand j'évoquerai l'analyse des résultats.

Assimilation des données et optimisation

Nous voyons progresser l'utilisation de l'assimilation de données pour le pilotage des simulations en exploitant des données provenant d'expériences ou d'observations. Nous sommes à la frontière entre méthodes numériques déterministes et stochastiques. Ces dernières sont nécessaires, d'abord, pour donner un sens à l'assimilation des données incertaines par les calculs, mais aussi pour la gestion des masses de données immenses désormais disponibles gree au perfectionnement des moyens de mesures et de transmission. Ainsi, là aussi, la gestion et l'analyse des données apporteront des sources de problèmes immenses, alliant modélisation à complexité réduite, fouille des données, compression et identification de structures cachées. On retrouve ces ingrédients dans les thématiques d'optimisation locale et globale qui resteront recherchées par les industriels, même si l'on constate que leur utilisation effective en conception n'est pas encore très répandue. Une plus grande robustesse de l'optimum proposé est nécessaire. Il s'agit de prendre en compte les incertitudes sur les entrées des systèmes et aussi celles de réalisation. Et les solutions doivent être valables non plus pour un seul point de fonctionnement, mais également robustes sur des plages définies. On rencontrera ces questions lors de la quantification des incertitudes motivée, plus généralement, par une plus grande efficacité économique recherchée pour les systèmes.

Prise en compte des incertitudes

La quantification des incertitudes devient un élément essentiel d'intérêt et de communication scientifiques chez les industriels. Ceci est le résultat de la complexité croissante des systèmes industriels dont la conception est soumise à une réduction des marges de robustesse liée à une exigence de réduction des cots de revient et de fonctionnement. Chacun recherche le système le plus parcimonieux. La simulation numérique devient alors un outil déterminant de compétitivité et le besoin d'une quantification des incertitudes suit alors l'augmentation de la précision des calculs. En effet, les calculs plus précis apparaissent souvent plus sensibles aux perturbations avec pour conséquence de remettre en cause la confiance que nous pouvons accorder aux résultats. On peut alors se poser la question de la pertinence du développement de schémas de grande précision en présence d'aléas. Dans le cadre des calculs en domaines finis, s'ajoute la difficulté de prise



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$





en compte des conditions aux limites. Il apparait cependant que la précision des calculs et l'étude de l'incertitude des résultats ne peuvent être dissociées. En effet, il est facile de comprendre que les 'barres d'erreurs' n'ont d'intérêt que si elles encadrent un résultat précis. Il nous faut donner désormais un sens aux résultats en terme d'espérance mathématique et non plus d'une unique estimation déterministe. Et, en même temps, il nous faut préserver une complexité calculatoire proche du cas déterministe.

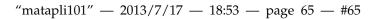
Dans ce cadre, nous voyons se développer une effervescence autour du calcul des sensibilités au-delà des gradients mettant à profit des concepts stochastiques. Il est intéressant d'observer un rapprochement entre l'interprétation des dérivées et des indices de Sobol. Des approches ensemblistes de type filtre de Kalman d'ensemble, s'appuyant sur une information a priori sur l'aléa, permettent d'envisager de nouvelles perspectives, compatibles avec l'exigence du calcul haute performance. Ces approches fournissent une alternative compétitive aux méthodes variationnelles qui paraissaient initialement plus naturelles pour les problèmes d'assimilation de données, notamment.

L'exigence de robustesse émerge aussi sous un angle plus informatique et en liaison avec l'augmentation de la probabilité de défaillance des grands calculateurs due à un nombre de c urs toujours plus grand. On parlera alors de résilience et on cherchera des algorithmes pouvant produire un résultat se basant sur une information partielle ainsi qu'une estimation de l'erreur commise.

Formation

On pourrait penser que la formation dispensée dans les universités ne prépare que très peu aux changements à venir dans le domaine du calcul scientifique. En effet, elle reste classique, ce qui est naturel car le temps de genèse et maturation d'une formation est long. Ainsi, les éléments de formation en calcul haute performance apparaissent assez tard dans le cursus de l'étudiant en science, voire jamais. Mais nous avons vu que le développement logiciel proprement dit devenait de plus en plus restreint et qu'il exigeait un nombre d'acteurs plus réduit, mobilisés sur un nombre décroissant de plates-formes, de plus en plus commerciales. On constate en revanche un besoin d'exploitation croissant des outils numériques sur des environnements à haute performance car la simulation devient un outil de conception et de certification à part entière et sert de plus en plus à définir le cadre expérimental. Jusqu'ici on disait que la personne qui faisait une simulation devait la comprendre pour pouvoir interpréter les résultats et écarter les calculs irréalistes. Aujourd'hui le paradigme change quelque peu car la personne doit savoir ce qu'elle a besoin d'analyser avant de lancer le calcul. Ceci est









lié aux quantités d'information en jeu qui ne peuvent toutes être sauvegardées : le post-traitement doit être pensé en amont comme partie du calcul distribué. Ainsi, le besoin de compétences fondamentales ne va pas décroitre, bien au contraire. Mais nous aurons à intégrer cette finalité du traitement de l'information à nos formations disciplinaires.

Les thématiques parcourues jusqu'ici montrent qu'il y a aussi une utilisation croisée et croissante de techniques déterministes et stochastiques dans les simulations. Un mathématicien(ne) appliqué aura donc à acquérir des éléments des deux cultures.

En conclusion, il me semble que les mathématiques industrielles ont de quoi occuper des chercheurs de domaines de compétence multiples, qu'ils soient intéressés par les aspects les plus conceptuels aux développements plus pratiques impliquant de la mise en uvre lourde sur des plates-formes complexes. Et il est très important de continuer à couvrir et à valoriser l'ensemble du spectre, d'autant plus que la rupture et l'incrémental dans le domaine de la recherche sont souvent incompatibles. Pour illustrer mon propos, je finirai par une question posée par un des associés du Cerfacs : Et si pour gagner en efficacité numérique il fallait changer d'algèbre et chercher une plus grande factorisation des calculs, même au prix d'une perte de commutativité?









MathSinA.

MathematicS In Action

Un nouveau journal dont
l'objectif est de promouvoir
les interactions entre les
Mathématiques et les autres
sciences, en publiant des
articles écrits par au moins
deux auteurs : un mathématicien
et un spécialiste d'une autre
communauté scientifique
(biologie, économie,
informatique, physique, etc.).

Electronique et libre d'accès

Editeurs en chef Yvon Maday Denis Talay

Comité éditorial

Francois Baccelli
John Ball
Guy Bouchitte
Alexandre Chorin
Stéphane Cordier
Felipe Cucker
Ivar Ekeland
Claude Le Bris
Pierre-Louis Lions
Sylvie Méléard
George Papanicolaou
Olivier Pironneau
Alfio Quarteroni
Simon Tavaré
Thaleia Zariphopoulou

site web: http://msia.cedram.org/

Publié par la SMAI avec le concours du CEDRAM (Centre de Diffusion de Revues Académiques Mathématiques (http://www.cedram.org/): service de la Cellule MathDoc UMS 5638 CNRS/Université Joseph Fourier)









POPULARISER, VULGARISER, DIFFUSER, COMMUNIQUER, DIVULGUER, EXPLIQUER, TRANSMETTRE ETC.



Populariser, vulgariser, diffuser, communiquer, divulguer, expliquer, transmettre

Populariser, vulgariser, diffuser, communiquer, divulguer, expliquer, transmettre etc.

par Étienne Ghys

Des mots proches, avec des connotations différentes

La vulgarisation est souvent perçue de manière péjorative par les mathématiciens. La communication fait penser quant à elle une profession précise, celle des « chargés de comm » ... qui n'est pas la nôtre. J'aime bien le mot popularisation. Il évoque pour moi le cours public d'Astronomie populaire que François Arago enseigna chaque semaine entre 1813 et 1846 et qui remporta un immense succès. Un amphithéâtre de 800 places, « spacieux, élégant et commode », fut d'ailleurs construit spécialement pour ce cours à l'Observatoire de Paris. Urbain Le Verrier, succédant à Arago, transforma l'Observatoire en un véritable laboratoire de recherche, structuré et hiérarchisé. Sa première décision fut de faire détruire l'amphithéâtre car il pensait que le travail des chercheurs n'avait rien à voir avec la « Science populaire ». La question était posée : les chercheurs ont-ils la responsabilité de transmettre leurs connaissances à l'extérieur de la communauté scientifique, ou bien faut-il confier cette mission à des spécialistes de la communication? Aujourd'hui, si l'on se fie aux textes officiels de référence, la réponse semble claire. Voici par exemple ce qu'on trouve dans toutes les conventions quadriennales entre le CNRS et les laboratoires :

« Diffusion de la culture scientifique et technique.

Conscients de l'importance de la reconnaissance de la recherche par la société et pour favoriser l'attractivité des études scientifiques, creuset des développements futurs des sciences et de la compétitivité technologique, le CNRS et l'XX, qui ont une responsabilité particulière – notamment compte tenu de leur rayonnement – sur les rapports entre la Science et la Société, associeront leurs efforts pour promouvoir des actions de diffusion de la culture scientifique et technique. Ces actions viseront en particulier les publics jeunes, de l'école primaire au lycée, afin de lutter très en amont contre la désaffection pour les études scientifiques. Des manifestations à destination du grand public, tant de la ville que de l'ensemble de la région, seront montées sous formes









de cycles de conférences, de débats et d'expositions par le CNRS et l'Université, en s'appuyant en particulier sur la mission scientifique et technique de celle-ci dont l'expérience en la matière est reconnue.»

Il est vrai que certains mathématiciens participent en effet à ces activités de diffusion. Des progrès significatifs ont été accomplis depuis quelques années. On peut citer bien sûr les actions de plus en plus nombreuses des sociétés savantes, celles de *Cap'Maths*, ou les fêtes de la science. Il faut aussi citer le travail important de Cédric Villani grâce auquel beaucoup de nos concitoyens ont tout simplement découvert l'existence des mathématiciens [4]!

Il faut reconnaître cependant qu'il reste beaucoup à faire. Souvent, cette mission de l'enseignant-chercheur dépend du volontariat et du bénévolat. Les décharges de services sont extrêmement rares et les quelques lignes qu'on consacre à la diffusion dans les CV et les rapports d'activité ne sont pas vraiment prises au sérieux. Les activités de popularisation ne sont par exemple presque jamais prises en compte lors des candidatures à une promotion. Le point de vue de Le Verrier l'emporte encore sur celui d'Arago... Dans le contexte actuel, cette attitude est à mon avis dangereuse pour l'avenir de notre profession. D'un point de vue pragmatique, nous avons besoin d'étudiants et les effectifs baissent inexorablement. Nous devons convaincre les jeunes que le métier de mathématicien est intéressant. Et puis, comme le rappelait Michelle Schatzman en 2010, nous devons justifier notre travail auprès de ceux qui nous payent, c'est-à -dire les contribuables [3]. Enfin – et peut-être surtout – il est important de montrer que les maths sont belles et utiles.

L'exemple de « Images des Mathématiques »

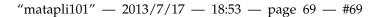
http://images.math.cnrs.fr

La revue en ligne *Images des Mathématiques* (IdM) a pour but de présenter la recherche mathématique – en particulier française – et le métier de mathématicien, à l'extérieur de la communauté scientifique. Tous les articles sont écrits par des chercheurs et nous ne faisons pas appel à des journalistes. On espère montrer les aspects mathématiques de la recherche contemporaine mais aussi ses aspects historiques, culturels et sociologiques.

Le site est hébergé par le CNRS et il est l'héritier d'une revue (papier) du même nom qui publiait des articles de divulgation, écrits par des chercheurs mais destinés à d'autres chercheurs de disciplines voisines. Il ne s'agit donc que d'un héritage lointain puisque le but est maintenant radicalement différent.

Le site a été inauguré en janvier 2009. Depuis quatre ans, on compte environ 1500









contributions, dont environ une moitié de « billets » et une autre moitié d'articles originaux. En avril 2013, IdM a reçu 104 000 « visiteurs uniques ».

IdM est piloté par un comité de rédaction comprenant actuellement 23 personnes¹. Il est divisé en une quinzaine de rubriques qui sont essentiellement indépendantes. Chacune d'entre elles fonctionne grâce au travail d'un sous-comité dont la taille est variable; il s'agit de susciter des articles et de superviser leur rédaction. Trois nouvelles rubriques viennent de s'associer au projet, en lien avec l'*Institut Henri Poincaré*.

Les internautes qui le souhaitent peuvent être « relecteurs ». La base de données en contient actuellement plusieurs centaines qui ne sont pas toujours des mathématiciens. Il peut s'agir d'amateurs par exemple, sans culture mathématique approfondie : ce sont nos lecteurs. Chaque texte soumis est alors envoyé à sept ou huit relecteurs qui peuvent ainsi déposer des commentaires destinés à l'auteur. Ces commentaires ne sont accessibles qu'à l'auteur, aux autres relecteurs, et aux membres du comité de rédaction qui sont en charge du projet. Pendant cette période de relecture, qui dure entre un et trois mois, l'auteur est donc invité à améliorer son texte. L'article peut ensuite être publié.

La rubrique « Billets » joue un rôle particulier. Un certain nombre de mathématiciens ont accepté de jouer le rôle de billettiste et se proposent d'écrire des textes de manière plus régulière. Il ne s'agit pas d'articles au sens propre : ces auteurs ont carte blanche pour exprimer des opinions les plus diverses. Les billets ne passent pas par le processus de relecture et sont publiés rapidement. Un système souple permet cependant une vérification rapide (mise en page, orthographe, etc.) par une petite équipe.

Le site est hébergé par le réseau « Mathrice » du CNRS. Audimath² est un réseau créé par l'INSMI et destiné à apporter un soutien aux activités de diffusion des mathématiques. Le budget (très modeste) attribué par l'INSMI à IdM via Audimath permet de couvrir les principales dépenses de la revue.

Lors de la réunion des nouveaux entrants, organisée par le CNRS à l'IHP en janvier dernier, nous avons distribué 200 copies d'une présentation de IdM contenant un appel aux jeunes : « Nous avons besoin de vous! ». Nous avons en effet grand besoin d'auteurs, de collaborateurs, de billettistes etc.

Nous n'avons reçu aucune réponse ©

Ce n'est que partie remise et je suis sûr que de nombreux lecteurs de *Matapli* proposeront leurs services ©

Écrivez-vous!



¹http://images.math.cnrs.fr/Notre-equipe.html

²http://audimath.math.cnrs.fr/





Dans le même esprit l'INRIA publie *Interstices*³ : une revue remarquable consacrée à l'informatique.

Dans un style assez différent, *CultureMATH*⁴ est un site d'accompagnement pour les enseignants du secondaire.

*Plus Magazine*⁵ est une partie du projet Millenium de l'Université de Cambridge. Il est entre les mains de journalistes scientifiques et son budget n'a rien de comparable avec celui IdM.

On pourrait aussi citer la revue canadienne $Accrom\alpha th^6$ et bien d'autres sites ou blogs mathématiques.

Le problème des publics

L'une des difficultés majeures qui se présentent est celle des publics. Nous avons tous une tendance naturelle à penser que le complémentaire de l'ensemble des mathématiciens s'appelle « Le Grand Public » et qu'il s'agit d'une masse homogène! Il va de soi que la réalité est bien plus subtile et qu'on ne doit pas parler de mathématiques de la même manière à un élève de l'école primaire, à un lycéen, à ses parents, ou à un physicien. Cette adaptation à des publics variés requiert un apprentissage qui n'est pas facile. Par exemple, les articles de IdM sont publiés sous une couleur, à l'image des pistes de ski, allant de la piste verte au hors-piste, en passant par le bleu, le rouge et le noir. La piste verte est en principe accessible à tous, sans aucun bagage mathématique, mais cela ne signifie en fait pas grand-chose. En pratique, l'expérience montre que nous avons les plus grandes difficultés à trouver des auteurs de « vraies » pistes vertes. Il est vraiment très difficile d'écrire des articles faciles!

L'entraînement à la rédaction d'articles adaptés à divers publics pourrait faire l'objet d'une formation particulière de nos étudiants. Je recommande la lecture de l'article de László Lovász intitulé « Trends of Mathematics. How they could Change Education? »[1]. En voici un extrait :

« A larger structure is never just a scaled-up version of the smaller. In larger and more complex animals an increasingly large fraction of the body is devoted to "overhead": the transportation of material and the coordination of the function of various parts. In larger and more complex societies an increasingly large fraction of the resources is devoted to non-productive activities like transportation information processing, education or recreation. We have to realize and accept that a



³http://interstices.info

⁴http://www.math.ens.fr/culturemath

⁵http://plus.maths.org

⁶http://accromath.uqam.ca





larger and larger part of our mathematical activity will be devoted to communication.

[...]

Another question raised by the increasing complexity of the world of mathematics is whether exposition style mathematics has any place in education. One aspect of this is teaching students to explain mathematics to "outsiders", teaching them how to summarize results without getting lost in the details. This is not easy to do, but to teach such skills would be very useful indeed. »

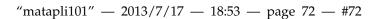
Parmi les nombreux publics avec lesquels nous devrions apprendre à communiquer, il ne faut pas oublier le plus proche : celui de nos collègues mathématiciens travaillant dans leurs petits prés carrés, pas très loin du nôtre. Plus que jamais, nous avons besoin de bons articles de survey, de bons exposés de colloquium, de colloques généralistes etc. Écrire et parler dans tant de registres différents n'est pas facile. C'est pourtant un défi important si nous voulons préserver l'unité des mathématiques dont nous sommes fiers, à juste titre.

Les plus grands ont réussi à relever ce défi. Henri Poincaré en donne une parfaite illustration. Pendant presque toute sa carrière, Poincaré réussissait à écrire pour tous les publics, qu'il s'agisse des spécialistes, des élèves des écoles primaires, des philosophes, ou des astronomes par exemple. Un article de Laurent Rollet [2] montre à quel point tous ces niveaux d'expression sont intriqués dans l'œuvre de Poincaré. Il est certes difficile d'imiter Poincaré mais on peut essayer de s'en inspirer!

Étienne Ghys UMPA UMR 5669 CNRS ÉNS de Lyon etienne.ghys@ens-lyon.fr











Bibliographie

- [1] László Lovász, Trends of Mathematics. How they could Change Education? http://bolyai.cs.elte.hu/lovasz/lisbon.pdf
- [2] Laurent Rollet, Henri Poincaré: vulgarisation scientifique et philosophie des sciences. Philosophia Scientiæ 1(1): 125-153 (1996).
- [3] Michelle Schatzman, Je m'appelle Michelle Schatzman... Images des Mathématiques, CNRS, 2010.

```
http://images.math.cnrs.fr/Je-m-appelle-Michelle-Schatzman.html
```

[4] Cédric Villani, De la Mathémédiatique, Images des Mathématiques, CNRS, 2012.

http ://images.math.cnrs.fr/De-la-Mathemediatique.html; Gazette des Mathématiciens - 133, Juillet 2012









Comptes rendus de manifestations

Comptes rendus de manifestations

COMPTE RENDU DU COLLOQUE MFI 2012 6 AU 8 JUIN 2012 AUX ÉCOLES DE SAINT-CYR COËTQUIDAN

Ce colloque "Mathématiques et Formation des Ingénieurs" s'est déroulé du 6 au 8 juin 2012 aux Écoles de Saint-Cyr Coëtquidan. Il constituait le cinquième de la série (Nantes 1996, Nantes 1997, Nantes 2003, Lannion 2007) et avait, comme les précédents, reçu le patronnage de la SMAI et de la SMF. Le public visé était essentiellement celui des enseignants des écoles d'ingénieurs. Il s'agissait de montrer que les mathématiques actuelles ont toute leur place dans les cursus de formation des ingénieurs. À cette fin, divers orateurs avaient été invités qui ont présenté à un public non nécessairement spécialiste de leur domaine certains aspects des mathématiques qu'ils développent, la plupart du temps en relation avec des applications aux sciences de l'ingénieur. Ce compte rendu a pour objectif de donner une idée du contenu du colloque.

Un temps (sans doute insuffisant tant les questions étaient nombreuses) avait été réservé durant ces trois jours pour permettre aux participants de débattre des questions soulevées et des moyens de faire face aux problèmes de l'enseignement des mathématiques dans les filières de formation des ingénieurs. Nous avions aussi parmi nous un représentant de la CTI (Commission des Titres d'Ingénieur), Manuel Samuelidès, bien connu aussi comme mathématicien et qui représentait la Commission dans une table ronde à la fin du colloque. Nous avions tenu de même à associer des enseignants de classes préparatoires.

La description qui suit des diverses interventions des orateurs doit beaucoup aux notes que nous a aimablement confiées Pierre Pansu.

Jean-Daniel Boissonnat (INRIA, Sophia-Antipolis) est intervenu sur les aspects algorithmiques de la triangulation des variétés. Il a présenté des travaux qui intéressent ingénieurs, mathématiciens et informaticiens. Les applications de ces méthodes sont nombreuses et touchent à des aspects très variés (visualisation, aspects graphiques en informatique, mais aussi modélisation géométrique dans des domaines aussi différents que la médecine ou la géologie). Si les algorithmes présentés sont au cœur de la recherche actuelle, les mathématiques utilisées ont connu des développements tout au long du vingtième siècle.









Comptes rendus de manifestation

La présentation de Claude Berrou (Télécom Bretagne) était intitulée "Les petites mathématiques du cerveau". Il nous a brillamment entretenu de questions liant la théorie de l'information et la biologie. En particulier, il nous a exposé des idées qu'il développe en ce moment (faisant l'objet d'un ouvrage récent) reliant le fonctionnement des neurones et des questions combinatoires de théorie des graphes. Gilles Dowek (INRIA, Paris) a demandé "De quels outils mathématiques a-t-on besoin en informatique ?" Il a tracé un panorama des besoins mathématiques de l'informatique assez inhabituel pour beaucoup de mathématiciens accoutumés à voir surtout dans l'analyse mathématique les domaines susceptibles d'applications dans notre discipline.

Valérie Perrier (ENSIMAG, Grenoble) nous a fait une présentation passionnante de la théorie des ondelettes. Elle a retracé l'épopée d'un théorie née dans les années 1980. Les mathématiques des ondelettes ont été étudiées en détail dans la décennie 1990 pour aboutir à la célébrité dans les années 2000 avec la norme JPEG de compression d'images. On travaille aujourd'hui dans la perspective d'utiliser les ondelettes en simulation numérique, ce qui est loin d'être achevé.

Pierre Pansu avait intitulé sa communication "Élections, inimitiés: deux aspects de l'informatique théorique". Il s'agissait de répondre à des questions en apparence concrètes (agréger des votes pour désigner un élu dans un cas, faire un plan de table dans un autre) mais qui se posent en fait sous une autre forme dans des contextes d'informatique théorique. L'aspect théorie des graphes est fortement présent. Des résultats de moins de dix ans ont été présentés dont les preuves font appel à des disciplines mathématiques aussi différentes que l'algèbre linéaire, la théorie des groupes finis, le calcul des probabilités, l'analyse et la géométrie.

Les organisateurs ont toujours voulu dans ces conférences accorder une place à des questions philosophiques ou historiques. Ils avaient invité Bruno Belhoste qui nous a entretenus sur le thème des mathématiques "un outil de sélection et de formation pour les ingénieurs et officiers en France entre 1750 et 1850". Le cadre des écoles de Coëtquidan était particulièrement indiqué pour cette intervention et des membres de cette institution se sont joints aux participants à la conférence pour cet exposé. Il a été évidemment question de deux armes des forces terrestres historiquement très connotées scientifiquement : l'artillerie et le génie. La place de l'École Polytechnique a été mise en relief. Des noms comme ceux de Monge ou Bézout ont été mis dans le contexte de leur vie scientifique.

Daniel Perrin est intervenu sur l'un de ses thèmes de prédilection "La géométrie pourquoi et comment?". Il a su nous illustrer l'importance de cette discipline. Le risque de voir sa place relativisée dans notre système d'enseignement a été mis en relief. Le caractère formateur irremplaçable de la géométrie et sa place dans les sciences ont été fortement soulignés. Ajoutons que la présence d'aspects géo-







Comptes rendus de manifestations

métriques divers dans plusieurs interventions de ce colloque viennent renforcer ces propos.

La table ronde avec Daniel Jakubowicz et Laurent Bernis s'est centrée sur les difficultés actuelles de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement supérieur scientifique, en particulier dans les classes préparatoires. L'enseignement des mathématiques dans la spécialité scientifique du secondaire a beaucoup évolué ces vingt dernières années dans le sens d'une diminution considérable du temps consacré à cet apprentissage, donc du contenu. Les classes préparatoires ont suivi, de manière caricaturale dans certaines spécialités comme la filière PC. Les projets d'évolution des programmes de mathématiques en classes préparatoires, et dans ce contexte l'introduction du calcul des probabilités et une quasidisparition de la géométrie, ont retenu l'attention des participants. Les points de vue varient beaucoup sur ce dernier sujet.

Lalaonirina Rakotomanana consacra sa présentation à "Une Approche géométrique de la mécanique des matériaux à gradient". Cette intervention venait souligner l'importance des mathématiques dans la mécanique et nous montra que le contexte actuel des domaines comme les micro ou nanotechnologies exige des outils mathématiques toujours plus performants pour que les projets deviennent réalité.

Le dernier exposé scientifique du colloque fut celui de Laurent Decreusefond. Il nous présenta des applications, souvent inattendues, de la topologie algébrique à des réseaux de capteurs. Ces derniers sont omniprésents et le seront de plus en plus dans tous les aspects de notre vie quotidienne. Leurs interconnexions posent des questions scientifiques difficiles à résoudre. L'orateur nous en montra un aspect à partir de travaux qu'il a réalisés en encadrant un doctorant après avoir lu un article sur le sujet dans une publication de la Société Mathématique Américaine en 2007.

La table ronde qui fut organisée ensuite sous la présidence de Manuel Samuelidès fut surtout l'occasion de revenir sur les travaux du groupe de travail sur les mathématiques qui réunit depuis plusieurs années des représentants de la CTI, de la SMF, de la SMAI et de la SFDS.

Le colloque fut clôturé par les interventions de Monsieur Alexandre Steyer, Recteur de l'académie de Rennes, qui insista sur l'importance de la rencontre de chercheurs dans la formation des lycéens et par le Général Éric Bonnemaison, Commandant des écoles de Saint-Cyr Coëtquidan, qui invita à associer *jubilation intellectuelle* et action.

Une partie des transparents utilisés par les conférenciers est consultable à l'adresse :

http://tinyurl.com/bx6ekx8

ou en plus long



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$





Comptes rendus de manifestation

http://www.infres.enst.fr/wp/mathecoleinge/2013/02/24/colloque-mfi-2012-saint-cyr-coetquidan/

Guy Chassé

Écoles de Saint-Cyr Coëtquidan

guy.chasse@st-cyr.terre-net.defense.gouv.fr

Laurent Decreusefond

Télécom ParisTech

Laurent.Decreusefond@telecom-paristech.fr

Erwan L'Haridon

Écoles de Saint-Cyr Coëtquidan

erwan.lharidon@st-cyr.terre-net.defense.gouv.fr

Pierre Loidreau

Direction Générale de l'Armement et Université de Rennes

pierre.loidreau@univ-rennes1.fr

Patrice Struillou

ENSSAT Lannion

patrice.struillou@enssat.fr

COMPTE-RENDU DE LA 17ÈME RENCONTRE MATHS-INDUSTRIE "FIABILITÉ ET SÛRETÉ DE FONCTIONNEMENT", BORDEAUX, 8 AVRIL 2013

http://smai.emath.fr/congres/journees/FIAB2013/

La 17ème Rencontre Maths-Industrie a eu lieu le 8 avril 2013, au Centre de Recherche INRIA Bordeaux - Sud-Ouest sur le thème "Fiabilité et sûreté de fonctionnement", réunissant une cinquantaine d'académiques et d'industriels. Cette rencontre a été organisée par Benoîte de Saporta et Anne Gégout-Petit (INRIA Bordeaux - Sud-Ouest, équipe CQFD, et Université de Bordeaux) et par Christian Paroissin (Université de Pau et des Pays de l'Adour), en partenariat avec la SMAI¹, la SFdS et l'AMIES.

Cette rencontre a été l'occasion de faire dialoguer universitaires d'une part et industriels d'autre part, sur des problèmes ouverts exposés par ces derniers et relatifs à la fiabilité et à la sûreté de fonctionnement. Quatre intervenants ont chacun présenté un problème pour lequel des techniques/outils probabilistes ou statistiques peuvent contribuer à des solutions à valeur à la fois pour l'entreprise et pour la recherche. Chaque présentation a donné lieu à une discussion avec le public sur les solutions innovantes qui pourraient permettre de les résoudre.



 $^{^1\}mathrm{Un}$ merci au groupe MAS pour le soutien, en particulier financier





Comptes rendus de manifestations

- 1. Frédéric Deschamps est venu présenter un problème du groupe LGM : les cartes électroniques sont très fiables et ont une durée de vie relativement longue mais peuvent tomber en panne. Comment savoir combien de cartes électroniques sont nécessaires pour une mission de longue durée?
- 2. Andrea Giovannini a exposé un problème d'Airbus sur l'optimisation de maintenance liée à l'eau présente dans les réservoirs des avions : grâce aux nouveaux capteurs en cours de développement, comment optimiser les opérations de maintenance (les éloigner autant que possible car elles sont coûteuses et parfois complexes), sans perdre en sécurité?
- 3. Benoît Guyot de la SNCF a proposé un problème sur la prévision de durée de vie des actifs des voix ferrées alors que les données disponibles sont très hétérogènes à l'échelle nationale.
- 4. Sébastien Travadel de la société Safety Line (start-up spécialisée dans les solutions pour la gestion de la sécurité aérienne) a soumis un problème concernant les boîtes noires des avions : comment identifier les informations utiles et traduire cette information de façon simple (pour pouvoir être utilisées par le pilote) parmi les milliers de données disponibles?

Il faut rappeler que le format de ces journées est assez original : c'est assez rare de réunir industriels et académiques sur ce mode de discussion. Mais l'ambiance a été vraiment à la réflexion collective et cela a permis d'esquisser des débuts de pistes pour chaque problème, de voir les collaborations qui pourraient naître, etc. C'est enrichissant pour les industriels qui viennent chercher des solutions mais également pour les universitaires qui eux viennent chercher des problèmes afin de faire avancer la recherche! Une telle rencontre permet donc de tisser des liens entre industrie et recherche et il est fort à parier qu'en naîtront de futures collaborations. Face au succès de la rencontre et à l'enthousiasme des participants, une nouvelle rencontre sur le même thème pourrait avoir lieu dans les années à venir.

Communiqué par C. Paroissin (Univ. de Pau)









Centre d'été de mathématiques et de recherche avancée en calcul scientifique

CIRM, Marseille, France July 22th - August 30th, 2013







Modelling and simulation of complex systems: stochastic and deterministic approaches

Summer school Lectures (July 22th - 26th)

Albert Cohen (Université Pierre et Marie Curie): Nonlinear approximation for high-dimensional problems

Josselin Garnier (Université Paris Diderot): Rare events: models and simulations

Gabriel Lord (Heriot-Watt University): Stochastic Partial Differential Equations

Félix Otto (MPI Leipzig) : Stochastic homogenization and random materials

Gilles Pagès (Université Pierre et Marie Curie): Quantification and quasi Monte Carlo methods

A special session in the framework of the special year for the Mathematics of Planet Earth will be organized.

Research session (July 29th - August 30th)





Organizers:

- Nicolas Champagnat (Inria Nancy) Tony Lelièvre (Ecole des Ponts et
- Inria Rocquencourt)

 Anthony Nouy (Ecole Centrale de Nantes)

Informations and registration:

cemracs13@smai.emath.fr http://smai.emath.fr/cemracs/cemracs13/

































Big Data Cherche Mathématiques

par Stéphane Mallat, École Normale Supérieure

1 Introduction

L'importance des problèmes de big data est maintenant un sujet tarte à la crème, et pourtant, au-delà des statisticiens, peu de mathématiciens y ont goûté. Les enjeux sociétaux, industriels et scientifiques sont considérables, avec un besoin criant de mathématiques. On a beaucoup dit que le XXIème siècle serait celui du cerveau, mais le traitement des masses de données jouera aussi un rôle important, et ces deux domaines se rejoindront peut être.

Rappelons que la production de données numériques double tous les 3 ans depuis 1980, et a atteint le chiffre astronomique de $2\,10^{18}$ octets par jour. Ces données se trouvent au coeur de la plupart des industries et services. Cela ne concerne pas seulement Google, Amazon ou Facebook, mais aussi les industries pharmaceutiques, pétrolières, les assurances, banques, les télécommunications, le monde médical, le marketing... La recherche est aussi affectée, en bioinformatique, astronomie, géophysique, métérologie, physique des hautes énergies, neuro-sciences, vision par ordinateur, reconnaissance de signaux, sciences sociales... Ces enjeux ont motivé le lancement d'une "Big Data Initiative", qui finance de nombreux projets de recherche aux Etats-Unis, et l'Europe en fera probablement une priorité à l'horizon 2020.

Beaucoup de problèmes de big data sont technologiques et informatiques : organiser des bases de données inhomogènes, faire du calcul distribué, visualiser et sécuriser les données. Cependant, un des goulots d'étranglement est la capacité d'exploitation et d'analyse automatique de ces masses de données. Cela pose des problèmes mathématiques profonds, souvent liés à la malédiction de la très grande dimension.

Ces dernières années, l'algorithmique a fait des progrès importants, grâce aux grandes bases de données d'apprentissage et à de nouvelles approches non-linéaires parfois déroutantes. Cependant, la multiplication des algorithmes avec leurs variantes exotiques, a transformé ce domaine en une jungle épaisse. L'éclairage des mathématiques est devenu d'autant plus nécessaire. Pour l'instant, les statistiques et l'optimisation sont les seuls domaines mathématiques qui se sont adaptés avec succès. Pourtant ce ne sont pas les seuls concernés, loin de là. L'analyse, les probabilités, la géométrie, la topologie, la théorie des groupes









ont beaucoup à apporter. Je n'essaierai pas de donner une couverture exhaustive des problèmes, mais plutôt un éclairage biaisé par mon expérience.

2 La malédiction de la dimensionalité

Un ensemble de données numériques, que ce soit une image, des mesures biochimiques ou des données marketing, peut être représenté par un vecteur $x \in \mathbb{R}^d$, où d est souvent supérieur à 10^6 .

La malédiction de la dimensionalité rend très difficile la comparaison, la détection ou la classification de ces données. Elle vient du fait que le volume est une fonction exponentielle de la dimension. En dimension 1, avec 100 points, on échantillonne un segment de taille 1 avec des intervalles de 10^{-2} . Dans un espace de dimension 10, il faudrait 10^{20} points pour échantillonner un cube de largeur 1 avec des points dont la distance est 10^{-2} . En dimension d il en faut 10^{2d} , autrement dit un nombre inimaginable pour $d=10^6$.

La taille monstrueuse d'un espace de grande dimension se voit en comparant le volume d'un cube de largeur 2r, soit $(2r)^d$, et le volume de l'hypersphère de rayon r inscrite dans ce cube, soit $2r^d\pi^{d/2}d^{-1}\Gamma(d/2)^{-1}$. Le rapport des deux volumes est $\pi^{d/2}d^{-1}2^{1-d}\Gamma(d/2)^{-1}$. Il tend exponentiellement vers 0 quand d augmente. Cela veut dire que l'essentiel du volume du cube est loin de son centre, et se concentre dans les coins, ce qui est totalement contre-intuitif.

À cause de cette malédiction, la distance euclidienne perd sa capacité de discrimination. Étant donnée une distribution de p points dans l'espace, le rapport entre la distance maximum et la distance minimum de ces points, $\max_{i\neq j}||x_i-x_j||/\min_{i\neq j}||x_i-x_j||$, tend vers 1 quand la dimension d augmente [6].

3 Le far-west

Les algorithmiciens et traiteurs de signaux ont relevé les défis posés par le fléau de la dimensionalité, avec de nombreux succès récents. Ce qui a changé, ce sont les capacités de mémoire et de calcul des ordinateurs, et les ordres de grandeurs des bases de données. Le recherche autour des big data est devenue un far-west expérimental, extraordinairement riche et créatif. Un monde où s'armer d'un gros ordinateur pour implémenter une belle idée est souvent plus efficace que de manipuler des concepts mathématiques élaborés. Passer par cette étape était sans doute nécessaire pour débroussailler ce nouveau domaine. Des solutions suprenantes sont apparues, prenant à contre-pied beaucoup d'intuitions mathématiques "raisonnables".







Les réseaux de neurones sont un exemple d'architecture algorithmique, longtemps décriée par la communauté scientifique bien pensante, dont je faisais partie. Leur efficacité est maintenant indiscutable, pour résoudre des problèmes en très grande dimension. Un neurone computationnel prend en entrée le long de ses "synapses" des variables $(a_i)_{1 \le i \le j}$ qui sont les sorties d'autres neurones. Il calcule en sortie une valeur $\rho(\sum_i w_i a_i)$ où les w_i sont des poids qui sont appris à partir des données d'entrainement. La fonction $\rho(u)$ peut être une sigmoïde, une valeur absolue, un seuillage ou d'autres fonctions non-linéaires. L'art un peu mystérieux de ces réseaux de neurones consiste à organiser l'architecture d'un tel réseau, choisir les non-linéarités, et définir un algorithme d'apprentissage qui optimise les paramètres w_i de chaque neurone. Il existe de nombreuses approches et architectures différentes [6] Récemment, les réseaux de neurones profonds ont obtenu des succès remarquables, pour la reconnaissance d'images sur des bases de données de plus de 10^7 images avec 10^4 classes différentes, mais aussi pour la reconnaissance de la parole et le traitement de données biomédicales [2, 8]. Derrière la grande diversité des algorithmes développés, avec ou sans réseaux de neurones, quelques principes généraux ont émergé.

Mémoriser beaucoup d'informations et de paramètres apparaît comme nécessaire pour résoudre des problèmes de classification en grande dimension. Certain réseaux de neurones ont plus de 10 millions de paramètres [7], ce qui reste tout petit à côté du nombre de neurones et de synapses du cerveau, qui est 10^6 fois plus grand. En permanence, on mémorise inconsciemment une proportion importante des sons et des images auxquelles on prête attention. Les avancées récentes des traducteurs automatiques montrent qu'il est souvent plus efficace de stocker des exemples, avec des algorithmes d'indexation basés sur des modèles statistiques simples, plutôt que d'effectuer des analyses syntaxiques fines avec des représentations sémantiques complexes, comme cela s'est fait pendant longtemps.

La parcimonie est un autre principe important pour l'apprentissage de structures. Tout comme le rasoir d'Occam utilisé en recherche scientifique, parmi l'ensemble des possibles, il s'agit de trouver un nombre minimum de paramètres pour expliquer la variabilité des données, en vue d'une tâche particulière. Cela permet d'apprendre avec relativement peu de données d'entraînement. Dans un réseau de neurones, cela veut dire qu'une faible proportion des neurones vont être activés par une entrée particulière. Cette parcimonie est aussi observée dans le cerveau

La malédiction de la dimensionalité vient de la variabilité considérable des données. Réduire cette variabilité passe par la construction d'invariants. Cependant, ces sources de variabilité étant multiples et complexes, l'élaboration de ces invariants et leur organisation deviennent compliquées. Une approche est de cascader









des opérateurs contractants, afin d'obtenir des paramètres qui représentent des structures de plus en plus spécialisées, et de plus en plus invariantes [2, 4, 10]. L'analogie est parfois faite avec les "neurones grand-mères" en neurophysiologie de la perception [7]. De tels groupes de neurones semblent très spécialisés et invariants. Ils peuvent par exemple répondre à l'image d'une personne en particulier, quels que soit l'environement, la position ou l'expression du visage.

4 Représenter pour classifier

Les problèmes d'analyse de données sont du ressort des statistiques, mais pas seulement. La nécessité de construire des représentations adaptées aux grandes dimensions pose des problèmes mathématiques allant bien au-delà des statistiques.

Considérons un problème de classification. On veut classifier des données $x \in \mathbb{R}^d$ parmi K classes, qui sont des sous-ensembles $\{C_k\}_{1 \leq k \leq K}$ disjoints de \mathbb{R}^d . Si x est une image, ces classes peuvent correspondre à des chaises, des animaux, des visages, des fleurs, des paysages...

En termes probabilistes, on peut définir la distribution de probabilité $p_k(x)$ de chaque classe dans \mathbb{R}^d , dont le support est dans C_k . Le classificateur Bayésien optimal associe à chaque observation x la classe C_k qui maximise $p_k(x)$. Le problème est que l'on ne connaît pas les distributions $p_k(x)$. Par contre, on a des exemples labélisés $\{(x_i,y_i)\}_{i\leq n}$, où $y_i=k$ si $x_i\in C_k$. L'algorithme des plus proches voisins est une implémentation empirique du classificateur de Bayes, à partir de ces exemples. Il associe à x la classe C_k pour laquelle il y a le plus grand nombre de voisins x_i qui appartiennent à C_k parmi les K plus proches. Cela revient à faire une estimation de chaque $p_k(x)$ par un moyennage empirique au voisinage de x, et de choisir le plus grand.

Cependant, l'estimation empirique des distributions $p_k(x)$ se heurte au fléau de la dimensionnalité. Le plus souvent, on a moins de 10^3 exemples labélisés par classe. Or, pour contrôler l'erreur, il faudrait un nombre d'exemples exponentiel en la dimension d [6], à moins que les données n'appartiennent à un sous-espace de basse dimension. D'une facon générale toutes les méthodes de calculs locaux dans \mathbb{R}^d sont inopérantes, sauf si les données sont dans un ensemble régulier de basse dimension, ce qui est hélas rarement le cas. Pourtant, si nos ancêtres avaient eu besoin de renconter 10^{10} mammouths pour en reconnaître un, ils auraient eu peu de chance de survivre. De fait, les expériences psychophysiques montrent que quelques images sont suffisantes pour apprendre à reconnaitre un animal en quasiment toutes circonstances.

L'apprentissage non-supervisé permet de résoudre cette apparente contradiction.







On utilise des exemples non-labélisés $\{x_i\}_i$, n'incluant par forcément des exemples de la classe que l'on veut apprendre, mais d'autres qui ont des caractéristiques similaires [8, 3]. Des millions d'images ou de sons non-labélisés sont ainsi diponibles sur Internet, il existe aussi beaucoup d'archives d'examens médicaux sans diagnostic, d'enregistrements sismiques sans analyse géophysique, et ainsi de suite. Le problème est de "synthétiser" cette information afin de se préparer à un nouveau problème de reconnaissance avec peu d'exemples labélisés.

Pour apprendre avec peu d'exemples, il faut contourner la malédiction de la dimensionalité, ce qui est possible avec un classificateur global linéaire. Cela consiste à séparer deux classes C_k et $C_{k'}$ avec un hyperplan. Cependant, deux classes compliquées sont rarement séparées par un hyperplan. L'idée est donc d'optimiser une représentation $\Phi x \in \mathbb{R}^{d'}$, pour qu'une telle séparation linéaire génère une faible erreur. La difficulté de la classification est donc reportée sur le choix de Φ . Il s'agit de comprendre comment construire un opérateur Φ , qui agrège des informations "générales" sur les structures du monde, à partir d'exemples non labélisés, et permet de quasiment séparer linéairement des classes que l'on ne connaît pas à l'avance.

Avant de considérer cette question très difficile, revenons au classificateur linéaire. Si w est un vecteur orthogonal à l'hyperplan séparateur, alors le classificateur définit un seuil $b \in \mathbb{R}$ et associé à x la classe

$$\hat{y}(x) = \begin{cases} k & \text{si } \langle \Phi x, w \rangle \ge b \\ k' & \text{si } \langle \Phi x, w \rangle < b \end{cases} (1)$$

On peut voir Φx comme un vecteur de d' caractéristiques de x. Le choix de $w \in \mathbb{R}^{d'}$ optimise un "vote" qui agrège linéairement ces indicateurs pour prendre une décision :

$$\langle \Phi x, w \rangle = \sum_{j=1}^{d'} \Phi x(j) w(j) .$$

Différentes approches comme les Support Vector Machines optimisent w et b en minimisant les taux d'erreurs sur les exemples d'entraînement, tout en régularisant l'estimation avec une pénalisation convexe [6].

On pourrait imaginer que ce problème est simple, car il existe toujours un hyperplan qui sépare les n exemples d'entraînement Φx_i s'ils sont linéairement indépendants en dimension $d' \geq n$. Il suffit donc que la dimension d' soit suffisamment grande. Cependant, cette erreur nulle à l'entrainement ne se généralise pas, au sens où l'erreur de classification sera importante sur d'autres exemples. Cela vient du fait que la complexité de la classification, mesurée par la dimension de Vapnick-Chernovenkis [6], augmente avec d'. L'optimisation de la représentation $\Phi x \in \mathbb{R}^{d'}$ est donc un problème complexe, au coeur de la classification.









5 Réduction de dimensionalité

Certes, x appartient à un espace de grande dimension \mathbb{R}^d , mais on peut espérer pouvoir résoudre un problème de classification en approximant x sur un ensemble de basse dimension d', ce qui permetrait de contourner la malédiction. Il existe diverses approches pour effectuer cette réduction de dimensionalité, qui utilisent de beaux résultats à l'interface de l'analyse harmonique, de la géométrie et des probabilités. Hélas, ces hypothèses de faible dimension sont rarement satisfaites. Il faut bien le comprendre pour ne pas sous-estimer les problèmes mathématiques de la grande dimension.

Supposons que x appartienne à une variété régulière de basse dimension d'. L'estimation d'une variété est basée sur des calculs de distances locales [1]. Ces distance ne sont significatives qu'en dimension d' typiquement plus petite que 10, à cause du fléau de la dimensionalité. On peut alors calculer les coordonnées intrinsèques de x sur cette variété en décomposant x sur les d' vecteurs propres du Laplacien sur la variété. On estime ce Laplacien à partir d'un graphe de voisinage calculé sur les exemples [1]. Ces techniques ont trouvé de belles applications pour caractériser des systèmes dynamiques de basse dimension.

Le compressed sensing est une autre approche de réduction de dimensionalité. Si x a une représentation parcimonieuse comme combinaison linéaire de p vecteurs quelconques d'une base, alors il peut être caractérisé par $d' = O(p \log p)$ produits scalaires avec des vecteurs aléatoires [5]. On suppose donc ici que x appartient à une union d'espaces linéaires de basse dimension p. L'utilisation de mesures aléatoire permet ainsi d'obtenir d' descipteurs linéaires qui characterisent une variété complexe de dimension p.

Cependant, la réduction brutale de dimensionalité a été la source d'un grand nombre d'impasses en recherche algorithmique. Jusque dans les années 2000, on a le plus souvent essayé de résoudre les problèmes de classification en calculant un petit nombre de caractéristiques discriminantes. Pour détecter la présence d'un visage dans une image, il est ainsi naturel d'essayer de localiser la tête, les yeux, le nez, la bouche, par exemple avec des ellipses de tailles et de positions variables. Ces ellipses ont des paramètres dont les distributions de probabilité dépendent de la variabilité géométrique des visages. Si on n'est pas trop naïf sur la façon de détecter et d'ajuster la position de ces ellipses, on peut espérer obtenir de bons résultats. Je l'ai fait et je me suis trompé comme beaucoup.

Pour la détection de visages, il est plus efficace d'agréger progressivement beaucoup plus d'informations sur l'image. Une technique développée en 2001 [12] consiste à définir un très grand nombre de tests "faibles", qui sont des seuillages de produits scalaires de x avec des vecteurs de Haar de supports variables. Ces







tests sont agrégés par combinaisons linéaires, pour définir des tests plus "forts" qui sont utilisés dans un arbre de décision. L'apprentissage à partir d'exemples labélisés choisit les meilleures combinaisons linéaires, à chaque noeud de l'arbre de décisions, avec un algorithme de boosting [12]. Cette cascade de tests permet de détecter précisément des visages malgré la grande variabilité des images. Cependant, il faut disposer d'un grand nombre d'exemples labélisés pour apprendre les paramètres de la cascade. Ceci est possible pour la détection de visages et cet algorithme est implémenté dans de nombreux appareils photos.

Cette architecture utilise des agrégations linéaires successives de classificateurs, qui prennent des "décisions" partielles et mélangent de plus en plus de variables. Ces résultats montrent que l'agrégation d'un grand nombre indicateurs de faible expertise, mais très divers, permet de répondre à des questions complexes. C'est une idée clef des algorithmes de classification en grande dimension. Malgré certaines avancées en statistique de la décision [11], on comprend encore mal les propriétés mathématiques de ces agrégations hiérarchiques.

6 Les bénéfices de la grande dimension

Il est étrange de se plaindre de la malédiction de la dimensionalité alors que l'on cherche à augmenter la résolution et donc la dimension des données, que ce soit des images, des données bio-médicales, géophysiques, économiques... Plus d'information devrait permettre de prendre des décisions plus fiables. Pour éviter la malédiction, cela demande cependant d'éliminer la variabilité inutile et de construire des invariants stables et discriminant.

Dans un cadre probabiliste, une classe C_k est modélisée par processus X_k dont chaque réalisation x est un élément de C_k . Pour différentier des classes C_k et $C_{k'}$ on définit une représentation Φx de façon à pouvoir trouver une combinaison linéaires $\langle \Phi x, w \mathbb{R} b = \sum_{j=1}^{d'} \Phi x(j) w(j)$, qui soit quasiment invariante mais différente sur C_k et sur $C_{k'}$. Les invariants sur C_k peuvent s'écrire comme des espérances $E(H(X_k))$ où H est une fonctionelle typiquement non-linéaire. Le coefficient $\langle \Phi x, w \rangle$ peut donc s'interpréter comme l'estimateur d'une telle espérance. Cela indique l'existence d'une forme d'ergodicité qui permet de remplacer l'espérance par une combinaison linéaire des coefficients de Φx . Pour résoudre de multiples problèmes de classification, il faut que Φx ait le potentiel de créer de nombreux invariants différents par combinaisons linéaires. Cela doit donc être un vecteur de grande taille. La réduction de dimensionalité se fait lors de la projection sur le vecteur w. L'optimisation de w revient à choisir un invariant adapté à chaque problème de classification spécifique.

Prenons un example simple où les données $x \in \mathbb{R}^d$ sont les réalisations d'un









vecteur aléatoire X_k dont les coordonnées sont des variables aléatoires indépendantes de même densité de probabilité $p_k(u)$. Ces données vivent dans la quasitotalité de \mathbb{R}^d mais l'information encapsulée par ces données se résume à la densité p_k . Celle-ci peut s'estimer avec un histogramme Φx . Plus d est grand plus cet histogramme sera précis, d'où l'intérêt de la grande dimension. On peut savoir si cet histogramme correspond à p_k ou à $p_{k'}$ par example en testant le signe du produit scalaire avec $w=p_k-p_{k'}$. Evidemment cet exemple est un cas d'école trop simple car n'inclut pas de structure de correlation entre les données.

Les processus stationaires fournissent un deuxième exemple déjà plus intéressant. Les textures, visuelles ou auditives, peuvent être modélisées comme des réalisations de processus stationaires, qui vivent dans un espace de grande dimension. La stationnarité exprime l'invariance de la distribution du processus sur le groupe des translations. Les moments du second ordre $E(X_k(u_1) X_k(u_2))$ ne dépendent que de $u_2 - u_1$ et la transformée de Fourier définie la puissance spectrale. Avec une hypothèses faible de décorrélation, les moments du second ordre peuvent être estimés par moyennage temporel, à partir d'une seule réalisation. Cette information n'est cependant souvent pas suffisante car des textures totalement différentes ont les mêmes moments d'ordre deux. On peut différencier des processus stationnaires avec des moments d'ordre supérieur, qui offrent des invariants plus riches. Hélas, les espérance de puissances supérieures sont difficilement estimables par moyennage temporel sur une seule réalisation, car les estimateurs résultants ont une trop grande variance et sont donc imprécis. Dans ce cadre de processus stationnaires, on voit la difficulté de calculer des invariants suffisamment discriminant.

Il y a évidemment d'autres sources de variabilités au-delà du groupe des translations. Par exemple, les textures sont déformées par les effets de perspectives sur les surfaces tri-dimensionelles. Il faut alors construire des invariants relativement à l'action de difféomorphismes, autrement dit de groupes de Lie noncommutatifs de grande dimension. Les outils rigides comme la transformée de Fourier ne sont plus adaptés, ce qui ouvre des nouveaux problèmes d'analyse harmonique. De tels invariants peuvent être construits en cascadant des transformées en ondelettes définies sur le groupe de Lie, avec des non-linéarités contractantes [9]. Des similarités frappantes apparaissent avec les architectures des réseaux de neurones profonds [2].

Il n'y a pas de bon modèle probabiliste pour des classes complexes d'objets à la fois structurés et très variables comme des chaises, les prononciations différentes d'un mot ou les images de poumons. Les distributions sont typiquement non-Gaussiennes, non-Markoviennes, pas multifractales, enfin rien de ce que l'on sait manipuler mathématiquement. L'enjeu est de construire des représentations







 Φx permettant de calculer des invariants multiples, malgrés l'absence de modèle probabiliste. Les algorithmes récents d'apprentissage non-supervisé sont partiellement capables d'apprendre de telles représentations [3]. Parmi eux, les réseaux de neurones profonds cascadent des opérateurs contractants, dont les paramêtres sont estimés avec des grandes bases de données [2]. La parcimonie joue un rôle important mais mystérieux dans tous ces algoritmes d'apprentissage, avec des résultats encourageant sur divers problèmes de big data.

L'état de l'art algorithmique souffre cependant de beaucoup de limitations. La quasi absence de feed-back dans les architectures d'apprentissages, pourtant très présents dans le cerveau [10], limite l'adaptivité des représentations. Malgrés des résultats expérimentaux prometteurs, l'apprentissage en grande dimension reste un champs mathématique totalement ouvert, avec de nombreuses ramifications notamment en probabilité, analyse harmonique, géométrie, théorie des groupes et systèmes dynamiques.

7 Rêvons un peu

Au-delà des applications, les problématiques de big-data ouvrent des questions profondes sur la grande dimension. On peut maintenant expérimenter numériquement, et donc tester de nombreuses approches. L'élaboration d'outils mathématiques adaptés aura probalement un impact bien au-delà du traitement des données. Il est notamment possible que cela aide à mieux comprendre certains principes du traitement de l'information sensorielle par le cerveau. En effet, le cerveau est une machine extraordinairement efficace pour le traitement de données gigantesques.

L'analyse en grande dimension est aussi un défi en physique. En particulier, l'analyse de la turbulence tridimensionelle reste un sujet ouvert, malgrés les nombreux travaux de recherche qui ont suivi les résultats de Kolmogorov sur le décroissance du spectre de Fourier. Pour les grands nombres de Reynolds, l'équation de Navier-Stokes définit un système dynamique ayant un grand nombre de degrés de liberté, qui génère des structures complexes. Comprendre les propriétés de ces structures et leurs dynamiques est un problème d'analyse en grande dimension, pour lequel on manque toujours d'outils mathématiques.

On peut espérer que tous ces problèmes de grande dimension se rapprochent à terme, au travers d'une meilleure compréhension des mathématiques sous-jacentes. C'est en tout cas une raison de plus pour encourager des jeunes mathématiciens à travailler dans ce domaine.



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$





Bibliographie

- [1] M. Belkin, and P. Niyogi, "Laplacian Eigenmaps for dimensionality reduction and data representation". Neural Computation, 15 (6): 1373-1396, 2003.
- [2] Y. Bengio, A. Courville, P. Vincent, "Representation Learning: A Review and New Perspectives", IEEE Trans. on PAMI, 2013.
- [3] Y-L. Boureau, F. Bach, Y. LeCun, and J. Ponce. "Learning Mid-Level Features For Recognition". In IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2010.
- [4] J. Bouvrie, L. Rosasco, T. Poggio: "On Invariance in Hierarchical Models", NIPS 2009.
- [5] E. J. Candès, J. Romberg and T. Tao, "Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements," Comm. Pure Appl. Math., 59 1207-1223, 2006.
- [6] T. Hastie, R. Tibshirani, J. Friedman, "The elements of statistical learning", Springer, 2001.
- [7] Q. Le, M.A. Ranzato, R. Monga, M. Devin, G. Corrado, K. Chen, J. Dean, A. Ng, "Building high-level features using large scale unsupervised learning," Proc. ICML 2012.
- [8] Y. LeCun, K. Kavukvuoglu and C. Farabet: "Convolutional Networks and Applications in Vision", Proc. of ISCAS 2010.
- [9] S. Mallat "Group Invariant Scattering", Communications in Pure and Applied Mathematics, vol. 65, no. 10. pp. 1331-1398, October 2012.
- [10] Y. Liu, J.J. Slotine, and A. Barabasi "Controllability of Complex Networks," Nature, 473(7346), 2011.
- [11] A. Tsybakov, "Optimal aggregation of classifiers in statistical learning", The Annals of Statistics, vol. 32, no. 1, 135-166, 204.
- [12] P. Viola and M. Jones, "Rapid Object Detection using a Boosted Cascade of Simple Features", Proc. IEEE CVPR, 2001



QUELQUES APPLICATIONS DE LA PROGRAMMATION SEMIDÉFINIE.

Quelques applications de la programmation semidéfinie.

par Alexandre d'Aspremont¹

L'optimisation a subi deux mutations profondes ces vingt dernières années. La première est liée aux travaux de Nesterov et Nemirovskii [47], qui ont radicalement transformé notre compréhension des questions de complexité, montrant notamment que la dichotomie classique entre problèmes linéaires et non-linéaires n'avait en fait que très peu de liens avec la véritable complexité algorithmique de ces problèmes. Ces travaux ont confirmé de manière explicite et constructive que la convexité est bien la frontière naturelle entre problèmes simples (solubles en temps polynomial) et problèmes complexes (potentiellement combinatoires et exponentiels). Les programmes linéaires avaient catalysé depuis longtemps une activité de recherche intense, débouchant sur une longue série d'applications en recherche opérationnelle, réseaux, statistiques, finance, électronique, signal, etc., et les travaux de [47] ont généralisé ces résultats à une classe beaucoup plus large de problèmes.

Un programme linéaire s'écrit

minimize
$$c^T x$$

subject to $Ax = b$
 $x \succ 0$, (2)

dans la variable $x \in \mathbb{R}^n$, et les paramètres $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$ et $c \in \mathbb{R}^n$. Initialement, ces programmes étaient résolus en utilisant une variante de l'algorithme du simplexe (voir [19]). Ces méthodes de nature combinatoire sont très efficaces en pratique mais leur complexité est exponentielle dans le pire des cas. Les algorithmes dérivés de la méthode de l'ellipsoïde (voir [42]), exploitant la convexité du problème, furent utilisés par Khachiyan [36] pour montrer que les programmes convexes comme le programme linéaire en (2) pouvaient toujours être résolus en temps polynomial, mais il a fallu attendre les travaux de Karmarkar [35] pour voir apparaître des algorithmes à la fois polynomiaux et efficaces en pratique. Ces algorithmes étaient basés sur un schéma du type point intérieur (l'algorithme converge vers la solution en suivant un chemin à l'intérieur





¹CNRS & Centre de Mathématiques Appliquées, École Polytechnique, 91128 Palaiseau, France.





de l'ensemble faisable), complètement différent du procédé combinatoire utilisé par le simplexe (où l'algorithme progresse d'un vertex à un autre). Les résultats de Nesterov [47] ont montré que les méthodes de point intérieur utilisées pour la programmation linéaire pouvaient être directement généralisées à la résolution de programmes convexes beaucoup plus génériques. Parmi ces nouveaux problèmes dont la résolution numérique était devenue soudainement réaliste, les *programmes semidéfinis* généralisent la programmation linéaire au cône des matrices semidéfinies positives. Un programme semidéfini (SDP) s'écrit

minimize
$$\operatorname{Tr}(CX)$$

subject to $\operatorname{Tr}(A_jX) = b_j, \quad j = 1, \dots, m$ (3)
 $X \succeq 0,$

dans la variable $X \in \mathbf{S}_n$, l'espace des matrices symétriques de dimension n, avec paramètres $C \in \mathbf{S}_n$, $A_j \in \mathbf{S}_n$ et $b_j \in \mathbb{R}$ pour j = 1, ..., m, où $X \succeq 0$ signifie que Xest semidéfinie positive (e.g. une matrice de covariance). De nombreuses libraires numériques basées sur des méthodes de point intérieur résolvent des problèmes de taille moyenne (n de l'ordre de mille) de manière fiable et efficace, et la résolution de ces problèmes qui semblait extrêmement délicate il y a une vingtaine d'années est maintenant une question de routine. Ces progrès ont permis la découverte et le développement de nombreuses applications de la programmation semidéfinie, avec une activité très similaire à celle qui avait suivi la découverte de l'algorithme du simplexe pour la programmation linéaire. Pour ne citer que quelques exemples, les SDP on été utilisés pour établir la stabilité de systèmes de contrôle, pour résoudre des problèmes de filtrage collaboratif (e.g. faire des recommandations de films personnalisées dans le cas du concours NETFLIX), pour approximer la solution de problèmes combinatoires (e.g. MaxCut), pour optimiser la vitesse de mélange d'une chaîne de Markov sur un réseau, pour extraire la structure de dépendance de données multivariées ou enfin pour produire des noyaux optimaux en classification. Malheureusement, la performance des méthodes de point intérieur se dégrade rapidement pour les problèmes de plus grande taille, les contraintes CPU et mémoire rendant en particulier impossible la formation et le stockage du système de Newton à tel point que résoudre ne fusse qu'une seule itération devient rapidement hors de portée lorsque la dimension n augmente. Dans cette optique, les efforts de recherche actuels ont pour objectif de dépasser ces limites strictes sur la taille des programmes semidéfinis qui peuvent être résolus efficacement, tout en obtenant une fiabilité algorithmique



 \bigoplus_{\oplus}





comparable à celle des méthodes de point intérieur.

Le deuxième développement majeur en optimisation a été purement exogène : la puissance de calcul des ordinateurs personnels a augmenté de plusieurs ordres de grandeur ces trois dernières décennies, avec un impact direct en optimisation. Il y a un peu plus d'une dizaine d'années, seuls des algorithmes très rudimentaires pouvaient être utilisés dans la résolution de problèmes de taille réaliste. A l'inverse, des algorithmes plus sophistiqués, mieux compris sur le plan théorique et beaucoup plus efficaces dans certains scénarios, ne pouvaient être utilisés que pour résoudre des problèmes de taille plutôt modeste (la programmation linéaire étant évidemment une exception importante). Ces restrictions ont aujourd'hui commencé à s'effacer, ce qui signifie que certains domaines comme l'apprentissage et les statistiques font maintenant une utilisation intensive de l'optimisation convexe, allant très au delà des quelques méthodes ad-hoc qui servaient jusqu'à présent. Cependant, alors que l'optimisation et les statistiques ont trouvé un champs d'expérimentation commun, ces nouvelles applications requièrent des algorithmes aux caractéristiques radicalement différentes (e.g. faible précision, mais données de très grande taille), comparées aux applications plus classiques en ingénierie. Au delà de ces questions algorithmiques, les questions de complexité ont maintenant gagné une place importante en statistiques, mais le problème de réconcilier les concepts de complexité algorithmique avec ceux utilisés pour décrire la performance statistique reste ouvert. De nombreuses applications montrent par exemple qu'il y a un compromis direct entre le coût numérique et le taux de convergence de certains estimateurs, mais il n'y a jusqu'à présent que très peu d'indices théoriques pour justifier ces arbitrages de manière explicite.

1 Applications

La programmation semidéfinie a trouvé de nombreuses applications en ingénierie, statistiques, apprentissage, graphes, etc. Pour ne citer que quelques exemples, les SDP apparaissent naturellement en contrôle (stabilité), apprentissage (filtrage collaboratif, etc.), analyse des séries temporelles (complétion de covariances), structure (stabilité, oscillations), graphes (mélange de chaînes de Markov), etc. Alors que reconnaître un programme linéaire est une exercice presque immédiat, la programmation semidéfinie a un pouvoir d'expression beaucoup plus fort et les SDP apparaissent souvent de manière beaucoup plus inattendue. Quelques unes de







ces applications "exotiques" sont détaillées dans ce qui suit. En particulier, les applications présentées à partir de la section 1.7 sont plus spécialisées et liées aux travaux récents de l'auteur.

1.1 Optimisation de valeurs propres

Une des applications les plus naturelles de la programmation semidéfinie est la résolution de problèmes convexes sur les valeurs propres. En particulier, un SDP contenant une contrainte sur la trace de la variable X, qui s'écrit

minimize
$$\mathbf{Tr}(CX)$$

subject to $\mathbf{Tr}(A_iX) = b_i, \quad i = 1, \dots, m$
 $\mathbf{Tr}(X) = 1$
 $X \succeq 0,$

a pour dual

$$\min_{y} \lambda_{\max} \left(C - \sum_{i=1}^{m} y_i \right) + b^T y$$

en $y \in \mathbb{R}^m$, en exploitant le fait que

$$\max_{\substack{\mathbf{Tr}(X)=1,\\X\succeq 0}}\mathbf{Tr}(CX)=\lambda_{\max}(C).$$

Les livres de Boyd et Vandenberghe [11] et de Ben-Tal et Nemirovski [6] couvrent en détail ces problèmes et leurs généralisations.

1.2 Relaxations de problèmes combinatoires

Les SDP avec contrainte de trace apparaissent très fréquemment dans l'une des applications les plus fructueuse de la programmation semidéfinie, qui consiste a relaxer un problème quadratique non convexe en SDP après avoir effectué un simple changement de variable $X=xx^T$ où x est la variable du problème originel et X la variable de sa relaxation SDP. Cette technique due à Shor [50], Lovász et Schrijver[38], s'illustre très simplement sur un problème classique de partitionnement du type MAXCUT, qui s'écrit

$$\begin{array}{ll} \text{max.} & x^T C x \\ \text{s.t.} & x \in \{-1, 1\}^n \end{array} \tag{4}$$

dans la variable binaire $x \in \{-1,1\}^n$ avec paramètres $C \in \mathbf{S}_n$. L'objectif ici est de séparer les variables en deux ensembles $\{i: x_i = 1\}$ et $\{j: x_j = -1\}$ pour







minimiser le coût total de la partition, pondéré par la matrice C. Ce problème est NP-difficile, mais peut être reformulé très simplement comme un programme quadratique non-convexe, en effet

$$x \in \{-1, 1\}^n \iff x_i^2 = 1, \quad i = 1, \dots, n$$

et le problème de partitionnement s'écrit donc

$$\begin{aligned} & \text{max.} & & x^T C x \\ & \text{s.t.} & & x_i^2 = 1, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

qui est un programme quadratique non convexe en $x \in \mathbb{R}^n$. Après un changement de variable $X = xx^T$, on obtient

$$\begin{aligned} \mathbf{Tr}(CX) &= x^T C x \\ \mathbf{diag}(X) &= \mathbf{1} &\iff & x_i^2 = 1, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

et le programme quadratique peut donc s'écrire

$$\begin{aligned} & \max. & & \mathbf{Tr}(CX) \\ & \text{s.t.} & & \mathbf{diag}(X) = 1 \\ & & & X \succeq 0, \ \mathbf{Rank}(X) = 1 \end{aligned}$$

qui est un programme (non convexe) dans la nouvelle variable $X \in \mathbf{S}_n$. Par contre, la seule contrainte non convexe de ce dernier programme est la contrainte de rang. Si on l'ignore, on obtient une relaxation du problème originel, et donc

$$\begin{aligned} & \text{max.} & & x^T C x \\ & \text{s.t.} & & x \in \{-1,1\}^n \end{aligned}$$

est borné par

max.
$$\operatorname{Tr}(CX)$$

s.t. $\operatorname{diag}(X) = 1$ (5)
 $X \succeq 0$,

qui est un SDP dans la variable $X \in \mathbf{S}_n$. Cette relaxation de la contrainte de rang est difficile à contourner et on peut montrer que tous les problèmes semi-algébriques peuvent s'écrire comme des SDP avec contraintes de rang.

Un des aspects les plus marquants de cette technique est que dans certains cas, un argument probabiliste simple mais ingénieux (voir [30, 44]) permet de contrôler la qualité de l'approximation. Supposons que la matrice C est semidéfinie positive. On peut utiliser la solution $X \succeq 0$ du SDP (5) pour générer des variables







Gaussiennes $v \sim \mathcal{N}(0, X)$. Si l'on projette chacun de ces vecteurs v sur $\{-1, 1\}^n$ en définissant y = sign(v), on peut montrer

$$\mathbf{E}[yy^T] = \frac{2}{\pi}\arcsin(X)$$

où $\arcsin(X)_{ij} = \arcsin(X_{ij})$ ici. Sachant que $X \leq \arcsin(X)$ lorsque $X \succeq 0$, on obtient

$$\mathbf{E}[y^T C y] = \frac{2}{\pi} \operatorname{Tr}(C \arcsin(X)) \ge \frac{2}{\pi} \operatorname{Tr}(C X).$$

Chacun de ces vecteurs y est un point faisable du problème (4), ceci signifie qu'il existe au moins une solution de (4) dont l'objectif est supérieur à $\frac{2}{\pi}$ $\mathbf{Tr}(CX)$. En conclusion, si l'on appelle SDP la solution de (5) et OPT la solution de (4), on a montré

$$\frac{2}{\pi}SDP \le OPT \le SDP.$$

Ceci signifie que la solution du SDP (convexe) permet de produire une solution du problème combinatoire sous-optimale par un facteur au plus $\frac{2}{\pi}$. Ce résultat a de nombreuses applications et généralisations sur les graphes, sur l'approximation de matrices [28, 2, 41], etc.

1.3 Approximations ellipsoïdales

Le problème d'approximer un ensemble par une ellipsoïde $\mathcal E$ de volume optimal est convexe. Etant donné un ensemble C, supposons par exemple que l'on cherche $\mathcal E$ de volume minimal telle que $C\subseteq \mathcal E$. En paramétrant $\mathcal E$ par

$$\mathcal{E} = \{ v \mid ||Av + b||_2 \le 1 \}$$
 with $A > 0$

 ${\bf vol}\, {\cal E}$ est proportionnel à $\det A^{-1}$ et le problème d'identifier l'ellipsoïde de volume minimal contenant C, dite ellipsoïde de Löwner-John, s'écrit

minimize (over
$$A$$
, b) $\log \det A^{-1}$ subject to $\sup_{v \in C} \|Av + b\|_2 \le 1$.

Ce problème est convexe, mais la contrainte n'est pas systématiquement implémentable. Le problème se simplifie lorsque $C=\{x_1,\ldots,x_m\}$ est une ensemble fini, ou un polytope avec un nombre fini de sommets, il s'écrit alors

minimize (over
$$A$$
, b) $\log \det A^{-1}$ subject to $\|Ax_i + b\|_2 \le 1, \quad i = 1, \dots, m$





dans les variables $A \in \mathbf{S}_n$ et $b \in \mathbb{R}^n$, un programme semidéfini qui produit aussi l'ellipsoïde optimale pour le polyèdre $\mathbf{Co}\{x_1, \dots, x_m\}$.

Une approche similaire permet de résoudre le problème d'identifier une ellipsoïde de volume maximal inscrite dans un ensemble $convexe\ C \subset \mathbb{R}^n$. L'ellipsoïde \mathcal{E} est maintenant paramétrée par

$$\mathcal{E} = \{Bu + d \mid ||u||_2 \le 1\} \quad \text{avec } B \succ 0$$

 $\operatorname{vol} \mathcal{E}$ est proportionnel à $\det B$ et le problème d'identifier \mathcal{E} s'écrit

maximize
$$\log \det B$$

subject to $\sup_{\|u\|_2 < 1} I_C(Bu + d) \le 0$

où $I_C(x)=0$ pour $x\in C$ et $I_C(x)=\infty$ pour $x\not\in C$. Ce problème est convexe, mais évaluer la contrainte peut-être difficile. Il se simplifie dans le cas où C est un polyèdre paramétré par ses facettes $\{x\mid a_i^Tx\leq b_i,\ i=1,\ldots,m\}$ et devient

maximize
$$\log \det B$$

subject to $\|Ba_i\|_2 + a_i^T d \le b_i, \quad i = 1, \dots, m$

un problème convexe en B, en utilisant le fait que $\sup_{\|u\|_2 \le 1} a_i^T (Bu+d) = \|Ba_i\|_2 + a_i^T d$. La qualité de l'approximation de C par $\mathcal E$ peut être quantifiée. Lorsque C est convexe borné d'intérieur non vide, l'ellipsoïde de Löwner-John, contractée par un facteur n est inscrite dans C, de même, l'ellipsoïde de volume maximal dilatée par un facteur n contient C. Ces facteurs peuvent être remplacés par \sqrt{n} quand l'ensemble C est symétrique autour de son centre. Des exemples graphiques sont détaillés dans [11] par exemple.

1.4 Distorsion, plongements et métriques finies

Il n'est pas possible de borner arbitrairement le rang d'une solution d'un programme semidéfini dans le cas général. Il existe par contre des bornes pour certains programmes plus structurés, en particulier si l'on autorise une légère distorsion autour des contraintes. Un exemple est donné par le résultat suivant, dû à Ben-Tal et al. [8].

Théorème 1. S-lemme approximé. Soit $A_1, \ldots, A_N \in \mathbf{S}_n$, semidéfinies positives, $\alpha_1, \ldots, \alpha_N \in \mathbb{R}$ et une matrice $X \in \mathbf{S}_n$ telle que

$$A_i, X \succeq 0, \quad \mathbf{Tr}(A_i X) = \alpha_i, \quad i = 1, \dots, N$$







Soit $\epsilon > 0$, il existe une matrice X_0 telle que

$$\alpha_i(1-\epsilon) \le \mathbf{Tr}(A_iX_0) \le \alpha_i(1+\epsilon)$$
 et $\mathbf{Rank}(X_0) \le 8\frac{\log 4N}{\epsilon^2}$

La preuve fait appel à des arguments probabilistes et en particulier des résultats de concentration sur les formes quadratiques (voir aussi [5, 9] pour plus de détails). Ceci n'est pas complètement un hasard, puisque le résultat classique de plongement ℓ_2 dû à Johnson et Lindenstrauss, lui aussi obtenu par des méthodes probabilistes, se retrouve comme un cas particulier de ce théorème. En effet, si on se donne N vecteurs $v_i \in \mathbb{R}^d$ et que l'on construit leur matrice de Gram $X \in \mathbf{S}_N$ avec

$$X \succeq 0$$
, $X_{ii} - 2X_{ij} + X_{jj} = ||v_i - v_j||_2^2$, $i, j = 1, \dots, N$,

les matrices $D_{ij} \in \mathbf{S}_n$ définies par

$$\mathbf{Tr}(D_{ij}X) = X_{ii} - 2X_{ij} + X_{jj}, \quad i, j = 1, \dots, N$$

satisfont $D_{ij} \succeq 0$. Soit $\epsilon > 0$, il existe donc X_0 telle que

$$m = \mathbf{Rank}(X_0) \le 16 \frac{\log 2N}{\epsilon^2},$$

dont on peut extraire des vecteurs $u_i \in \mathbb{R}^m$ tels que

$$||v_i - v_i||_2^2 (1 - \epsilon) \le ||u_i - u_i||_2^2 \le ||v_i - v_i||_2^2 (1 + \epsilon).$$

ce qui correspond au résultat du lemme de plongement de Johnson et Lindenstrauss. Le problème de reconstruire une métrique euclidienne à N points, étant donnée une information partielle sur les distances entre paires de points $v_i,\ i=1,\ldots,N$ peut aussi s'écrire comme un SDP

$$\begin{array}{ll} \text{find} & D \\ \text{subject to} & \mathbf{1}v^T + v\mathbf{1}^T - D \succeq 0 \\ & D_{ij} = \|v_i - v_j\|_2^2, \quad (i,j) \in S \\ & v \geq 0 \end{array}$$

dans les variable $D \in \mathbf{S}_n$ et $v \in \mathbb{R}^n$ pour un sous ensemble donné $S \subset [1, N]^2$.

1.5 Mélange des chaines de Markov, dépliage de variétés

D'après [51], supposons que G=(V,E) est un graphe non orienté avec n sommets et m arêtes. on peut définir une chaîne de Markov sur ce graphe, en écrivant



96







 $w_{ij} \ge 0$ la probabilité de transition sur $(i, j) \in V$. Partant d'une distribution $\pi(t)$ à l'instant t, son évolution est gouvernée par l'équation de la chaleur

$$d\pi(t) = -L\pi(t)dt$$

où

$$L_{ij} = \begin{cases} -w_{ij} & \text{if } i \neq j, \ (i,j) \in V \\ 0 & \text{if } (i,j) \notin V \\ \sum_{(i,k)\in V} w_{ik} & \text{if } i = j \end{cases}$$

est le Laplacien du graphe (V, E) et

$$\pi(t) = e^{-Lt}\pi(0).$$

La matrice $L \in \mathbf{S}_n$ vérifie $L \succeq 0$ et sa plus petite valeur propre est zéro. Le taux de mélange de la chaîne de Markov peut donc être contrôlé par la seconde valeur propre du Laplacien $\lambda_2(L)$. Comme la première valeur propre de L est zéro, associée au vecteur propre $\mathbf{1}$, on obtient

$$\lambda_2(L) \ge t \iff L(w) \succeq t(\mathbf{I} - (1/n)\mathbf{1}\mathbf{1}^T),$$

et maximiser la borne sur le taux de mélange de la chaîne de Markov s'écrit alors

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & t \\ \text{subject to} & L(w) \succeq t(\mathbf{I} - (1/n)\mathbf{1}\mathbf{1}^T) \\ & \sum_{(i,j) \in V} d_{ij}^2 w_{ij} \leq 1 \\ & w \geq 0 \end{array}$$

dans les poids $w \in \mathbb{R}^m$ où $d_{ij}^2 \geq 0$ sont des facteurs de normalisation, donnés. Comme L(w) est une fonction affine de la variable $w \in \mathbb{R}^m$, ce problème est un programme semidéfini. On peut montrer que ses solutions ont souvent un taux de mélange supérieur aux constructions classiques comme Metropolis-Hastings ([12]). On peut également former le dual du problème de mélange. Ce dual s'écrit

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & \mathbf{Tr}(X(\mathbf{I}-(1/n)\mathbf{1}\mathbf{1}^T)) \\ \text{subject to} & X_{ii}-2X_{ij}+X_{jj} \leq d_{ij}^2, \quad (i,j) \in V \\ & X \succeq 0, \end{array}$$

dans la variable $X \in \mathbf{S}_n$. Comme dans la section précédente, cette matrice s'interprète aussi comme la matrice de Gram d'un ensemble de n points $v_i \in \mathbb{R}^d$ et le dual consiste à maximiser leur variance

$$\mathbf{Tr}(X(\mathbf{I} - (1/n)\mathbf{1}\mathbf{1}^T)) = \sum_i ||v_i||_2^2 - ||\sum_i v_i||_2^2$$







alors que les contraintes bornent les distances point à point

$$X_{ii} - 2X_{ij} + X_{jj} \le d_{ij}^2 \iff ||v_i - v_j||_2^2 \le d_{ij}^2.$$

Le dual du problème de mélange pour une chaîne de Markov peut donc s'interpréter comme un problème de dépliage d'une variété, maximisant la variance tout en préservant la géométrie (voir [54, 51]).





FIG. 1: Exemple tiré de [51]. Etant données les distances entre un point et ses k plus proches voisins (à gauche), la solution du problème de dépliage est représentée à droite.

1.6 Polynômes positifs, problèmes de moments

Le 17ème problème de Hilbert a une réponse positive en dimension un : un polynôme est positif si et seulement si il peut s'écrire comme une somme de carrés de polynômes (SOS), i.e.

$$p(x) = x^{2d} + \alpha_{2d-1}x^{2d-1} + \ldots + \alpha_0 \ge 0$$
, for all $x \iff p(x) = \sum_{i=1}^{N} q_i(x)^2$

Cette condition peut s'écrire comme une inégalité matricielle linéaire (voir [45]), si on note v(x) le vecteur des monômes

$$v(x) = (1, x, \dots, x^d)^T$$

on obtient

98

$$\sum_{i} \lambda_{i} u_{i} u_{i}^{T} = M \succeq 0 \quad \Longleftrightarrow \quad p(x) = v(x)^{T} M v(x) = \sum_{i} \lambda_{i} (u_{i}^{T} v(x))^{2}$$





où (λ_i,u_i) sont les valeurs/vecteurs propres de M. Le cône dual du cône des coefficients de polynômes SOS est le cône des matrices de moments de mesures positives.

$$\mathbf{E}_{\mu}[x^{i}] = q_{i}, \ i = 0, \dots, d \iff \begin{pmatrix} q_{0} & q_{1} & \cdots & q_{d} \\ q_{1} & q_{2} & & q_{d+1} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ q_{d} & q_{d+1} & \cdots & q_{2d} \end{pmatrix} \succeq 0$$

Les travaux de Putinar [49], Lasserre [37] et Parrilo [48] montrent que ces résultats peuvent se généraliser au cas multivarié et permettent notamment de formuler les problèmes d'optimisation semi-algébriques compacts comme des programmes semidéfinis (de taille potentiellement exponentielle).

1.7 Analyse en composantes principales parcimonieuse

L'analyse en composantes principales (ACP) est un outil classique pour l'analyse de données multivariées et la réduction de dimension [34]. L'ACP explique une part importante de la dynamique de données multivariées en utilisant un nombre restreint de facteurs, tout en maximisant la variance capturée par ces facteurs. L'une des limitations principales de l'ACP est que ces facteurs sont denses, i.e. dépendent de toutes les variables originelles. Dans certaines applications de l'ACP, comme l'analyse de données génétiques par exemple, ceci rend les résultats difficiles à interpréter. Le but de l'ACP parcimonieuse est d'isoler un nombre restreint de facteurs expliquant un maximum de variance, tout en contraignant ces facteurs à être creux, i.e. à n'impliquer qu'un nombre restreint de variables. L'ACP représente les données en fonctions de facteurs obtenus par une SVD, sa version parcimonieuse s'obtient en incorporant au problème de vecteur propre une contrainte sur le support de la solution, pour résoudre

maximize
$$x^T \Sigma x$$

subject to $||x||_2 = 1$ (6)
 $\mathbf{Card}(x) \le k$,

dans la variable $x \in \mathbb{R}^n$, où $\Sigma \in \mathbf{S}^n$ est la matrice de covariance et k > 0 est un paramètre contrôlant la parcimonie de la solution. Ce problème est malheureusement non-convexe et NP-difficile. D'Aspremont et al. [22] détaillent une relaxa-



 \bigoplus_{\square}





tion convexe qui s'écrit

maximize
$$\mathbf{Tr}(\Sigma X)$$

subject to $\mathbf{Tr}(X) = 1$
 $\mathbf{1}^T | X | \mathbf{1} \le k$
 $X \succeq 0,$ (7)

et devient un programme semidéfini dans la variable $X \in \mathbf{S}_n$. Un facteur creux est ensuite extrait de la solution X en calculant son vecteur propre dominant (quand la solution X est de rang un, la relaxation est exacte). Cette procédure de relaxation semidéfinie est similaire à celle utilisée pour MAXCUT un peu plus haut.

Une autre relaxation semidéfinie du problème (7) a été dérivée par d'Aspremont et al. [23] et produit un programme semidéfini de beaucoup plus grande dimension, en relaxant

$$\max_{\|z\| \le 1} z^T \Sigma z - \rho \operatorname{\mathbf{Card}}(z)$$

par les SDP primaux et duaux suivants

$$\begin{array}{ll} \psi(\rho) = & \text{max.} & \sum_{i=1}^n \mathbf{Tr}(P_i B_i) \\ & \text{s.t.} & \mathbf{Tr}(X) = 1, \ X \succeq 0, \ X \succeq P_i \succeq 0, \end{array}$$

dans la variable $X \in \mathbf{S}_n, P_i \in \mathbf{S}_n$, et

min.
$$\lambda_{\max} \left(\sum_{i=1}^{n} Y_i \right)$$

s.t. $Y_i \succ B_i, Y_i \succ 0, \quad i = 1, \dots, n.$

dans les variables $Y_i \in \mathbf{S}_n$.

Même si cette dernière relaxation est beaucoup plus difficile à résoudre numériquement, elle permet de tester très efficacement l'optimalité de solutions de rang un issues d'algorithmes gourmands. Les expériences numériques menées dans [23] montrent que ces test certifient l'optimalité d'un large spectre de solutions pour des données naturelles. Une application de ces techniques à des données génétiques est illustrée dans la figure 2.

1.8 Détection pour l'ACP parcimonieuse

Dans l'esprit des travaux récents (voir [3, 10]), et prolongeant les résultats détaillés dans ce qui précède, d'Aspremont et al. [24] étudient le problème de détection d'une composante principale parcimonieuse dans un modèle gaussien,

100









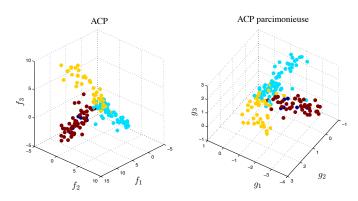


FIG. 2: Représentation de données génétiques, pour l'ACP (gauche) et l'ACP parcimonieuse (droite), sur l'expression de 500 gènes. Les facteurs de l'ACP sont tous denses (500 gènes), alors que les facteurs g_1,g_2,g_3 produits par l'ACP parcimonieuse contiennent 6, 4 et 4 gènes respectivement. (Données : Iconix Pharmaceuticals)

i.e. testent la significativité des valeurs propres issues de l'ACP parcimonieuse. Plus précisément, d'Aspremont et al. [24] étudient le pouvoir discriminant de ces relaxations convexes entre deux modèles

$$\mathcal{N}(0, \mathbf{I}_n)$$
 and $\mathcal{N}(0, \mathbf{I}_n + \theta v v^T)$

où $v \in \mathbb{R}^n$ est un vecteur creux de norme euclidienne égale à un et de cardinalité k. D'Aspremont et al. [24] utilisent la relaxation développée dans [23] pour produire une statistique calculable en temps polynomial et montrent que dans un schéma où la dimension n, le nombre d'échantillons m et la cardinalité k du signal tendent vers l'infini proportionnellement, le seuil de détection θ reste borné. En particulier, d'Aspremont [24] dérive une borne d'approximation pour la relaxation de l'ACP parcimonieuse ([23]) en s'inspirant des résultats de Ben-Tal et al. [7]. Cet borne ne produit pas un ratio d'approximation constant et dépends de la valeur optimale du programme semidéfini : plus cette valeur est élevée, meilleure est la qualité d'approximation. Un comportement similaire avait été étudié dans [55] pour la relaxation semidéfinie du problème MaxCut, montrant que le ratio d'approximation de [30] pouvait être amélioré lorsque la valeur de la coupe optimale est suffisamment élevée. Les résultats de [24] montrent donc que dans certains régimes, la relaxation semidéfinie de d'Aspremont et al. [23] produit une bonne approximation de l'ACP parcimonieuse, et que le problème









de détection se situe précisément dans l'un de ces régimes. Pour un problème de détection où

$$\rho = \frac{\Delta}{m} + \frac{\Delta}{\sqrt{k^* m(\Delta + 4/e)}} \quad \text{avec} \quad \Delta = 4\log(9en/k^*) + 4\log(1/\delta)$$

la seuil de détection minimax optimal est donné par

$$\theta_{\phi} = \left(2\sqrt{\frac{k^*(\Delta + 4/e)}{m}} + \frac{k^*(\Delta + 4/e)}{m} + 2\sqrt{\frac{\log(1/\delta)}{m}}\right) \left(1 - 2\sqrt{\frac{\log(1/\delta)}{m}}\right)^{-1}$$

en d'autres termes, en dessous de ce seuil, aucune statistique (combinatoire ou pas) ne pourra distinguer entre \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 . Supposons que $n=\mu m$ and $k^*=\kappa n$, où $\mu>0$ et $\kappa\in(0,1)$ sont fixés et n est suffisamment grand, [24] montrent que la relaxation semidéfinie permet la détection de composante principales parcimonieuses au delà d'un seuil de détection θ_{ψ} satisfaisant

$$\theta_{\psi} = \beta(\mu, \kappa)^{-1} \theta_{\phi}$$

où $\beta(\mu,\kappa)$ est donné par

$$\beta(\mu,\kappa) = \frac{\vartheta(c)}{c} \quad \text{avec} \quad c = \frac{1 - \mu \Delta \kappa - \frac{\sqrt{\mu \kappa}}{\sqrt{(\Delta + 4/e)}} - 2\sqrt{\frac{\log(1/\delta)}{m}}}{\mu \Delta + \frac{\mu \Delta}{\sqrt{\kappa(\Delta + 4/e)}}},$$

où $\vartheta(1)$ est d'ordre un. Ceci signifie que le seuil de détection atteint par la statistique SDP (calculable en temps polynomial) reste fini lorsque la dimension n, le nombre d'échantillons m et la cardinalité du signal tendent vers l'infini proportionnellement

1.9 Sélection de covariance

Partant de données gaussiennes multivariées $x \sim \mathcal{N}(0, \Sigma)$ où $\Sigma \in \mathbf{S}^n$ est la covariance du modèle, une hypothèse structurelle classique permettant de réduire le nombre de paramètres à estimer consiste à supposer que l'*inverse* de la matrice de covariance est creuse, i.e. qu'un grand nombre de ses coefficients sont égaux à zéro. Les zéros de la matrice inverse (appelée matrice de précision) correspondent à des paires de variables indépendantes, conditionnellement à toutes les autres. Pour estimer des matrices de covariance dont l'inverse est creuse, [4] étudient le problème de maximum de vraisemblance pénalisé suivant

$$\max_{X \succ 0} \log \det X - \mathbf{Tr}(CX) - \rho \sum_{ij} |X_{ij}|, \tag{8}$$

102









dans la variable $X \in \mathbf{S}_n$. Ce problème peut également être interprété comme un problème de maximisation de vraisemblance robuste avec bruit uniforme d'amplitude ρ sur les coefficients de la matrice de covariance empirique C. D'Aspremont et al. [21] dérivent deux algorithmes efficaces pour résoudre ce problème en grande dimension. Le premier est basé sur l'algorithme du premier ordre de [43] et a une complexité en $O(n^{4.5}/\epsilon)$ si l'on borne a priori le conditionnement de la solution. D'Aspremont et al. [21] dérivent également un algorithme d'optimisation par blocs qui exploite directement la structure du problème (8) pour le résoudre ligne/colonne par ligne/colonne. Chaque sous-problème est le dual d'un problème du type LASSO pour lequel des algorithmes très efficaces ont été développés. Une implémentation rapide en R de l'algorithme de [21], appelée GLASSO, a été produite par Friedman et al. [27].

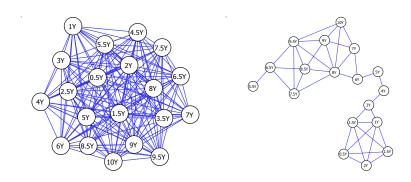


FIG. 3: Réseau formé en utilisant le graphe de l'inverse de la solution de (8) pour une matrice de covariance de taux d'intérêt de maturités croissantes, pour $\rho=0$ (gauche) et $\rho=0.1$ (droite). Dans la solution parcimonieuse, la structure en chaîne de la dynamique de la "courbe" des taux apparaît clairement (graphique produit en utilisant cytoscape).

Pour illustrer ces techniques, la figure 3 représente la structure de dépendance pour la courbe des taux d'intérêt (échantillonnée sur un an), extraite de la matrice de covariance inverse. Chaque sommet du graphe représente un taux d'une certaine maturité et les arêtes correspondent à des coefficients non nuls dans la solution X de (8) (des variables conditionnellement dépendantes). Cette technique est aussi utilisée pour identifier des réseaux de gênes (voir [25]) et la figure 4 montre son application a des données de vote pour le sénat américain.







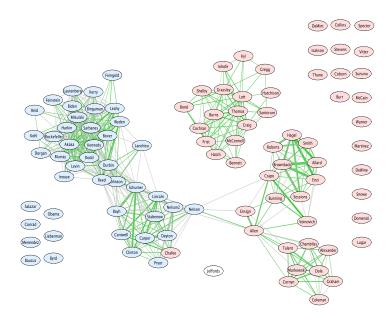


FIG. 4: Représentation de la structure de corrélation des votes au 109eme sénat américain. Dans ce graphe, l'épaisseur des liens croît avec la taille du coefficient de la matrice de précision. Les nuances de couleur représentent la confiance attachée à un lien, produite par bootstrapping, la fiabilité étant faible pour les liens gris et forte pour les liens colorés.

Détection d'anomalies 1.10

Cuturi et al. [18] utilisent la programmation semidéfinie pour formuler une relaxation convexe (exacte dans ce cas, grâce au théorème de Brickman) du problème d'extraction de formes linéaires stationnaires à partir de données multivariées. Ces formes linéaires stables servent ensuite à la détection d'anomalies. A partir de la matrice de covariance $C \in \mathbf{S}_n$ et de l'opérateur d'autocovariance $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, le problème s'écrit comme suit

maximize
$$u^T C u$$
, (high variance)
subject to $u^T A u = \mu$, (low autocovariance)
 $\|u\| = 1$, (normalization)

qui est un programme quadratique non convexe dans le vecteur $u \in \mathbb{R}^n$. Le théorème de Brickman (voir [13] ou [5, §II.13.4]) montre cependant que l'optimum de









ce problème peut se calculer à partir de la solution de la relaxation semidéfinie

$$\label{eq:total_continuity} \begin{split} \text{maximize} & & \mathbf{Tr}(CU) \\ \text{subject to} & & \mathbf{Tr}(AU) = \mu \\ & & & \mathbf{Tr}\,U = 1,\; U \succeq 0, \end{split}$$

qui est un programme semidéfini en $U \in \mathbf{S}_n$ et peut être résolu efficacement. Ce problème est un exemple d'utilisation de la S-procédure issue du contrôle dans un contexte complètement différent.

1.11 Classification avec des noyaux indéfinis

Les machines à vecteurs support (SVM) sont un outil extrêmement flexible pour la classification de données en grande dimension. L'un des principaux attraits de ces méthodes est que toute l'information sur la géométrie des données est résumée dans une matrice de noyaux, qui traduit la similarité entre les différents points à classifier. La seule contrainte qui régit la formation de cette matrice est qu'elle soit représentable comme une matrice de Gram dans une espace bien choisi, ce qui lui impose d'être semidéfinie positive. Pour certains types de problèmes, les mesures de similarité utilisées en classification ne forment pas une matrice positive et les résultats de Luss et d'Aspremont [39] ont cherché à étendre aux mesures de similarité les performances des SVM.

Si $K_0 \in \mathbf{S}_n$ est une matrice de noyaux et $y \in \mathbb{R}^n$ un vecteur de labels, le problème de calcul de la SVM s'écrit

maximize
$$\alpha^T e - \mathbf{Tr}(K_0(Y\alpha)(Y\alpha)^T)/2$$

subject to $0 \le \alpha \le C$, $\alpha^T y = 0$

dans la variable $\alpha \in \mathbb{R}^n$. [39] adaptent ce problème au cas où la matrice K_0 n'est pas positive en définissant un kernel "proxy" K, semidéfini positif, et en pénalisant la distance entre K_0 et K pour résoudre

$$\min_{\{K \succeq 0\}} \max_{\{\alpha^T y = 0, \ 0 \le \alpha \le C\}} \alpha^T e - \frac{1}{2} \operatorname{Tr}(K(Y\alpha)(Y\alpha)^T) + \rho \|K - K_0\|_F^2$$

qui est un programme semidéfini dont les variables sont $K \in \mathbf{S}_n$ et $\alpha \in \mathbb{R}^n$, où le paramètre $\rho > 0$ contrôle la distance avec le noyaux initial. Le noyau optimal peut s'écrire comme

$$K^* = (K_0 + (Y\alpha)(Y\alpha)^T/(4\rho))_+$$

ce qui peut s'interpréter comme une perturbation du noyaux initial K_0 .







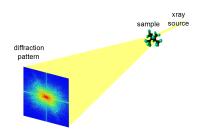


FIG. 5: Reconstruction de phase et cristallographie par rayons X [16].

1.12 Calibration des modèles de taux

La calibration des modèles de taux revient à extraire une matrice de covariance des informations de prix sur un certain nombre de produits liquides. La stabilité et la fiabilité de ce processus ont un impact important sur la gestion des risques et la couverture des produits dérivés générés en utilisant le modèle. D'Aspremont [20] dérive une formule d'approximation pour le prix des swaptions, les instruments de référence pour la corrélation sur les marchés de taux, et formule le problème de calibration comme un programme semidéfini.

1.13 Reconstruction de phase

Le problème de reconstruction de phase, i.e. le problème de reconstruire un signal complexe à partir d'informations sur le module d'observations linéaires, a de nombreuses applications en traitement du signal, notamment en cristallographie par rayons X ([33]), en imagerie par diffraction ([14]) ou en microscopie ([40]). Dans toutes ces applications, les détecteurs ne mesurent que l'amplitude des signaux et pas leur phase. Des mesures linéaires sur un signal complexe $x \in \mathbf{C}^p$ sont obtenues via un opérateur A et le problème consiste à reconstruire x en n'utilisant que les valeurs des modules |Ax|. En fonction des propriétés de A, le problème de reconstruction de la phase de Ax peut avoir une solution unique caractérisée par les mesures |Ax|, et cette solution peut être stable sous certaines conditions.

Reconstruire la phase de Ax à partir des observations |Ax| est un problème non convexe, combinatoire. Jusqu'à présent, ce problème était abordé en utilisant divers algorithmes gourmands [29, 26, 32] qui alternent projections sur l'image de A

106







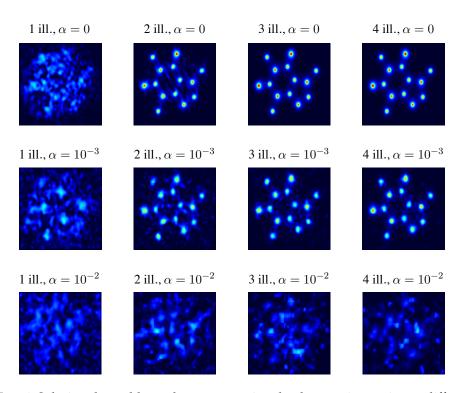


FIG. 6: Solution du problème de reconstruction de phase en imagerie par diffraction de rayons X cohérents, obtenue à partir du SDP combiné avec un algorithme gourmand sur la molécule de caféine, pour plusieurs valeurs du nombre d'illuminations masquées et du niveau de bruit.

et sur l'ensemble des vecteur y tels que |y|=|Ax|. Plus récemment, dans [17, 15], les auteurs ont formulé la reconstruction de phase comme un problème de complétion de matrice en utilisant une procédure de relaxation classique due à Lovász et Schrijver [38], et ont étudié la performance de relaxations semidéfinies spécialisées à ce problème.

Les résultats récents de Waldspurger et al. [53] séparent le problème en phase du problème en signal et formulent le problème de reconstruction de phase comme un programme quadratique sur le tore complexe unité. La relaxation semidéfinie de ce programme a une structure très similaire à celle de la relaxation classique de MaxCut. Ce parallèle a un double avantage. Il permet d'abord d'appliquer la vaste librairie d'algorithmes pour MaxCut au problème de phase. Il permettra peut-être aussi de simplifier l'analyse de performance de la relaxation semi-



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$





définie pour la reconstruction de phase, en s'inspirant des nombreux résultats disponibles pour MaxCut. La figure 6 montre la solution d'un problème de reconstruction de phase en imagerie par diffraction de rayons X cohérents, obtenue à partir du SDP combiné avec un algorithme gourmand.

2 Dualité et Algorithmes

Cette section rappelle brièvement la construction du dual d'un programme semidéfini et évoque très brièvement aussi la résolution numériques de problèmes de taille raisonnable. Le lecteur est invité à consulter les ouvrages de Boyd et Vandenberghe [11] et de Ben-Tal et Nemirovski [6] qui couvrent ces algorithmes plus en détail, ainsi que Nesterov [46] sur les méthodes du premier ordre appliquées aux problèmes de grande dimension.

La dualité pour les programmes semidéfinis fonctionne exactement comme dans les cas des programmes linéaires, seul le cône change. Partant d'un SDP

minimize
$$\operatorname{Tr}(CX)$$

subject to $\operatorname{Tr}(A_iX) = b_i, \quad i = 1, \dots, m$
 $X \succ 0$

dans la variable $X \in \mathbf{S}_n$. Le cône des matrices semidéfinies positives est symétrique, i.e.

$$Z \succeq 0 \iff \mathbf{Tr}(ZX) \geq 0$$
, for all $X \succeq 0$,

et les multiplicateurs de Lagrange sont donc des matrices semidéfinies positives. On forme le Lagrangien

$$L(X, y, Z) = \mathbf{Tr}(CX) + \sum_{i=1}^{m} y_i \left(b_i - \mathbf{Tr}(A_i X) \right) - \mathbf{Tr}(ZX)$$

avec multiplicateurs de Lagrange $y\in\mathbb{R}^m$ et $Z\in\mathbf{S}_n$ où $Z\succeq 0$. Après réarrangement des termes, on obtient

$$L(X, y, Z) = \mathbf{Tr} (X (C - \sum_{i=1}^{m} y_i A_i - Z)) + b^T y$$

En minimisant cette fonction affine de *X*, le dual s'écrit

$$\begin{aligned} \text{maximize} \quad b^T y \\ \text{subject to} \quad & Z = C - \sum_{i=1}^m y_i A_i \\ & Z \succeq 0, \end{aligned}$$

108







"matapli101" — 2013/7/17 — 18:53 — page 109 — #109



Quelques applications de la programmation semidéfinie

qui est également un programme semidéfini en y, Z.

La description des questions algorithmiques liées à la programmation semidéfinie sort du champs de cet article. La résolution de problèmes en grandes dimensions reste d'ailleurs un sujet de recherche largement ouvert. Les librairies numériques destinées à résoudre des problèmes de petite taille en utilisant des méthodes de point intérieur sont par contre beaucoup plus mûres. Il existe même des libraires qui interprètent les problèmes d'optimisation conique "en langage naturel" et font l'interface avec les algorithmes classiques. En particulier, la relaxation SDP du problème MAXCUT

$$\begin{aligned} & \max. & & \mathbf{Tr}(XC) \\ & \text{s.t.} & & \mathbf{diag}(X) = \mathbf{1} \\ & & & X \succeq 0, \end{aligned}$$

se résout simplement en utilisant CVX [31] et SDPT3 [52], avec le code suivant

```
cvx_begin
variable X(n,n) symmetric
maximize trace(C*X)
subject to
diag(X) == 1
X == semidefinite(n)
cvx_end
```

Ce programme résout très efficacement des problèmes comportant une centaine de variables. Au delà de quelques milliers de variables, la question reste ouverte.









Bibliographie

- [1] F. Alizadeh. Interior point methods in semidefinite programming with applications to combinatorial optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 5: 13–51, 1995.
- [2] N. Alon and A. Naor. Approximating the cut-norm via Grothendieck's inequality. In *Proceedings of the thirty-sixth annual ACM symposium on Theory of computing*, pages 72–80. ACM, 2004.
- [3] A.A. Amini and M. Wainwright. High-dimensional analysis of semidefinite relaxations for sparse principal components. *The Annals of Statistics*, 37(5B): 2877–2921, 2009.
- [4] O. Banerjee, L. El Ghaoui, and A. d'Aspremont. Model selection through sparse maximum likelihood estimation for multivariate Gaussian or binary data. *The Journal of Machine Learning Research*, 9:485–516, 2008.
- [5] A. Barvinok. *A course in convexity*. American Mathematical Society, 2002.
- [6] A. Ben-Tal and A. Nemirovski. *Lectures on modern convex optimization : analysis, algorithms, and engineering applications.* MPS-SIAM series on optimization. Society for Industrial and Applied Mathematics : Mathematical Programming Society, Philadelphia, PA, 2001.
- [7] A. Ben-Tal and A. Nemirovski. On tractable approximations of uncertain linear matrix inequalities affected by interval uncertainty. *SIAM Journal on Optimization*, 12(3):811–833, 2002.
- [8] A. Ben-Tal, A. Nemirovski, and C. Roos. Robust solutions of uncertain quadratic and conic-quadratic problems. *SIAM Journal on Optimization*, 13(2): 535–560, 2003. ISSN 1052-6234.
- [9] A. Ben-Tal, L. El Ghaoui, and A.S. Nemirovski. *Robust optimization*. Princeton University Press, 2009.
- [10] Q. Berthet and P. Rigollet. Optimal detection of sparse principal components in high dimension. *Arxiv preprint arXiv*:1202.5070, 2012.
- [11] S. Boyd and L. Vandenberghe. *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004.
- [12] S. Boyd, P. Diaconis, and L. Xiao. Fastest mixing Markov chain on a graph. *Siam Review*, 46(4):667–690, 2004.
- [13] L. Brickman. On the field of values of a matrix. *Proceedings of the American Mathematical Society*, pages 61–66, 1961.









- [14] O. Bunk, A. Diaz, F. Pfeiffer, C. David, B. Schmitt, D.K. Satapathy, and JF Veen. Diffractive imaging for periodic samples: retrieving one-dimensional concentration profiles across microfluidic channels. *Acta Crystallographica Section A: Foundations of Crystallography*, 63(4):306–314, 2007.
- [15] E. J. Candes, T. Strohmer, and V. Voroninski. Phaselift: exact and stable signal recovery from magnitude measurements via convex programming. *To appear in Communications in Pure and Applied Mathematics*, 2011a.
- [16] E.J. Candes, Y. Eldar, T. Strohmer, and V. Voroninski. Phase retrieval via matrix completion. *Arxiv preprint arXiv* :1109.0573, 2011b.
- [17] A. Chai, M. Moscoso, and G. Papanicolaou. Array imaging using intensity-only measurements. *Inverse Problems*, 27:015005, 2011.
- [18] M. Cuturi, J.-P. Vert, and A. d'Aspremont. White functionals for anomaly detection in dynamical systems. *ArXiv* : 0908.0143, 2009.
- [19] G. B. Dantzig. *Linear programming and extensions*. Princeton University press, 1963.
- [20] A. d'Aspremont. Interest rate model calibration using semidefinite programming. *Applied Mathematical Finance*, 10(3):183–213, 2003.
- [21] A. d'Aspremont and L. El Ghaoui. A semidefinite relaxation for air traffic flow scheduling. *ArXiv cs.CE/0609145*, 2006.
- [22] A. d'Aspremont, L. El Ghaoui, M.I. Jordan, and G. R. G. Lanckriet. A direct formulation for sparse PCA using semidefinite programming. *SIAM Review*, 49(3):434–448, 2007.
- [23] A. d'Aspremont, F. Bach, and L. El Ghaoui. Optimal solutions for sparse principal component analysis. *Journal of Machine Learning Research*, 9:1269–1294, 2008.
- [24] A. d'Aspremont, F. Bach, and L. El Ghaoui. Approximation bounds for sparse principal component analysis. *ArXiv*: 1205.0121, 2012.
- [25] A. Dobra, C. Hans, B. Jones, J.R. J. R. Nevins, G. Yao, and M. West. Sparse graphical models for exploring gene expression data. *Journal of Multivariate Analysis*, 90(1):196–212, 2004.
- [26] J.R. Fienup. Phase retrieval algorithms: a comparison. *Applied Optics*, 21 (15):2758–2769, 1982.
- [27] J. Friedman, T. Hastie, and R. Tibshirani. Sparse inverse covariance estimation with the graphical lasso. *Biostatistics*, 9(3):432, 2008.
- [28] A. Frieze and R. Kannan. Quick approximation to matrices and applications. *Combinatorica*, 19(2):175–220, 1999.







- [29] R. Gerchberg and W. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 35:237–246, 1972.
- [30] M.X. Goemans and D.P. Williamson. Improved approximation algorithms for maximum cut and satisfiability problems using semidefinite programming. *J. ACM*, 42:1115–1145, 1995.
- [31] M. Grant, S. Boyd, and Y. Ye. CVX: Matlab software for disciplined convex programming. 2001.
- [32] D. Griffin and J. Lim. Signal estimation from modified short-time fourier transform. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, 32 (2):236–243, 1984.
- [33] R.W. Harrison. Phase problem in crystallography. *JOSA A*, 10(5):1046–1055, 1993.
- [34] I. T. Jolliffe. Principal component analysis. Springer-Verlag, 1986.
- [35] N. K. Karmarkar. A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Combinatorica*, 4:373–395, 1984.
- [36] L. G. Khachiyan. A polynomial algorithm in linear programming (in Russian). *Doklady Akedamii Nauk SSSR*, 244:1093–1096, 1979.
- [37] J. B. Lasserre. Global optimization with polynomials and the problem of moments. *SIAM Journal on Optimization*, 11(3):796–817, 2001.
- [38] L. Lovász and A. Schrijver. Cones of matrices and set-functions and 0-1 optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 1(2):166–190, 1991.
- [39] R. Luss and A. d'Aspremont. Support vector machine classification with indefinite kernels. In J.C. Platt, D. Koller, Y. Singer, and S. Roweis, editors, *Advances in Neural Information Processing Systems* 20, pages 953–960. MIT Press, Cambridge, MA, 2008.
- [40] J. Miao, T. Ishikawa, Q. Shen, and T. Earnest. Extending x-ray crystallography to allow the imaging of noncrystalline materials, cells, and single protein complexes. *Annu. Rev. Phys. Chem.*, 59:387–410, 2008.
- [41] A.S. Nemirovski. *Computation of matrix norms with applications to Robust Optimization*. PhD thesis, Technion, 2005.
- [42] A. Nemirovskii and D. Yudin. Problem complexity and method efficiency in optimization. *Nauka (published in English by John Wiley, Chichester, 1983)*, 1979.
- [43] Y. Nesterov. A method of solving a convex programming problem with convergence rate $O(1/k^2)$. Soviet Mathematics Doklady, 27(2):372–376, 1983.









- [44] Y. Nesterov. Semidefinite relaxation and nonconvex quadratic optimization. *Optimization methods and software*, 9(1):141–160, 1998.
- [45] Y. Nesterov. Squared functional systems and optimization problems. Technical Report 1472, CORE reprints, 2000.
- [46] Y. Nesterov. Introductory Lectures on Convex Optimization. Springer, 2003.
- [47] Y. Nesterov and A. Nemirovskii. *Interior-point polynomial algorithms in convex programming*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1994.
- [48] P. Parrilo. Structured Semidefinite Programs and Semialgebraic Geometry Methods in Robustness and Optimization. PhD thesis, California Institute of Technology, 2000.
- [49] M. Putinar. Positive polynomials on compact semi-algebraic sets. *Indiana University Mathematics Journal*, 42(3):969–984, 1993.
- [50] N.Z. Shor. Quadratic optimization problems. *Soviet Journal of Computer and Systems Sciences*, 25:1–11, 1987.
- [51] J. Sun, S. Boyd, L. Xiao, and P. Diaconis. The fastest mixing Markov process on a graph and a connection to a maximum variance unfolding problem. *SIAM Review*, 48(4):681–699, 2006.
- [52] K. C. Toh, M. J. Todd, and R. H. Tutuncu. SDPT3 a MATLAB software package for semidefinite programming. *Optimization Methods and Software*, 11:545–581, 1999.
- [53] I. Waldspurger, A. d'Aspremont, and S. Mallat. Phase recovery, maxcut and complex semidefinite programming. *ArXiv* : 1206.0102, 2012.
- [54] K.Q. Weinberger and L.K. Saul. Unsupervised Learning of Image Manifolds by Semidefinite Programming. *International Journal of Computer Vision*, 70(1): 77–90, 2006.
- [55] U. Zwick. Outward rotations: a tool for rounding solutions of semidefinite programming relaxations, with applications to max cut and other problems. In *Proceedings of the thirty-first annual ACM symposium on Theory of computing*, pages 679–687. ACM, 1999.







"matapli
101" — 2013/7/17 — 18:53 — page 114 — #114











Apprentissage statistique à grande échelle par approximation stochastique

par Francis Bach¹

Résumé

De nombreux problèmes d'apprentissage statistique peuvent être formulés comme des problèmes d'optimisation convexes. Une difficulté pratique importante est liée au grand nombre d'observations. Dans ce cadre, les algorithmes en-ligne qui n'accèdent aux données que peu de fois sont privilégiés. Dans cet article, nous présentons une analyse moderne des algorithmes d'approximation stochastique, en mettant en évidence l'adaptivité naturelle de ces méthodes à la difficulté du problème, ainsi qu'un nouvel algorithme adapté à plusieurs passages sur les données et atteignant une convergence linéaire (ces travaux ont été effectués en collaboration avec Nicolas Le Roux, Eric Moulines et Mark Schmidt).

1 Introduction

L'apprentissage statistique est un domaine scientifique récent, positionné entre les mathématiques appliquées, les statistiques et l'informatique. Ses objectifs sont l'optimisation, le contrôle et la modélisation de systèmes complexes à partir d'exemples. Il s'applique à des données de nombreuses autres disciplines scientifiques (comme la vision artificielle, la bioinformatique, les neurosciences, le traitement du signal sonore, le traitement du texte, l'économie, la finance, etc.), le but final étant de dégager des théories et algorithmes généraux permettant des avancées intéressantes dans chacune de ces disciplines.

Les nouveaux problèmes posés dans la plupart de ces domaines scientifiques et dans l'industrie sont maintenant à la fois *massifs* et *complexes*, donnant lieu à de nouvelles problématiques de recherche. La complexité est notamment liée à une présentation non-standard des données (i.e., données non vectorielles), comme des données multimédia (texte, image, son, vidéo) ou des données encore plus structurées, comme en bio-informatique (graphes, structures tri-dimensionnelles de molécules). Cette complexité peut être notamment traitée par méthodes à





 $^{^1 \}rm INRIA$, Equipe-projet SIERRA, Département d'Informatique de l'École Normale Supérieure, francis.bach@ens.fr





noyaux [1] ou par parcimonie structurée [2]. Dans cet article, nous étudierons plus précisément le côté massif et nous ferons l'hypothèse que les données sont représentées par un vecteur de descripteurs de taille p (qui peut grandir avec n dans le cas de l'estimation non-paramétrique).

Le caractère massif est plus récent. Le nombre d'observations n, et le nombre de tâches à résoudre k (typiquement le nombre de classes dans un problème de reconnaissance d'objets) sont gigantesques ($n>10^8$, $k>10^4$ dans les jeux de données académiques actuels, bien plus dans le futur). Dans ce cadre, la complexité algorithmique doit être prise en compte et idéalement, le temps de calcul doit être proportionnel au coût de stockage des données, i.e., O(nk+np) si aucune hypothèse n'est faite. Dans cet article, nous considérons principalement la dépendance dans le nombre d'observations n et montrons comment la linéarité peut être atteinte.

Les principales conséquences de ce nouvel enjeu sont les suivantes : (1) l'optimisation et les statistiques doivent être traités simultanément, (2) les méthodes simples sont nécessaires et la plupart sont des variantes de l'algorithme du gradient stochastique, communément appelé l'algorithme de Robbins-Monro (voir [3] et Section 3).

Dans cet article, nous présentons deux contributions : (1) l'analyse moderne (globale et non-asymptotique) des algorithmes d'approximation stochastique, en mettant en évidence l'adaptivité naturelle de ces méthodes à la difficulté du problème, et (2) un nouvel algorithme adapté à plusieurs passages sur les données et atteignant une convergence linéaire.

2 Apprentissage supervisé et optimisation convexe

Risque empirique régularisé. Nous considérons des observations $(x_i, y_i) \in \mathcal{X} \times \mathbb{R}$, $i = 1, \ldots, n$, indépendantes et identiquement distribuées. Par exemple, dans le cas de la vision artificielle, x_i représente une image, et y_i est un scalaire codant la présence ou l'absence d'un certain objet dans cette image.

Le but de l'apprentissage supervisé est d'apprendre une fonction de $\mathcal X$ vers $\mathbb R$. Une grande partie des différentes méthodes disponibles posent le problème comme la minimisation d'un *risque empirique régularisé*. Ceci nécessite la définition :

- d'un espace de fonctions, typiquement à travers une paramétrisation linéaire, i.e., $\theta^{\top}\Phi(x)$, $\Phi(x) \in \mathbb{R}^p$ étant un vecteur de caractéristiques liées au domaine









(dans le cadre de la vision artificielle, ces descripteurs contiennent des informations sur la couleur, la texture ou les formes présentes dans l'image x),

- d'une fonction de perte $\ell: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ caractérisant le coût $\ell(y, \hat{y})$, lié à une prédiction \hat{y} alors que la vraie valeur est y. Cette perte est choisie le plus souvent convexe par rapport à la deuxième variable, à la fois pour la régression et la classification binaire (voir [1]),
- d'un terme de régularisation Ω permettant d'éviter le sur-apprentissage. Dans cet article, nous considérons par simplicité le carré de la norme Euclidienne, i.e., $\Omega(w) = \frac{1}{2}\theta^{\top}\theta$ (voir [2] pour d'autres choix plus structurés).

Le problème d'apprentissage supervisé est alors formulé comme le problème d'optimisation suivant,

$$\min_{\theta \in \mathbb{R}^p} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ell(y_i, \theta^\top \Phi(x_i)) + \mu \Omega(\theta),$$

dont $\hat{\theta}$ sera une solution. Deux quantités sont importantes dans l'étude de ce problème : (1) le risque empirique $\hat{f}(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ell(y_i, \theta^\top \Phi(x_i))$, correspondant au coût d'entrainement (une quantité à laquelle l'algorithme a accès), (2) l'erreur de généralisation, $f(\theta) = \mathbb{E}_{(x,y)}\ell(y,\theta^\top \Phi(x))$, correspondant au coût de test (quantité inacessible au moment de l'entrainement, mais qui est celle que l'on cherche à minimiser). Traditionnellement, deux tâches sont traitées séparément par deux communautés scientifiques différentes : (1) analyser la performance prédictive $f(\hat{\theta})$ de $\hat{\theta}$ (stastistiques) et (2) calculer numériquement $\hat{\theta}$ (optimisation). Nous verrons en Section 3 comment combiner les deux approches.

Forte convexité et régularité. A la fois pour les stastistiques et l'optimisation, les concepts de forte convexité et de regularité sont cruciaux. Dans cet article, une fonction $g:\mathbb{R}^p \to \mathbb{R}$ sera dite regulière si elle est deux fois différentiable et si sa Hessienne est uniformément bornée supérieurement (pour la norme d'opérateur) par une constante L. Dans un cadre d'apprentissage et avec une perte ℓ elle-même régulière, ceci correspond à avoir des descripteurs $\Phi(x)$ uniformément bornés, une hypothèse relativement faible.

Une fonction $g:\mathbb{R}^p\to\mathbb{R}$ est fortement convexe si et seulement si il existe une constante μ strictement positive telle que $\theta\mapsto g(\theta)-\frac{\mu}{2}\theta^{\top}\theta$ est convexe. Si g est par ailleurs deux fois différentiable, ceci est équivalent à des Hessiennes dont la plus petite valeur propre est uniformément bornée inférieurement par μ . Dans un cadre d'apprentissage et avec une perte ℓ elle-même fortement convexe, ceci correspond à avoir des descripteurs $\Phi(x)$ dont la matrice des moments d'ordre deux est inversible. Ceci est une hypothèse relativement forte, car elle impose typique-



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$





ment d'être en dimension p inférieure à n. Alternativement, la régularisation peut assurer la forte convexité (comme par exemple en utilisant $\Omega(w) = \frac{\mu}{2}\theta^{\top}\theta$).

Optimization et forte convexité. Dans le cadre de l'optimisation d'une fonction régulière g, la forte convexité est un élément essentiel pour la performance des schémas numériques. En effet, pour l'algorithme itératif de la descente de gradient, de la forme $\theta_t = \theta_{t-1} - \gamma g'(\theta_{t-1})$, le taux de convergence est linéaire lorsque g est fortement convexe, i.e., si θ_* est le minimum global unique, $g(\theta_t) - g(\theta_*) = O(\rho^t)$ avec $\rho \in [0,1[$, alors que le taux n'est que de O(1/t) pour les fonction convexes (voir [4]). Cependant, les problèmes d'apprentissage sont spécifiques [5], et des algorithmes d'optimisation considérés comme moins performants peuvent être supérieurs si ils utilisent le fait que les fonctions à minimiser en apprentissage statistique sont des espérances, comme le font les techniques d'approximation stochastique.

3 Approximation stochastique

Face à la quantité croissante de données, deux problèmes numérique et statistique sont maintenant souvent traités simultanément. Le problème peut être formalisé comme suit : minimiser une fonction convexe $f(\theta)$ en ne connaissant que des estimateurs non biaisés $f_n'(\theta)$ des gradients $f'(\theta)$ en certains points $\theta \in \mathbb{R}^p$. Dans un cadre d'apprentissage, on a $f_n(\theta) = \ell(y_n, \theta^\top \Phi(x_n))$ avec $f(\theta) = \mathbb{E} f_n(\theta) = \mathbb{E} \ell(y_n, \theta^\top \Phi(x_n))$ l'erreur de généralisation. On a bien, sous hypothèses raisonnables, $f'(\theta) = \mathbb{E} f_n'(\theta) = \mathbb{E} \left\{ \ell'(y_n, \theta^\top \Phi(x_n)) \Phi(x_n) \right\}$. Il est important de noter ici que la fonction à optimiser est inobservable.

Le principal algorithme est la descente de gradient stochastique (appelé aussi algorithme de Robbins-Monro [3]), qui correspond à la récursion suivante :

$$\theta_n = \theta_{n-1} - \gamma_n f_n'(\theta_{n-1}),$$

avec le moyennage de "Polyak-Ruppert"[6, 7] $\bar{\theta}_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \theta_k$. Un des éléments cruciaux est le choix du pas γ_n , souvent pris de la forme $Cn^{-\alpha}$.

Principaux résultats connus. Les taux de convergence optimaux sont connus pour l'optimisation stochastique [8] :

- Dans le cas fortement convexe, la meilleure complexité possible est de l'ordre







de O(1/n), et est atteinte par le gradient stochastique moyenné, avec un pas $\gamma_n \propto n^{-1}$.

– Dans le cas non-fortement convexe, la meilleure complexité possible est de l'ordre de $O(1/\sqrt{n})$, et est atteinte par le gradient stochastique moyenné, avec un pas $\gamma_n \propto n^{-1/2}$.

Ces taux sont globaux et non-asymptotiques. Un des problèmes cependant est que selon les propriétés de la fonction, il est nécessaire de changer l'algorithme en adaptant le pas γ_n .

Dans un cadre asymptotique, [6, 7] ont montré que tous les pas proportionels à $n^{-\alpha}$ avec $\alpha \in]1/2,1[$ donnent lieu à une convergence en $O(n^{-1})$ pour les problèmes fortement convexes, avec une analyse non asymptotique présentée par [9]. Il est donc tentant de s'assurer que le pas $\gamma_n \propto n^{-1/2}$ permet en effet d'obtenir la meilleure convergence possible dans toutes les situations.

Adaptivité du gradient stochastique. Dans cette partie, nous nous focalisons sur la régression logistique (adaptée à la classification binaire), pour laquelle $(x_n,y_n)\in\mathbb{R}^p\times\{-1,1\}$ et $f_n(\theta)=\log(1+\exp(-y_n\theta^\top x_n))$. La fonction $u\mapsto\log(1+e^{-u})$ n'étant pas fortement convexe, l'erreur de généralisation $f(\theta)=\mathbb{E}f_n(\theta)$ ne peut pas être fortement convexe, à moins de restreindre le domaine de θ (ce qui introduit des dépendances exponentielles dans la borne utilisée). La bonne notion de forte convexité est alors locale et, dans ce qui suit, μ est égal à la plus petite valeur propre de la Hessienne de f à l'optimum global. On peut montrer [10] que si γ est constant égal à $1/(2R^2\sqrt{n})$, avec R le diamètre des données, alors, après n pas de gradient stochastique moyennés, on a

$$\mathbb{E}f(\bar{\theta}_n) - f(\theta_*) \leqslant \min\left\{\frac{1}{\sqrt{n}}, \frac{R^2}{n\mu}\right\} \left(15 + 5R\|\theta_0 - \theta_*\|\right)^4,$$

avec θ_* l'optimum global et θ_0 le point de départ de l'algorithme. Ce résultat montre l'adaptivité du gradient stochastique (si la constante de forte de convexité s'avère être grande, l'algorithme l'utilise implicitement et peut donc bénéficier de forte convexité fortuite) et se montre à l'aide de la théorie de la "self-concordance" (voir [10]).

Extensions et problèmes ouverts. Diverses extensions existent, comme l'extension de l'analyse à tous les moments $\mathbb{E}\big[f(\bar{\theta}_n)-f(\theta_*)\big]^d$ [10], l'inclusion d'un terme non-différentiable pour les problèmes de parcimonie [11], l'analyse d'erreurs non-aléatoires sur les gradients [12]. Il existe aussi des problèmes encore









ouverts, comme le choix adaptatif du pas ("line search") et la conception d'algorithmes faiblement super-linéaires pour les problèmes non-paramétriques liés aux méthodes à noyaux [1].

4 Gradient stochastique moyen (SAG)

Les travaux décrits ci-dessus font l'hypothèse que les données sont visitées une seule fois. Ceci est avantageux en pratique (un seul passage sur les données) et en théorie (on optimise explicitement l'erreur de généralisation). Cependant, il est souvent nécessaire de faire plus d'un passage sur les données pour obtenir une meilleure performance de prédiction. Il faut alors régulariser le problème (par exemple par la norme Euclidienne) pour éviter le sur-apprentissage.

Nous considérons donc le problème de la minimisation d'une fonction $g(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i(\theta)$ avec, typiquement, $f_i(\theta) = \ell \big(y_i, \theta^\top \Phi(x_i) \big) + \mu \Omega(\theta)$. Nous ferons l'hypothèse simplificatrice que g est μ -fortement convexe.

Les techniques de descente de gradient dites "batch" ont l'itération suivante : $\theta_t = \theta_{t-1} - \gamma_t g'(\theta_{t-1}) = \theta_{t-1} - \frac{\gamma_t}{n} \sum_{i=1}^n f_i'(\theta_{t-1})$. Si le taux de convergence est linéaire, la complexité de chaque itération est linéaire en n car les gradients de toutes les fonctions sont calculés à chaque itération. A l'opposé, la descente de gradient stochastique a des itérations moins coûteuses, mais plus nombreuses (taux de convergence en O(1/t)). Peut-on trouver un algorithme ayant un taux de convergence linéaire avec des itérations dont la complexité est indépendante de la taille du jeu de données ?

La méthode développée dans [13] est une méthode hybride : comme le gradient stochastique, à chaque itération, une des n fonctions est sélectionnée aléatoirement (avec remplacement) et le gradient de cette fonction est calculé et stocké. Ainsi, au cours de l'algorithme, les gradients de toutes les fonctions sont stockés, évalués à différents points et la moyenne des gradients est calculée, donnant lieu à l'itération suivante :

$$\theta_t = \theta_{t-1} - \frac{\gamma_t}{n} \sum_{i=1}^n y_i^t \text{ avec } y_i^t = \begin{cases} f_i'(\theta_{t-1}) & \text{si } i = i(t) \\ y_i^{t-1} & \text{sinon} \end{cases},$$

où y_i^t est la version stockée au temps t du gradient de f_i . Cet algorithme est une version stochastique du "incremental average gradient" [14], qui au lieu d'échantilloner avec remplacement, cycle à travers les données. Un point intéressant que la randomisation permet de faire des plus grands pas et donne lieu à de bien meilleures propriétés de convergence.







Il est bon de noter aussi que le besoin de stockage des n gradients est réduit dans le cas de l'apprentissage car ces gradients sont proportionnel aux descripteurs $\Phi(x_i)$.

Résultat de convergence. En supposant que chacune des n fonctions est régulière (avec constante L), avec le pas constant $\gamma = \frac{1}{16L}$, si g est μ -fortement convexe, nous avons [13]:

$$\mathbb{E}\big[g(\theta_t) - g(\theta_*)\big] \leqslant \Big(\frac{8\sigma^2}{n} + \frac{4L\|\theta_0 - \theta_*\|^2}{n}\Big) \exp\Big(-t \min\Big\{\frac{1}{8n}, \frac{\mu}{16L}\Big\}\Big).$$

Nous obtenons une convergence linéaire dans le cas fortement convexe, pour lequel après chaque passage sur les données (i.e., n itérations), l'erreur est diminué d'une fraction constante $\min\left\{\frac{1}{8},\frac{\mu n}{16L}\right\}$. De plus, lorsque $\mu\geqslant\frac{2L}{n}$, ce taux est indépendant du conditionement du problème.

Simulations. En Figure 1, nous comparons différents algorithmes d'optimisation sur une tâche de classification binaire (base de données "protein", n=145751, p=74), à la fois pour l'erreur d'entrainement (pour laquelle notre borne s'applique), illustrant la convergence linéaire de l'algorithme SAG. Une estimation de l'erreur de généralisation et aussi calculée montrant les bonnes performances empiriques (sans pour l'instant de garanties théoriques). Pour plus de détails et des extensions à des situations plus structurées, voir [13].

5 Conclusion

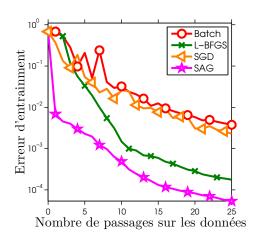
Dans cet article, nous avons présenté deux algorithmes pour l'apprentissage à grande échelle ainsi que leur analyse de convergence globale. Ces algorithmes opèrent sur une seule machine et leur analyse dans un cadre distribué avec plusieurs machines en parallèle permettrait leur application à des données massives elles-mêmes stockées de manière distribuée [15].

Remerciements. Ces travaux ont été partiellement soutenus par une bourse du European Research Council (ERC, projet SIERRA).









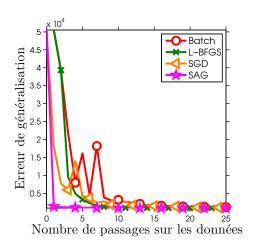


FIG. 1: Comparaison de 4 algorithmes d'optimisation : descente de gradient ("Batch"), méthode de quasi-Newton ("L-BFGS"), gradient stochastique ("SGD") et SAG. *Gauche* : excès d'erreur d'entrainement, *droite* : estimation de l'erreur de généralisation.

Bibliographie

- [1] J. Shawe-Taylor and N. Cristianini. *Kernel Methods for Pattern Analysis*. Cambridge University Press, 2004.
- [2] F. Bach, R. Jenatton, J. Mairal, and G. Obozinski. Structured sparsity through convex optimization. *Statistical Science*, 27(4):450–468, 2012.
- [3] H. J. Kushner and G. G. Yin. *Stochastic approximation and recursive algorithms and applications*. Springer-Verlag, second edition, 2003.
- [4] Y. Nesterov. *Introductory lectures on convex optimization : a basic course*. Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [5] L. Bottou and O. Bousquet. The tradeoffs of large scale learning. In *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS)*, 2008.
- [6] B. T. Polyak and A. B. Juditsky. Acceleration of stochastic approximation by averaging. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 30(4):838–855, 1992.
- [7] D. Ruppert. Efficient estimations from a slowly convergent Robbins-Monro process. Technical Report 781, Cornell University Operations Research and Industrial Engineering, 1988.
- [8] A. S. Nemirovski and D. B. Yudin. *Problem complexity and method efficiency in optimization*. John Wiley, 1983.









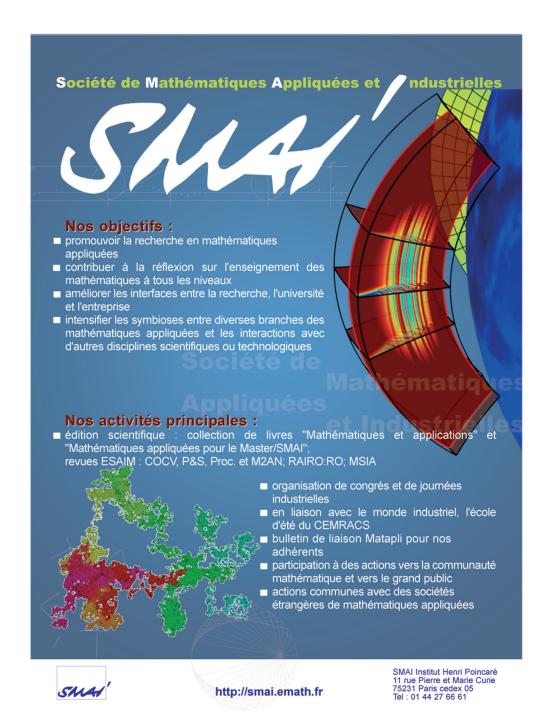
- [9] F. Bach and E. Moulines. Non-asymptotic analysis of stochastic approximation algorithms for machine learning. In *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS)*, 2011.
- [10] F. Bach. Adaptivity of averaged stochastic gradient descent to local strong convexity for logistic regression. Technical Report 00804431, HAL, 2013.
- [11] L. Xiao. Dual averaging methods for regularized stochastic learning and online optimization. *Journal of Machine Learning Research*, 11:2543–2596, 2010.
- [12] M. Schmidt, N. Le Roux, and F. Bach. Convergence rates of inexact proximal-gradient methods for convex optimization. In *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS)*, 2011.
- [13] N. Le Roux, M. Schmidt, and F. Bach. A stochastic gradient method with an exponential convergence rate for strongly-convex optimization with finite training sets. In *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS)*, 2012.
- [14] D. Blatt, A.O. Hero, and H. Gauchman. A convergent incremental gradient method with a constant step size. *SIAM Journal on Optimization*, 18(1):29–51, 2008.
- [15] D. P. Bertsekas and J. N. Tsitsiklis. *Parallel and distributed computation*. Prentice Hall, 1989.



















Une équipe de mathématiques dans un laboratoire d'ingénierie

ou comment tenter de repousser les limites de l'interaction des mathématiques sans y perdre son identité

par M. Boileau, A. Larat, F. Laurent-Nègre, M. Massot¹

A l'occasion de la célébration des 30 ans de la SMAI et suite aux deux prix de thèse GAMNI/SMAI puis ECCOMAS au niveau Européen obtenus en 2010 et 2011 par D. Kah et M. Duarte successivement, cet article propose un éclairage rétrospectif et prospectif sur l'équipe de mathématiques au sein de laquelle ces travaux ont été menés. Cette équipe est constituée de quatre membres permanents, les quatre auteurs. Elle s'est formée à partir de la tentative relativement singulière dans la communauté d'un positionnement original, d'une greffe expérimentale d'une équipe de mathématiciens dans un laboratoire d'ingénierie², le laboratoire EM2C - UPR CNRS 2883. Amorcée en 2004 suite à des échanges entre S. Candel et M. Massot⁴, cette initiative s'est révélée une riche aventure, tant pour l'équipe que pour le laboratoire. Au-delà des difficultés inhérentes et naturelles associées aux différences d'objectifs, de fonctionnement et de culture entre un laboratoire d'ingénierie et un laboratoire de mathématiques, le projet s'est éloigné de la trajectoire initialement prévue et a mené à des retombés inattendues. Cette greffe pourrait se révéler une expérience intéressante, une de ces structures qui émergent spontanément de la communauté et peuvent constituer une source





¹Laboratoire EM2C - Energétique Moléculaire et Macroscopique, Combustion - UPR CNRS 288, Ecole Centrale Paris, Grande Voie des Vignes, 92295 Chatenay-Malabry Cedex et Fédération de Mathématiques de l'Ecole Centrale Paris, FR CNRS 3487. Correspondance marc.massot@ecp.fr

²Il existe des exemples d'un poste interdisciplinaire (échange CNRS 01/10, poste 26/60) dans un laboratoire (par ex. l'UME Ensta-ParisTech) ou d'une collaboration interdisciplinaire efficace entre plusieurs entités comme le LRC Manon entre le LJLL, UPMC-CNRS et le DM2S de la DEN du CEA-Saclay, le laboratoire Saint-Venant (CETMEF/EDF R&D/ENPC), ou encore des équipes de mathématiciens dans un laboratoire du CEA Saclay (DEN/DS2M/SFME), d'EDF R&D ou encore l'exemple du département de mathématiques de l'IPFEn, mais nous n'avons pas trouvé d'antécédent à l'installation d'une équipe de mathématiques à vocation interdisciplinaire dans un laboratoire d'ingénierie.

³EM2C est alors un laboratoire phare de la section 10 (Milieux Fluides et Réactifs : Transport, Transferts, Procédés de Transformation) du département Sciences Pour l'Ingénieur du CNRS, devenu l'Institut des Sciences de l'Ingénierie et des Systèmes (INSIS).

⁴S. Candel, Professeur de l'Ecole Centrale Paris (ECP), membre de l'Académie des Sciences, il est un éminent spécialiste international dans le domaine de la combustion. M. Massot était alors CR au CNRS en section 01 (Mathématiques et Outils de Modélisation) au MAPLY, UMR CNRS 5585, Université Claude Bernard Lyon 1, dirigé par M. Schatzmann.





d'idées et de pistes, tant pour les chercheurs que pour les tutelles, afin de créer et faire vivre de nouvelles *variétés* de recherche.

1 Origines et enjeux

L'histoire débute en 2003. F. Laurent-Nègre est recrutée sur un poste de chargée de recherche CNRS interdisciplinaire, pourvu par la section 01 et affectée au laboratoire EM2C en section 10; puis M. Massot est recruté en janvier 2005 sur un poste de professeur Ecole Centrale Paris (ECP). Le laboratoire est organisé en plusieurs axes de recherche : Combustion, Nano-optique et Nano-thermique, Plasmas hors équilibre, Rayonnement et transferts couplés. L'axe Combustion étudie la dynamique et les instabilités de flammes, l'analyse et la modélisation de la combustion turbulente, les mécanismes fondamentaux, les diagnostics et la simulation performante de la combustion. L'objectif de la *greffe* mathématique est alors d'engager une collaboration interdisciplinaire dans le domaine de la modélisation et de la simulation et de lever des difficultés rencontrées traditionnellement, tant sur les aspects fondamentaux que pour les applications industrielles. Les outils sont la modélisation, l'analyse des EDPs, l'étude des systèmes dynamiques, la conception de schémas numériques pour les problèmes multi-échelles et leur analyse numérique et asymptotique, ainsi que le calcul haute performance.

Le changement de paradigme est important. Tout d'abord, un laboratoire d'ingénierie repose sur une composante expérimentale, sinon majoritaire, au moins aussi conséquente que la partie simulation : lorsque l'on conçoit un modèle et une méthode numérique, on met aussi en place un dispositif expérimental et un ensemble de diagnostics optiques permettant de valider l'approche par comparaison avec des mesures expérimentales. On peut alors "voir" la flamme que l'on simule dans les nombreuses salles d'expériences du laboratoire. Nous avons même pu concevoir avec les expérimentateurs les futures configurations les mieux à même de valider un code de calcul [16, 22] ou d'analyser la physique d'un phénomène élémentaire ou d'une configuration industrielle. Par ailleurs, au-delà de ces nouveaux enjeux et de l'intégration qui doit s'en suivre, l'équipe de mathématiques constitue alors une minorité dont l'objectif est de mettre en place une véritable collaboration interdisciplinaire sur le long terme⁵, dans un laboratoire qui poursuit ses recherches et doit tenir sa place dans la communauté des sciences de l'ingénieur.



⁵On pourra consulter [4] pour se convaincre que, de tout temps, mener à bien une recherche interdisciplinaire créatrive et efficace demande un investissement sur le long terme.





Pour que cette *greffe* trouve son sens, il faut pouvoir garantir que l'interface avec les mathématiques soit fructueuse à double sens. L'équipe de mathématiques ne doit pas se transformer en "mathématiques de service" mais continuer d'être reconnue dans le domaine mathématique et y produire une recherche originale du fait de l'interaction. Elle doit aussi apporter une véritable contribution scientifique, avec de potentielles applications industrielles, dans le domaine des sciences pour l'ingénieur. Et encore, il ne s'agit là que d'un projet à moyen terme! Pour que le filon ne s'épuise pas, cela demande que la *greffe* continue à se développer, c'est là un point essentiel, et que la motivation reste intacte et le renouvellement permanent. Cela implique aussi une évolution du laboratoire et de sa perception. Bien sûr, le seul moyen d'arriver à ce niveau d'interaction est de s'appuyer sur des thématiques scientifiques identifiées et bien choisies et de se structurer pour résister aux tentations naturelles⁶ et maintenir les conditions de développement de la *greffe* et de son support.

2 Structuration scientifique et institutionnelle

Le choix des thématiques de recherche s'est focalisé sur deux axes. 1- La modélisation fluide Eulérienne des brouillards de gouttelettes dans des écoulements gazeux laminaires ou turbulents, en particulier les brouillards polydispersés, c'està-dire possédant un large spectre de taille de gouttes, et le développement de schémas numériques précis et efficaces associés [5, 24]; 2- l'analyse numérique fine de la séparation d'opérateur (*operator splitting*) ou méthode de pas fractionnaires pour les systèmes de réaction-diffusion en présence d'échelles rapides dans le terme source, ou encore l'étude de régimes non asymptotiques pour lesquels le pas de temps de *splitting* devient largement supérieur à certaines échelles de temps présentes dans le spectre du Jacobien du terme source complexe non-linéaire [7]. Le terme source en question provient d'un problème de propagation/dynamique de flamme [11], ou d'ondes paraboliques [14] impliquant des mécanismes détaillés (plusieurs espèces et un ensemble de réactions "chimiques" plus ou moins complexe permettant par exemple de prédire la formation des polluants).

Ces thèmes impliquent de jolis enjeux de modélisation, d'analyse mathématique et numérique. Par ailleurs, ils correspondent à des domaines dans lesquels des difficultés substantielles existent dans les sciences appliquées que ce soit dans la





⁶Se recroqueviller sur le territoire disciplinaire, ne pas prendre de risques, tant pour le laboratoire que pour l'équipe.





communauté scientifique, en mécanique des fluides et énergétique ou en génie des procédés, ou dans les domaines industriels de la propulsion automobile ou aéronautique, de la sureté nucléaire, etc. Ce choix thématique correspondait à des directions de recherche identifiées au sein du laboratoire EM2C où étaient menées des analyses fines des phénomènes physiques avec un ensemble de montages expérimentaux de diverses tailles, associés à des diagnostics lasers de pointe, allant de configurations laminaires bien contrôlées aux foyers turbulents en combustion diphasique proches des configurations industrielles du constructeur aéronautique SAFRAN. Pour finir, ces deux axes de recherche se prêtaient bien à la construction d'algorithmes dédiés au calcul intensif sur architectures parallèles car les études étaient menées avec une cohérence initiale entre le développement de modèles, de schémas et d'algorithmes assurant le passage à l'échelle. Ce dernier point est essentiel car le calcul scientifique est un lieu de rencontre avec nos collègues des sciences de l'ingénieur et les partenaires industriels. Le calcul scientifique permet de "démontrer" la pertinence des outils que nous avons pu développer en les validant par comparaison à des mesures expérimentales et en contribuant à la compréhension fine des phénomènes physiques. C'est à ce niveau que l'on peut pressentir et préparer les percées à venir. Nous avons donc investi du temps pour développer des codes de calcul qui jouent le rôle de passerelles avec nos collaborateurs et partenaires.

Une fois les thématiques identifiées, il fallait créer le cadre de travail. Pour ce faire, nous nous sommes appuyés sur un réseau de partenaires, en particulier dans la communauté mathématique, suite à nos passages dans plusieurs laboratoires ⁷, ainsi que sur notre appartenance à plusieurs GdR de l'INSMI⁸. Nous avons aussi développé ou poursuivi des collaborations avec des laboratoires d'ingénierie ⁹ et des instituts de recherche comme l'IFPEn et l'ONERA. Cela nous a permis de rester connectés à la communauté mathématique et de monter des projets de recherche à l'interface des disciplines à deux niveaux : l'un au sein du laboratoire pour nous structurer autour de sujets de recherche communs ¹⁰, l'autre dans la communauté mathématique et d'ingénierie à l'échelle locale, nationale et internationale ¹¹.



⁷Institut Camille Jordan et UMPA à Lyon, CMAP de l'Ecole Polytechnique, CMLA Cachan, IMT Toulouse, LMO Orsay, LJLL Paris.

⁸GdR CHANT Equations Cinétiques et Hyperboliques, GdR GRIP Interactions de Particules, GdR MOAD Modélisation, Asymptotique Dynamique Non-linéaire, GdR CALCUL.

⁹LIMSI, CORIA Rouen, LMFA Lyon, IMFT Toulouse.

 $^{^{10}}$ ANR Blanc JCJC jéDYS 2005-2009 - resp. M. Massot - jeune équipe DYnamique des Sprays en évaporation et en combustion - CSD 2 et 5.

¹¹ACI Nouvelles Interfaces de Maths, ANR CIS, ANR Blanc, projet DFG-CNRS...





Ces projets ont permis le recrutement de plusieurs post-doctorants que nous avons couplé à des thèses de doctorat, elles aussi à l'interface des disciplines (Spécialité "Energétique et Mathématiques Appliquées" au sein de l'Ecole Doctorale "Sciences Pour l'Ingénieur" ED 287 à l'Ecole Centrale Paris). Nous avons demandé une reconnaissance secondaire de la section 01 pour le laboratoire du fait de la présence d'une équipe de mathématiques et participé aux instances nationales dans cette discipline¹².

Alors que des avancées montraient que la direction prise semblait être la bonne, et que notre intégration dans le laboratoire non seulement se concrétisait mais se diversifiait peu à peu au-delà de l'axe combustion, tant du point de vue mathématique que du point de vue applicatif, nous avons éprouvé le besoin de renforcer l'équipe. Nous avons été à l'origine de la demande d'un poste d'Ingénieur de Recherche Calcul Scientifique au CNRS, consacré à l'activité mathématique à mi-temps, qui a conduit au recrutement de M. Boileau en 2008. Spécialiste de calcul intensif et de combustion diphasique, M. Boileau s'est formé aux schémas numériques et aux mathématiques appliquées. A. Larat a été recruté dans l'équipe en 2010 sur un poste de Chargé de Recherche à l'interface Mathématiques/Ingénierie pourvu par la section 01 et affecté au laboratoire EM2C. Spécialiste de l'analyse numérique de schémas numériques pour les systèmes de lois de conservation, de maillages non-structurés et de calcul intensif, il a apporté une nouvelle compétence complémentaire à celles de l'équipe et précieuse dans notre travail à l'interface. La difficulté d'atteindre une masse critique a été partiellement résolue avec le soutien de la direction de l'ECP en associant à l'équipe des chercheurs de haut niveau. En particulier, trois professeurs associés travaillent en étroite collaboration avec l'équipe : R.O. Fox (Iowa State University, USA et ECP - Research Based University Chairs of Excellence - Universities of Paris), C. Chalons (LJLL, Université Denis Diderot Paris VII) et T. Magin (von Kármán Institute for Fluid Dynamics, Belgique). Ils ont apporté un ensemble de compétences et d'échanges fructueux qui ont marqué la vie et l'évolution de l'équipe et contribué à renforcer son identité. Car la greffe a peu à peu vécu sa vie et muté vers une autre forme. D'un noyau de mathématiciens dans l'axe combustion, elle est devenu une activité transversale au laboratoire, étendant ses collaborations avec l'ensemble des trois axes actuels (Combustion, Physique des Transferts, Plasmas hors équilibre) et initiant de nouvelles avancées et interactions dont nous donnerons un





¹²F. Laurent-Nègre a été membre du comité national en secion 01, M. Massot membre du Comité National Français de Mathématiciens et Chargé de Mission Calcul Scientifique auprès de J.M. Gambaudo - Département MPPU - puis auprès de G. Métivier à l'INSMI.





aperçu en annexe¹³. Le Laboratoire a aussi évolué et s'est ouvert sur de nouvelles directions de recherche inattendues qui commencent juste à émerger et renforcent la perception de l'intérêt de la *greffe* au sein du laboratoire dans son ensemble.

Par ailleurs, dans la lignée des discussions initiées par le groupe CALCUL en 2008 et en s'appuyant sur l'interaction existante entre le laboratoire MSSMAT et le laboratoire EM2C dans ce domaine, le projet d'un mésocentre de calcul a été initié et a pris forme avec le soutien de l'ECP et du CNRS, ainsi que de l'ensemble des laboratoires du centre de recherche de l'ECP¹⁴. Le mésocentre a été inauguré début 2011 et a bénéficié du recrutement d'un IR Calcul Scientifique ECP de haut niveau en la personne de L. Séries. L'équipe de mathématiques est fortement impliquée tant dans la mise en place du mésocentre, sa gestion technique, que dans son animation et dans les recrutements qui ont pu être menés dans ce cadre. Il nous permet d'inclure la dimension calcul intensif dès le début de la conception d'un modèle et de la méthode numérique associée¹⁵. Le mésocentre est un lieu de rencontre de l'ensemble des chercheurs de l'ECP et une expression élargie du caractère bi-latéral de la *greffe* initiée à EM2C entre mathématiques et sciences pour l'ingénieur.

Une difficulté rencontrée à EM2C était le caractère limité de l'animation et de la vie scientifique véritablement mathématique, ainsi que le manque d'échanges locaux avec d'autres équipes de notre discipline, comme on peut en avoir dans un laboratoire classique de mathématique. D'autre part, rassembler l'ensemble de l'activité de mathématiques de l'ECP dans un seul laboratoire revenait à renoncer au programme de recherche que nous avions initié à EM2C, alors que nous étions dans une phase de fort développement. Dans ce contexte, l'équipe de mathématique du laboratoire EM2C a été à l'origine de la mise en place d'une unité CNRS qui regroupe les mathématiques à l'échelle du centre de recherche de l'ECP sous la forme d'une Fédération de Recherche¹⁶. Elle propose une visibilité et une uni-



¹³Le point essentiel est que ces travaux conduisent à des publications dans le domaine de l'ingénierie, communauté dans laquelle le travail mené à l'interface à EM2C est maintenant identifié et reconnu.

¹⁴http://calcul.math.cnrs.fr/spip.php?article149,

http://www.mesocentre.ecp.fr.Lemésocentre, ressource de calcul de type Tiers 2, est un tremplin pour porter des projets de calcul sur les centres nationaux (Tiers 1) à travers le programme DARI ou sur les centres Européens (Tier 0) à travers le programme PRACE. Il sert également de laboratoire pour tester les outils sur les nouvelles architectures de calcul.

¹⁵Code MUSES3D développé par S. de Chaisemartin et L. Fréret en lien avec J. Reveillon.

¹⁶La Fédération de Mathématiques de l'Ecole Centrale Paris – FR CNRS 3487 de l'INSMI a été créée le 1er janvier 2013 http://www.ecp.fr/fedemaths. Elle regroupe l'ensemble des mathématiciens de l'ECP, ce qui représente un peu plus d'une vingtaine de chercheurs et enseignants-chercheurs et un nombre comparable de chercheurs sur postes temporaires dans trois laboratoires: MAS (EA 4037), EM2C et MSSMAT (UMR 8579).





fication de l'ensemble des travaux mathématiques effectués à l'ECP, ouvre la voie à des recrutements CNRS dans le domaine mathématique à proprement parler et à une évaluation dans son ensemble des activités mathématiques à l'ECP par l'AERES, dès cette année. Elle va aussi permettre de créer un lien avec les mathématiques de l'Université Paris Saclay et la Fondation Mathématique Jacques Hadamard.

Cette structuration n'a pu se faire que parce que nous avions les éléments pour justifier le bien-fondé de la démarche et s'est donc appuyée sur des réalisations scientifiques menées dans l'équipe. Nous proposons en annexe une vue d'ensemble de quelques avancées marquantes permettant de voir comment nous avons construit l'interaction disciplinaire au fil du temps et les résultats que cela a pu donner¹⁷.

3 Conclusion et prospective

Une équipe de mathématiciens s'est donc mise en place au sein du Laboratoire EM2C et a su travailler sur des thématiques à l'interface des disciplines et en apporter des outils et des réponses aux problématiques issues des sciences de l'ingénieur, tout en maintenant son identité au sein de la communauté mathématique. Huit années plus tard, on peut dire que l'insertion dans le laboratoire EM2C s'est très bien déroulée et a conduit au développement de l'équipe qui porte maintenant une activité transversale et reconnue dans le laboratoire; ce dernier a aussi fortement évolué et vu la naissance de nouvelles directions de recherche qui permettent des interactions au-delà de la zone de *greffe* initiale. L'équipe est fortement impliquée dans le mésocentre de calcul et dans la Fédération de Mathématiques de l'Ecole Centrale Paris qui lui permet de trouver une place et un support dans sa communauté scientifique naturelle, tout en poursuivant son projet scientifique avec le laboratoire.

Au-delà du cas particulier et de la relative singularité de notre situation, nous sommes habités par la conviction que cette formule, qui permet à un noyau de chercheurs de fortement s'engager dans une recherche interdisciplinaire en un même lieu (habituellement hors du cadre d'un seul laboratoire), est un format propice et bénéfique tant pour les mathématiques que pour la discipline en interaction. Il constitue un point de départ particulièrement porteur pour la mise en place de collaborations mathématiques-industrie en lien avec le calcul scien-





 $^{^{17} \}rm http://www.em2c.ecp.fr/mathematiques$ - http://hal.archives-ouvertes.fr/EM2C







tifique. Arriver à trouver le bon cadre institutionnel, léger et fonctionnel, pour permettre à ce genre d'initiatives de se développer est un défi qu'il nous semble utile de relever et qui devrait stimuler les membres de la SMAI. Une piste pourrait être le modèle de l'ICME de l'Université de Stanford¹⁸. Nous avons longuement échangé avec Margot Gerritsen, professeur à l'Université de Stanford et directrice de l'ICME, qui a réussi à créer un pont entre les diverses entités de type Mechanical Engineering et le Département de Mathématiques.

Que l'on ne se méprenne pas, l'établissement de la *greffe* pose de nombreux problèmes de positionnement afin de ne pas se dissoudre et renoncer à sa base disciplinaire, tout en maintenant une activité d'interaction fructueuse. En particulier, la question des postes d'enseignant-chercheur est un problème épineux et interfère avec la position des Départements d'enseignement qui ne sont pas forcément sur la même longueur d'onde que celle du projet de recherche que nous portons. Nous avons eu l'aubaine d'obtenir plusieurs postes via le CNRS, de trouver un cadre idoine à EM2C et de recevoir un fort soutien de la direction de l'ECP et du CNRS.

Mais l'essentiel est ailleurs; nous avons eu la chance de mettre en place un groupe de petite taille très soudé, dont la motivation trouve sa force dans le plaisir que nous avons à partager ce projet entre nous, mais aussi avec les professeurs associés et les étudiants en thèse et en postdoctorat que nous avons pu encadrer. Le groupe de chercheurs impliqués dans le projet se ramifie peu à peu et nous conforte dans l'idée que ce type d'expérience est porteur...





¹⁸L'ICME (Institut for Computational and Mathematical Engineering) s'est construit en 2004 en s'appuyant sur un programme doctoral, "The Scientific Computing and Computational Mathematics Program", créé en 1988 pour promouvoir la recherche à l'interface entre la modélisation, l'analyse mathématique et numérique et le calcul scientifique et préparer les étudiants à des positions aussi bien dans le milieu académique qu'industriel. Situé dans l'Ecole Doctorale d'ingénierie, il impliquait notamment G. Forsythe, G. Golub et J. Oliger, et M. Gander y a mené son travail de thèse.





ANNEXE

Quelques réalisations scientifiques

Le premier point choisi est celui des méthodes de moments d'ordre élevé en taille pour décrire les écoulements de brouillards de gouttes polydispersés qui a été au centre de la thèse de D. Kah et a été poursuivi dans le cadre du post-doctorat d'A. Vié [18, 21, 25, 30]. Les brouillards sont décrits par une équation de Williams-Boltzmann au niveau cinétique, couplée à des équations fluides pour le gaz porteur. L'approche prend en compte le large spectre de taille de gouttes caractérisant la plupart des brouillards présents dans les applications moteur, qu'elles soient automobiles ou aéronautiques. Plutôt que de discrétiser l'espace des phases en taille dans l'optique d'une méthode multi-fluide [5] qui aboutit à un ensemble de systèmes de lois de conservations (suite à des hypothèses de fermeture en vitesse conditionnée par la taille des gouttes), on souhaite limiter le nombre de variables utilisées pour des questions de coût calcul et se tourner vers des méthodes de moments sur l'ensemble du spectre de taille, modélisé par un intervalle compact. Se pose alors un problème classique et relativement ancien : comment préserver la géométrie complexe de l'espace des moments [30] au niveau continu puis discret, au moins à l'ordre deux, lorsque le brouillard s'évapore (équation de transport singulière en zéro dans l'espace des tailles) [18, 25] et qu'il est transporté par son propre champ de vitesse. Dans un premier temps, ce champ de vitesse est supposé indépendant de la taille des gouttes [18, 21] puis on prend en compte la corrélation taille-vitesse [30]. La combinaison des critères algébriques via les déterminants de Hankel, l'introduction des moments canoniques et la maximisation d'entropie, y compris jusqu'à la frontière de l'espace des moments, permettent de répondre à ce type de questions. Outre le caractère original et fondateur de ces travaux, ils proposent une solution pour résoudre la polydispersion des brouillards, devenue une nécessité dans les applications industrielles. Ces méthodes obtenues dans le cadre d'une collaboration avec IFPEn (initiée sur la base des collaborations existantes avec le laboratoire EM2C), ont été introduites dans le code de calcul IFP-C3D de l'IFPEn, dans un contexte de maillage mobile [18, 19] et font l'objet d'une thèse en cours [15].

Le second point concerne la simulation aux grandes échelles de ces écoulements gaz-gouttes turbulents [29] qui intéresse directement le groupe SAFRAN. Ce sujet pose de jolies questions d'analyse mathématique et numérique. Par exemple, il s'agit de pouvoir coupler divers modèles dans diverses zones de l'écoulement où les échelles de sous-maille jouent un rôle plus ou moins important. Pour la phase liquide dispersée, cela se traduit par l'interfaçage de la dynamique des gaz sans pression et avec pression, traité de manière originale dans [1] à l'aide









des schémas de relaxation. Le croisement de trajectoires des particules ou gouttes inertielles conduit à l'introduction d'une hiérarchie de modèles [20, 3], dont le modèle Gaussien, pour lesquels nous proposons des schémas d'ordre élevé de type volumes finis, que ce soit en maillage structuré ou en maillage non-structuré [23]. Ce sujet fait l'objet de la thèse de M. Sabat [26]. L'introduction de l'influence des petites échelles conduit aussi à des difficultés asymptotiques quand l'inertie des gouttes devient très faible, d'où le besoin de développer des schémas qui préservent l'asymptotique [28].

Un troisième point est le développement d'une nouvelle génération de méthodes adaptatives en temps et en espace sur maillages structurés avec estimateur d'erreur pour permettre une résolution, à précision fixée, de fronts de réaction raides incluant potentiellement des mécanismes chimiques complexes. Dans la lignée d'une série de travaux avec S. Descombes, T. Dumont et V. Louvet, ces contributions ont été réalisées dans la thèse de M. Duarte [11]. Parmi les résultats, un point essentiel a été le développement d'une technique de séparation d'opérateur avec un pas de temps qui s'adapte à la dynamique temporelle. En général, le choix du pas de temps est délicat, et l'influence des erreurs de splitting est souvent difficile à apprécier, surtout lorsque l'on tente de simuler des systèmes complexes en plusieurs dimensions d'espace. M. Duarte a donc introduit une technique d'estimateur, fiable y compris dans les régimes raides, permettant de garantir une simulation à tolérance fixée pour des systèmes de réaction-diffusion [6]¹⁹ puis pour les systèmes de convection-réaction-diffusion [12, 13]. Ces avancées mathématiques ont permis de proposer de nouvelles méthodes numériques pour divers domaines applicatifs : dynamique chimique non-linéaire, simulation des accidents vasculaires cérébraux en génie bio-médical, simulation de la dynamique de flammes en combustion et simulation des décharges plasmas à pression atmosphérique²⁰. Le positionnement de l'équipe a été primordial pour deux raisons : la première vient du fait que l'on a pu apprécier de manière précise l'enjeu de développer ces techniques et leur impact potentiel dans les applications. La seconde, dans le cadre de l'ANR Blanc Séchelles, a permis la réalisation de simulations novatrices dans les domaines des décharges plasmas, en lien avec l'équipe d'A. Bourdon au laboratoire EM2C et avec Z. Bonaventura, de l'Université Mazaryck à Brno [2, 12]. Ces contributions ont un véritable impact dans le domaine applicatif et soulèvent des questions de résolution de l'équation de Poisson sur des maillages adaptés, sur lesquelles nous travaillons avec L. Séries.





¹⁹Cet article est dédié à la mémoire de Michelle Schatzmann (cf. dédicace dans l'article).

²⁰http://hal.archives-ouvertes.fr/aut/Max+Duarte/.





Un dernier exemple de l'intérêt de notre positionnement repose sur le travail d'unification mené avec T. Magin et B. Graille (LMO, Orsay) sur la modélisation fluide des plasmas faiblement ionisés hors équilibre thermique et chimique à partir de la théorie cinétique [17]. L'enjeu est ici d'obtenir une limite fluide incluant les effets de transport détaillé (en particulier l'effet Kolesnikov) en utilisant une approche de type Chapman Enskog multi-échelle, où les espèces légères (électrons) satisfont à un scaling parabolique, alors que les espèces lourdes satisfont à un scaling hyperbolique, lorsque l'on a dimensionné proprement les équations de Boltzmann au niveau cinétique et dans les bons régimes, y compris magnétisés. Ce travail fondateur, initié lors du séjour postdoctoral de T. Magin au laboratoire EM2C, a pu être mené en faisant le lien entre les approches physiques et mathématiques sur ce sujet.

Un indicateur permettant de juger de l'impact des travaux menés dans l'équipe en termes d'applications industrielles est le transfert des techniques dans des codes semi-industriels. Les approches multi-fluides pour la modélisation et la simulation des brouillards de gouttes en évaporation ont par exemple été implantées dans le code AVBP du CERFACS/IFPEn pour la simulation des chambres aéronautiques [29] dans le cadre des travaux d'A. Vié. Plus récemment, dans le cadre de la thèse de F. Doisneau à l'ONERA et au laboratoire EM2C [8, 9, 10], puis de celle d'A. Sibra [27], de nouvelles approches multi-fluides pour décrire les brouillards de particules d'alumine dans les propulseurs à poudre de fusée ont permis de nouvelles simulations avec le code CEDRE de l'ONERA dans lequel ces approches ont été introduites. Les industriels présents dans le jury de thèse de F. Doisneau ont reconnu l'importance de ces avancées.

Bibliographie

- [1] M. Boileau, C. Chalons, S. de Chaisemartin, and M. Massot. Robust numerical schemes for eulerian spray DNS and LES in two-phase turbulent flows. In *Proceedings of the summer program 2012, Center for Turbulence Research, Stanford University*, pages 359–370, 2012.
- [2] Z. Bonaventura, A. Duarte, M. Bourdon, and M. Massot. Derivation of a merging condition for two interacting streamers in air. *Plasma Sources Sciences Technology*, 21(5):1–5, 2012.
- [3] C. Chalons, R. O. Fox, F. Laurent, M. Massot, and A. Vié. A multi-Gaussian quadrature-based moment method for dispersed multiphase flows. *Submitted* (HAL), 2013.







- [4] A. Coste and M. Massot. La notion de fluide chez D'Alembert à la lumière des Opuscules Mathématiques et de la Correspondance. In "Sciences, Musiques, Lumières" en hommage à Anne Marie Chouillet, pages 83–91. Centre d'Histoire du XVIIIème Siècle, Fernay-Voltaire, 2002.
- [5] S. de Chaisemartin. *Modèle eulériens et simulations numériques de brouillards de gouttes qui s'évaporent*. PhD thesis, ECP, 2009.
- [6] S. Descombes, M. Duarte, T. Dumont, V. Louvet, and M. Massot. Adaptive time splitting method for multi-scale evolutionary partial differential equations. *Confluentes Math.*, 3(3):413–443, 2011.
- [7] S. Descombes and M. Massot. Operator splitting for nonlinear reaction-diffusion systems with an entropic structure: singular perturbation and order reduction. *Numer. Math.*, 97(4):667–698, 2004.
- [8] F. Doisneau. *Modélisation et simulation numérique de l'écoulement diphasique polydisperse issu de la combustion de propergols solides chargés de particules nanométriques*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, 2013.
- [9] F. Doisneau, F. Laurent, A. Murrone, J. Dupays, and M. Massot. Eulerian multi-fluid models for the simulation of dynamics and coalescence of particles in solid propellant combustion. *J. Comp. Phys.*, 234:230–262, 2013.
- [10] F. Doisneau, A. Sibra, J. Dupays, A. Murrone, F. Laurent, and M. Massot. An efficient and accurate numerical strategy for two-way coupling in unsteady polydisperse moderately dense sprays: application to Solid Rocket Motor instabilities. *Submitted* (HAL), 2013.
- [11] M. Duarte. *Méthodes numériques adaptatives pour la simulation de la dynamique de fronts de réaction multi-échelles en temps et en espace*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, France, 2011.
- [12] M. Duarte, Z. Bonaventura, M. Massot, A. Bourdon, S. Descombes, and T. Dumont. A new numerical strategy with space-time adaptivity and error control for multi-scale streamer discharge simulations. *J. Comp. Phys.*, 231:1002–1019, 2012.
- [13] M. Duarte, M. Massot, S. Descombes, C. Tenaud, and S. Candel. Time-space adaptive numerical methods for the simulation of combustion fronts. *Combust. Flame*, 160:1083–1101, 2013.
- [14] T. Dumont, M. Duarte, S. Descombes, M.A. Dronne, M. Massot, and V. Louvet. Simulation of human ischemic stroke in realistic 3D geometry. *Comm. in Nonlinear Science Num. Simulation*, 18(6):1539–1557, 2013.









- [15] O. Emre. *Modélision de la polydispersion des sprays dans le contexte des modèles diphasiques Eulériens à phase liquide dispersée fortement couplés.* PhD thesis, Ecole Centrale de Paris, 2013.
- [16] L. Fréret, C. Lacour, S. de Chaisemartin, S. Ducruix, D. Durox, F. Laurent, and M. Massot. Pulsated free jets with polydisperse spray injection: Experiments and numerical simulations. In *Proceedings of the Combustion Institute*, volume 32, pages 2215–2222, 2009.
- [17] B. Graille, T.E. Magin, and M. Massot. Kinetic theory of plasmas: Translational energy. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 19(04):527–599, 2009.
- [18] D. Kah. *Prise en compte des aspects polydispersés pour la modélisation d'un jet de carburant dans les moteurs à combustion interne*. PhD thesis, Ecole Centrale de Paris, 2010.
- [19] D. Kah, O. Emre, Q.H. Tran, S. de Chaisemartin, S. Jay, F. Laurent, and M. Massot. High order moment method for polydisperse evaporating spray with mesh movement: application to internal combustion engines. *Submitted* (HAL), 2013.
- [20] D. Kah, F. Laurent, L. Fréret, S. de Chaisemartin, R.O. Fox, J. Reveillon, and M. Massot. Eulerian quadrature-based moment models for dilute polydisperse evaporating sprays. *Flow, Turb. and Comb.*, 85:649–676, 2010.
- [21] D. Kah, F. Laurent, M. Massot, and S. Jay. A high order moment method simulating evaporation and advection of a polydisperse spray. *J. Comp. Phys.*, 231(2):394–422, 2012.
- [22] C. Lacour, D. Durox, S. Ducruix, and M. Massot. Interaction of a polydisperse spray with vortices. *Experiments in Fluids*, 51(2):295–311, 2011.
- [23] A. Larat, M. Massot, and A. Vié. A stable, robust and high order accurate numerical method for eulerian simulation of spray and particle transport on unstructured meshes. In *Proceedings of the summer program 2012, Center for Turbulence Research, Stanford University*, pages 205–216, 2012.
- [24] F. Laurent and M. Massot. Multi-fluid modeling of laminar poly-dispersed spray flames: origin, assumptions and comparison of the sectional and sampling methods. *Combust. Theory and Modelling*, 5:537–572, 2001.
- [25] M. Massot, F. Laurent, D. Kah, and S. de Chaisemartin. A robust moment method for evaluation of the disappearance rate of evaporating sprays. *SIAM J. App. Math.*, 70(8):3203–3234, 2010.
- [26] M. Sabat. *Modèles Euleriens et méthodes numériques pour la description des sprays polydispersés turbulents*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, 2015.







- [27] A. Sibra. Modélisation et étude de l'évaporation et de la combustion de gouttes à l'intérieur de moteur à propergol solide par une approche eulérienne multi-fluide. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, 2014.
- [28] A. Vié, C. Chalons, and M. Massot. An asymptotic preserving numerical scheme for the large eddy simulation of disperse phase flows. *Submitted* (HAL), 2013.
- [29] A. Vié, S. Jay, B. Cuenot, and M. Massot. Accounting for polydispersion in the eulerian large eddy simulation of the two-phase flow in an aeronautical-type burner. *Flow, Turbulence and Combustion*, 90:545–581, 2013.
- [30] A. Vié, F. Laurent, and M. Massot. Size-velocity correlations in high order moment methods for polydisperse evaporating sprays: modeling and numerical issues. *J. Comp. Phys.*, 237:277–310, 2013.









Langages spécifiques au domaine des équations aux dérivées partielles

par Christophe Prud'homme 1

1 Introduction

Les bibliothèques pour résoudre des équations aux dérivées partielles (EDP) par des méthodes de type éléments finis sont un outil standard parmi les mathématiciens et ingénieurs. Cependant, la plupart des bibliothèques finissent par se spécialiser dans un type d'équation, par exemple Navier-Stokes, un type spécifique de méthodes de discrétisation, par exemple éléments finis de Lagrange d'ordre 1, ou encore une dimension spécifique en espace, par exemple 2D. La complexité croissante des modèles physiques, la mise en œuvre de l'état de l'art de méthodes numériques de discrétisation et résolution robustes et le développement de nouvelles méthodes demandent aux plateformes de calcul scientifique de fournir des environnement généraux et expressifs permettant (i) de traiter ces problèmes en utilisant différentes approches, (ii) tout en conservant un contrôle maximum sur les mathématiques et les différentes approximations effectuées mais aussi (iii) en réduisant le temps entre le design des méthodes et leur implémentation effective dans des applications réalistes.

En effet, les scientifiques et ingénieurs doivent manager (i) la complexité des modèles multi-physiques sous-jacents, typiquement exprimés en termes de systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) complétés par des lois de fermetures algébriques, (ii) la complexité des méthodes numériques utilisées pour la discrétisation et la résolution de ces systèmes d'EDP et finalement (iii) la complexité du design logiciel (environnement de programmation, structures de données, algorithmes, ...) et des services informatiques de bas niveau (MPI, multi-threading, entrées/sorties, bases de données, ...) sous jacents requis afin d'avoir un code performant sur les architectures actuelles et émergeantes (e.g. multicœurs CPU/GPU) et éventuellement intégré dans une chaîne logicielle plus large dans le cadre par exemple d'un bureau d'étude. La figure 1 illustre les difficultés évoquées précédemment auxquelles sont confrontées les utilisateurs et développeurs de logiciels de calcul : on demande des compétences variées et souvent très





¹Université de Strasbourg / CNRS, IRMA / UMR 7501. Strasbourg, F-67000, France





avancées en modélisation, mathématiques et informatique qu'on ne trouve que chez très peu de personnes ce qui réduit considérablement l'accessibilité, l'utilisabilité et la ré-utilisabilité de ces logiciels.

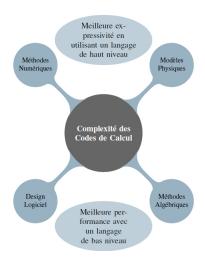


FIG. 1: Explosion de la complexité dans les codes de calcul

Il ne faut pas non plus oublier les aspects formation : il faut pouvoir enseigner les méthodes numériques pour les EDP standards telles que la méthode des éléments finis mais aussi des méthodes plus avancées. Tout comme pour le chercheur ou l'ingénieur en mathématiques, on ne peut ici utiliser de logiciel en boite noire avec une interface graphique, il faut pouvoir manipuler les mathématiques et avoir le contrôle sur les différentes approximations effectuées lors du processus de discrétisation afin que l'étudiant ait la capacité d'apprécier les détails sans être confronté aux spécificités des autres niveaux (informatique, algébrique, ...).

Partant de ce constat, je propose de présenter une solution à ces difficultés qui passe par le développement de langages spécifiques au domaine des équations aux dérivées partielles et plus précisement aux méthodes de Galerkin car elles fournissent un cadre et langage mathématique bien établis et versatiles. On retrouve cette solution dans différents logiciels qui ont émergé ces dernières années, dont le plus illustre est probablement FreeFEM++ [23]. Pour ma part je gère et co-développe Feel++ [31, 13] avec une équipe d'une quinzaine de personnes et j'utiliserai Feel++ pour illustrer mes propos et certains travaux que nous avons menés; je parlerai enfin de quelques perspectives de cette librairie et qui sont probablement partagées avec les environnements équivalents.









2 Langages spécifiques aux méthodes de Galerkin

Les librairies éléments finis ont atteint un bon niveau de maturité et sont largement disponibles (elles sont nombreuses à être libres) à la communauté. Pour en citer quelques unes, nous avons bien sûr la famille FreeFEM [23, 30], Feel++[31, 13], le projet Fenics [26, 25], Getdp [19], Rheolef [36], Getfem++ [33], ou encore deal.II (*C++*) [5], dune-fem (*C++*)[15], Sundance (*C++*) [27], Analysa (Scheme) [2]. FreeFEM++, Feel++, Fenics, Rheolef ou encore Sundance fournissent un environnement utilisateur sous la forme d'un langage spécifique aux méthodes de Galerkin. En anglais on parle de DSL, *Domain Specific Language*, comme par exemple FreeFem++, ou encore de DSEL, *Domain Specific Embedded Language*, lorsque ce language est enfoui ou embarqué dans un langage hôte (c'est le cas de Fenics, embarqué dans du Python et de Feel++, Rheolef et SunDance, embarqués dans du C++).

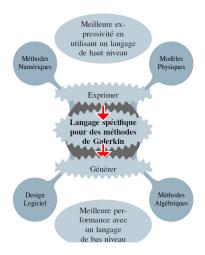


FIG. 2: Les langages spécifiques permettent de casser la complexité

Les DS(E)L permettent à chaque utilisateur de pouvoir s'exprimer dans un langage très proche de son langage technique de tous les jours, ici les mathématiques associées à la discrétisation et à la résolution des EDP, et ils permettent également à chaque contributeur aux différents niveaux du logiciel de contribuer sur des aspects spécifiques sans se soucier des éventuelles interactions avec les autres niveaux. La figure 2 illustre ces derniers points.









2.1 Feel++

Afin de pouvoir proposer ce type d'environnement de programmation, Feel++ s'appuie sur les caractéristiques du C++ qui en font un langage, à mon avis, d'une puissance incomparable. Le C++ est un langage supportant en effet plusieurs paradigmes de programmation telles la programmation procédurale bien sûr, la programmation objet, la meta-programmation, la programmation fonctionnelle et la programmation générique ainsi que des techniques avancées comme les patrons d'expression (*expression template* en anglais). Par ailleurs Feel++ s'appuie sur diverses librairies et logiciels telles que

- Boost, un ensemble de librairies C++ avancée dont Feel++ utilise un nombre important dont Boost.Parameter permettant de nommer les paramètres (les noms sont préfixés par un _) des fonctions et de les rentrer dans un ordre arbitraire, voir par exemple les listings des Figures 3 et 4,
- Gmsh [22] pour la génération et l'adaptation de maillage, et la visualisation (Ensight et Paraview sont également utilisés),
- PETSc [3, 4] pour les structures de données de matrices et vecteurs ainsi que les solveurs (non)-linéaires et les préconditionneurs,
- SLEPc [24] pour la résolution de problèmes aux valeurs propres standards et généralisés,
- ou encore Eigen [21] une librairie d'algèbre linéaire en C++.

Feel++ permet la résolution d'EDP en 1D, 2D et 3D par des méthodes de type éléments finis ou élements spectraux d'ordre arbitraire (y compris en géométrie) en formulation continue ou discontinue sur des maillages de simplexes ou d'hypercubes. Les structures de données sont parallèles et le parallélisme est transparent. Cet environnement permet de développer des interfaces de haut niveau et de résoudre simplement en quelques lignes des problèmes classiques tels que : étant donné $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ trouver u telle que $-\Delta u = 1$ dans Ω et u = 0 sur $\partial \Omega$.

Voici quelques remarques concernant le code :

- L'implémentation C++ est très proche de la formulation variationnelle,
- Les détails d'implémentation concernant la parallélisation et la représentation algébrique sont cachées à l'utilisateur, en particulier le code peut être executé de manière transparente aussi bien sur 1 cœur de calcul que des milliers de cœurs de calcul²,
- Les formules de quadrature sont déduites automatiquement des expressions, cependant l'utilisateur peut les adapter si nécessaire à travers l'interface d'integrate(.)!,



142

lauréat des meso-challenges de Strasbourg et Grenoble.



²Feel++ est au cœur de projets PRACE HP-Feel++ (supermuc@lrz) et HP-PDE (curie@tgcc) et a été lauréat des meso-challenges de Strasbourg et Grenoble.





```
using namespace Feel;
Environment env( _argc=argc, _argv=argv, _desc=feel_options() );
// maillage 3D de tetrahedre
auto mesh = loadMesh(_mesh=new Mesh<Simplex<3*);</pre>
// espace de functions C^0 et P_3 par morceau
auto Vh = Pch<3>( mesh );
auto u = Vh->element();
auto w = Vh->trialFunction();
auto v = Vh->testFunction();
// formes lineaires et bilineaires
auto l = form1( _test=Vh );
1 = integrate(_range=elements(mesh),_expr=v); // \int_O v
auto a = form2( _trial=Vh, _test=Vh );
#include <feel/feel.hpp>
int main( int argc, char** argv ) {
   using namespace Feel;
   auto Vh = Pch<3>( mesh ); //espace de fonctions C^0 et P_3 par morceau
   auto u = Vh->element();
   auto v = Vh->testFunction();
   auto w = Vh->trialFunction();
   // Lambda Function to update Jacobian
   auto Jacobian=[=](const vector_ptrtype& X, sparse_matrix_ptrtype& J){
       if (!J) J = backend()->newMatrix( Vh, Vh );
       auto a = form2( _test=Vh, _trial=Vh, _matrix=J );
       a = integrate( elements( mesh ),
                      grad(w)*trans(grad(v)) - \lambda * exp(u)*w*v);
       a += integrate( boundaryfaces( mesh ),
                       ( - v*( grad( w )*N() )- w*( grad( v )*N() )
                         + γ*w*v/h() );
       };
   // Lambda Function to update Residual
   auto Residual=[=](const vector_ptrtype& X, vector_ptrtype& R){
       u = *X;
       auto r = form1( _test=Vh, _vector=R );
       r = integrate( elements( mesh ),
                      grad( u )*trans( grad( v ) )-\lambda * exp( u )*v );
            integrate( boundaryfaces( mesh ),
                        ( - v*( grad( u )*N() )- u*( grad( v )*N() )
                          + \gamma * u * v/h() ) );
   u.zero(); // on initialise u par u=u^0=0
   \verb|solve( _residual=Residual, _jacobian=Jacobian, _solution=u );|\\
   // sauvegarde des resultats pour visualisation (paraview,ensight,gmsh)
   auto e = exporter( _mesh=mesh );
   e->add( "u", u );
   e->save();
```

FIG. 3: Code Feel++ 3D utilisant des éléments de Lagrange d'ordre 3

D'autres exemples ainsi que la documentation de la librairie et du langage sont disponibles dans [12]. Feel++ a permis de développer des méthodes numériques









avancées dont voici une liste non exhaustive ainsi que des publications associées qui illustrent bien la nécessité de développer un tel environnement de calcul :

- Interaction fluide-structure : formulation ALE ordre élévé [11], formulation level set [18], formulation ALE-méthode frontières élargies [7],
- Méthodes domaines fictifs : méthodes frontières élargies [8, 9], pénalisation [31],
- Méthodes de décomposition de domaines : méthodes de Schwartz avec et sans recouvrement, méthodes des joints [35, 34],
- Méthodes des bases réduites [37, 14],

qui ont été appliquées à différents domaines (i) ingénierie mécanique classique, (ii) écoulements sanguins et rhéologie sanguine, (iii) simulation d'électro-aimants à hauts champs (>24T), (iv) tomographie optique, et, (v) l'aérothermie.

2.2 Équation de Bratu : un problème non-linéaire

Voici un autre exemple d'utilisation de Feel++ pour résoudre un problème non-linéaire cette fois-ci, il s'agit du problème de Bratu : trouver u telle que $-\Delta u - \lambda e^u = 0$ dans $\Omega \subset \mathbb{R}^d, d = 1, 2, 3, \ u = 0$ sur $\partial\Omega$ avec $\lambda > 0$. Afin de traiter ce problème on peut utiliser une méthode de Picard ou une méthode de Newton. On propose ici une implémentation d'une méthode de Newton, voir le listing de la Figure 4. Afin de traiter la condition de Dirichlet, on utilise la méthode de Nitsche, de manière faible. La formulation variationnelle s'écrit : trouver $u \in V_h \subset H^1(\Omega)$ telle que $\forall v \in V_h \subset H^1(\Omega)$, en se donnant $u^0(=0) \in V_h$, pour k=1,..., on construise la suite u^k tendant vers u telle que

$$j(\delta u, v; u^k) = -f(v; u^k), \quad \delta u = u^{k+1} - u^k$$
(1)

avec

$$j(\delta u, v; u^k) = \int_{\Omega} \nabla \delta u \cdot \nabla v - \lambda e^{u^k} \delta u \, v \, + \, \int_{\partial \Omega} -v \nabla \delta u \cdot n - \delta u \, \nabla v \cdot n + \frac{\gamma}{h} \delta u \, v \, (2)$$

$$f(v; u^k) = \int_{\Omega} \nabla u^k \cdot \nabla v - \lambda e^{u^k} v + \int_{\partial \Omega} -v \nabla u^k \cdot n - u^k \nabla v \cdot n + \frac{\gamma}{h} u^k v$$
 (3)

où n est la normale extérieure unitaire à Ω et γ un paramètre de pénalisation.

Les remarques faites sur l'exemple précédent du listing de la Figure 3 restent valides. Voyons à présent deux extensions du langage : l'introduction du calcul symbolique et l'extension à une certaine classe de méthode de type volumes finis.







```
#include <feel/feel.hpp>
int main( int argc, char** argv ) {
    using namespace Feel;
    Environment env( _argc=argc, _argv=argv, _desc=feel_options() ); auto mesh = unitCube(); // \Omega=[0,1]^3
    auto Vh = Pch<3>( mesh ); //espace de fonctions C^0 et P_3 par morceau
    auto u = Vh->element();
    auto v = Vh->testFunction();
    auto w = Vh->trialFunction();
    // Lambda Function to update Jacobian
    auto Jacobian=[=](const vector_ptrtype& X, sparse_matrix_ptrtype& J){
        if (!J) J = backend()->newMatrix( Vh, Vh );
        auto a = form2( _test=Vh, _trial=Vh, _matrix=J );
        a = integrate( elements( mesh ),
                        grad(w)*trans(grad(v)) -\lambda * exp(u)*w*v);
        a += integrate( boundaryfaces( mesh )
                         ( - v*( grad( w )*N() )- w*( grad( v )*N() )
                           + \gamma * w * v/h() );
    // Lambda Function to update Residual
    auto Residual=[=](const vector_ptrtype& X, vector_ptrtype& R){
        u = *X;
        auto r = form1( _test=Vh, _vector=R );
        r = integrate( elements( mesh ),
                        grad( u )*trans( grad( v ) )-\lambda * exp( u )*v );
        r += integrate( boundaryfaces( mesh ),
                          ( - v*( grad( u )*N() )- u*( grad( v )*N() )
+ γ*u*v/h() ) );
    u.zero(); // on initialise u par u=u^0=0
    solve( _residual=Residual, _jacobian=Jacobian, _solution=u );
    // sauvegarde des resultats pour visualisation (paraview,ensight,gmsh)
    auto e = exporter( _mesh=mesh );
    e->add( "u", u );
    e->save();
```

FIG. 4: Implémentation d'une méthode de Newton en Feel++ pour l'exemple de Bratu

2.3 Le symbolique à la rencontre du numérique

Pour de nombreux problèmes, ne serait-ce que par exemple pour vérifier des résultats théoriques a priori de convergence numériquement en passant par des solutions construites à la main, nous avons besoin de manipuler des expressions symboliquement, a minima de pouvoir dériver et intégrer des expressions et d'intégrer ces calculs symboliques dans le calcul numérique. C'est d'ailleurs une tendance de fond dans les environnements de calcul : on observe que dans des environnements de calcul symbolique comme Maple le calcul numérique est bel et bien présent tandis que Matlab ou encore Octave mettent à disposition des toolbox de calcul symboliques. Un langage comme Python supporte également





"matapli101" — 2013/7/17 — 18:53 — page 146 — #146





Langages spécifiques au domaine des équations aux dérivées partielles

des modules comme SymPy qui permettent à des environnements comme Fenics d'intégrer le calcul symbolique au numérique.

En ce qui concerne Feel++ nous avons récemment fait le choix de GiNaC [6] que nous avons intégré à la librairie. GiNaC a des caractéristiques extrêmement intéressantes et permet de générer du code C++ à partir d'expressions symboliques qui est ensuite intégré (de manière transparente) au calcul numérique, voir par exemple le listing de la Figure 5.

```
// definition des symboles auto vars=symbols<3>(); auto x = vars[0], y = vars[1], auto z = vars[2]; // une expression symbolique ex f = \sin(pi*x)*\cos(pi*y)*\cos(pi*z); auto mesh=unitCube(); // \Omega = [0,1]^3 auto Xh=Pch<1>(mesh); // Espace de fonctions C^0 et P_1 par morceau // u est l'interpolant P_1 de \Delta f sur \Omega auto u = project( _space=Xh, _expr=laplacian(f,vars) );
```

FIG. 5: Exemple d'utilisation de GiNaC avec Feel++

Pour le moment, l'utilisation de GiNaC avec Feel++ est encore marginale mais elle va devenir naturelle dans les mois à venir lorsque les utilisateurs se seront appropriés cet outil. Nous reviendrons sur ce point dans la section 3.

2.4 Extension aux volumes finis

Dans [17] on propose un DSEL proche de Feel++ pour des méthodes volumes finis de bas ordre pour des problèmes diffusifs sur des maillages généraux. Cette extension aux volumes finis a été rendue possible grâce aux travaux [1, 16] qui ont posé les bases d'un cadre de type Galerkin discontinu pour une certaine classe de méthodes volumes finis. Les points particuliers originaux de [17] sont le développement de la notion de combinaison linéaire étendant celle de degré de liberté et table de degré de liberté au sens des éléments finis et une implémentation du langage utilisant Boost.Proto (une librairie de Boost permettant de décrire des DSEL en C++.) Ce travail, issu du doctorat de Jean-Marc Gratien, a été couplé avec la plateforme Arcane développée conjointement par le CEA-DAM et IFPEN.



146







3 Quelques perspectives

Aussi bien Feel++ que les DS(E)L équivalents offrent un cadre de travail extrêmement puissant que ce soit pour la recherche, les applications ou l'enseignement. Une question classique sur ce type d'environnement est de demander ce qui se passe si le langage n'a pas prévu tel ou tel scénario. Ma réponse est que même si cela nous arrive encore de temps en temps, les DS(E)L permettent souvent de contourner le problème, de proposer une alternative et en dernier recours, et c'est un avantage des DSEL par rapport aux DSL, si des éléments de langage ne sont pas supportés/développés, l'utilisateur peut profiter du langage d'accueil (C++ ou Python) afin de développer ses applications ou méthodes favorites, l'intégration de la fonctionalité dans le langage peut venir par la suite en travaillant avec les développeurs du langage.

En ce qui concerne Feel++ et les extensions du langage, divers chantiers sont en cours ou prévus : (i) la différentiation automatique (ii) un framework pour les bases réduites (certifiées ou non) (iii) l'incorporation d'outils d'analyse avancés.

3.1 Différentiation automatique

L'exemple de problème non-linéaire de la section 2.2 est simple, il requiert le calcul *à la main* de la jacobienne. Bien qu'une erreur dans la formulation soit probablement trouvée assez rapidemment il n'en serait pas de même pour des problèmes plus complexes. La possibilité de différentier automatiquement la functionnelle non-linéaire associée au résidu et d'obtenir sa jacobienne est un enjeu important afin de pouvoir gérer la complexité croissante des problèmes. L'analyse de sensibilité d'une sortie d'un code de calcul vis à vis d'un ou plusieurs paramètres est également une autre application importante de la différentiation automatique. La differentiation automatique via le calcul numérique est une option mais est souvent inacceptable pour des raisons de précision, coût et stabilité numérique. Nous prévoyons de partir des méthodologies proposées dans [28], qui propose d'utiliser la différentiation au sens de Fréchet et Fenics qui permet de calculer les dérivées au sens de Gateaux. En reprenant l'exemple 2.2, cela donnerait par exemple :











```
auto u = Vh->element();
auto du = Vh->trialFunction();
// derivee de Gateaux dans la direction du
auto J = derivative( Residual, u, du );
```

FIG. 6: Différentiation automatique

3.2 Bases réduites

Les méthodes des bases réduites (certifiées), [32], rencontrent un vif intérêt auprès de la communauté. Non seulement elles sont prometteuses pour une large classe de problèmes impliquant l'évaluation répétée d'EDP paramétrées dans un contexte de design, contrôle ou encore quantification d'incertitudes, mais elles présentent également quelques challenges du point de vue mathématique et informatique. Un de ces challenges est de pouvoir intégrer ce type de méthode dans un code de calcul de manière expressive et flexible. En particulier un des ingrédients essentiels est d'avoir une décomposition affine de la formulation variationnelle du problème. Cela peut être obtenu par exemple par une simple inspection de la formulation ou l'utilisation de la méthode d'interpolation empirique (EIM), voir [14] et les références associées. Même dans ce dernier cas une intervention est toujours nécessaire de la part de l'utilisateur. L'utilisation du calcul symbolique et de transformations des formulations variationnelles sans intervention de l'utilisateur pour l'application des bases réduites sont nécessaires à l'automatisation de la méthodologie tout en laissant le contrôle du résultat à l'utilisateur. Dans [14], nous avons rapporté l'application de la méthode des bases réduites dans un contexte de bureau d'étude pour un problème électro-thermique nonlinéaire nécessitant EIM et des ressources de type HPC. C'est un premier résultat encourageant mais il reste encore du chemin à parcourir. Cela passera entre autres par l'utilisation conjointe des outils de différentiation automatique que nous prévoyons, de calcul symbolique et de techniques avancées de programmation C++ dont nous avons déjà parlé.

3.3 Analyse avancée embarquée

Dans [14], nous nous sommes intéressés à la quantification d'incertitudes (analyse de sensibilité et estimation de quantile) appliquée à la simulation des électroaimants à haut champs développés au LNCMI (Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses). Pour cela nous nous sommes servis d'OpenTURNS [20]



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$





qui schématiquement rajoute une boucle stochastique autour d'un code de calcul déterministe (Feel++ élement fini ou base réduite). Cependant avec l'émergence de nouvelles architectures qui intègrent une puissance de calcul par nœud de plus en plus considérable et éventuellement hybride, il devient difficile d'exploiter au mieux cette puissance avec les codes actuels : ils ne contiennent pas suffisamment de parallélisme de niveau fin. De nouvelles dimensions de parallélisme doivent être incorporées dans les codes et cela peut être fait par exemple en embarquant des outils d'analyse avancée dans les codes de calcul [29], ou encore schématiquement en inversant la boucle stochastique et celle de la simulation. L'explosion (apparente) de la complexité de ce type d'approche peut être traitée par les techniques de programmation avancées qui sont exploitées par exemple par Feel++, voir section 2.1. Il est primordial que le code de simulation reste inchangé afin que ce soit transparent pour l'ingénieur ou l'utilisateur en général mais que le type numérique sur lequel opère le code puisse contenir des informations avancées (dérivées, indices de sensibilité, résidu stochastique Galerkin, ...). Ce type de technique est déjà connue en différentiation automatique et fournit les principes de bases. Il s'agit ici de les étendre à d'autres types d'analyses pour la quantification d'incertitudes. Encore une fois le DSEL jouera un rôle essentiel pour cacher la complexité liée à ces outils à l'utilisateur.

Remerciements J'aimerais remercier ici les personnes qui ont contribué ces dernières années aux réflexions autour des langages spécifiques en particulier V. Chabannes [10], G. Pena, M. Ismail, S. Bertoluzza, D. Di Pietro et J.M. Gratien, ainsi que l'ensemble des développeurs de Feel++. Je tiens également à remercier l'ANR qui a financé et finance ces travaux au travers différents projets (TLOG/OPUS, COSINUS/HAMM, MN/VIVABRAIN, IDEX/CEMOSIS, LABEX/IRMIA) ainsi que la région Rhône-Alpes via le projet ISLE/CHPID.

Bibliographie

- [1] L. Agélas, D. A Di Pietro, R. Eymard, and R. Masson. An abstract analysis framework for nonconforming approximations of anisotropic heterogeneous diffusion. *IJFV*, 7(1), 2010.
- [2] Babak Bagheri and Ridgway Scott. Analysa. http://people.cs.uchicago.edu/ridg/al/aa.ps, 2003.
- [3] Satish Balay, Kris Buschelman, Victor Eijkhout, William D. Gropp, Dinesh Kaushik, Matthew G. Knepley, Lois Curfman McInnes, Barry F. Smith, and







- Hong Zhang. PETSc users manual. Technical Report ANL-95/11 Revision 2.1.5, Argonne National Laboratory, 2004.
- [4] Satish Balay, Kris Buschelman, William D. Gropp, Dinesh Kaushik, Matthew G. Knepley, Lois Curfman McInnes, Barry F. Smith, and Hong Zhang. PETSc Web page, 2001. http://www.mcs.anl.gov/petsc.
- [5] Wolfgang Bangerth, Ralf Hartmann, and Guido Kanschat. deal.II Differential Equations Analysis Library, Technical Reference. http://www.dealii.org.
- [6] Christian Bauer, Alexander Frink, and Richard Kreckel. Introduction to the ginac framework for symbolic computation within the c++ programming language. *J. Symbolic Computation*, 33:2002, 2002.
- [7] S. Bertoluzza, M. Ismail, V. Chabannes, and C. Prud'homme. Saddle point formulation for the fat boundary method: fluid structure interaction case. 2013.
- [8] S. Bertoluzza, M. Ismail, V. Chabannes, and C. Prud'homme. Saddle point formulation for the fat boundary method: laplacian case. 2013.
- [9] S. Bertoluzza, M. Ismail, V. Chabannes, and C. Prud'homme. Saddle point formulation for the fat boundary method: Stokes case. 2013.
- [10] V. Chabannes. *Vers la simulation des écoulements sanguins*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2013.
- [11] V. Chabannes, C. Prud'homme, and G. Pena. High order fluid structure interaction in 2D and 3D: Application to blood flow in arteries. *Journal of Computational and Applied Mathematics (Accepted)*, 2012.
- [12] Feel++ Consortium. Feel++ online documentation. http://feelpp.github.io/feelpp/.
- [13] Feel++ Consortium. Feel++ web site. http://www.feelpp.org.
- [14] Cécile Daversin, Stéphane Veys, Christophe Trophime, and Christophe Prud'Homme. A Reduced Basis Framework: Application to large scale nonlinear multi-physics problems. pp 26, Accepted in ESAIM: Proc, CEMRACS 2012, 2012.
- [15] A. Dedner, R. Klöfkorn, M. Nolte, and M. Ohlberger. DUNE-FEM Web page, 2011. http://dune.mathematik.uni-freiburg.de.
- [16] D. A. Di Pietro. Cell-centered Galerkin methods. *C. R. Math. Acad. Sci.*, 348(1–2):31–34, 2010.
- [17] Daniele Antonio Di Pietro, Jean-Marc Gratien, and Christophe Prud'Homme. A domain-specific embedded language in C++ for lowest-order discretizations of diffusive problems on general meshes. *BIT*, 2012.

150







- [18] V. Doyeux, V. Chabannes, C. Prud'homme, and M. Ismail. Simulation of two fluid flow using a level set method application to bubbles and vesicle dynamics. *Journal of Computational and Applied Mathematics (Accepted)*, 2012.
- [19] Patrick Dular and Christophe Geuzaine. Getdp: a general environment for the treatment of discrete problems. http://www.geuz.org/getdp.
- [20] Phimeca EDF, EADS. Openturns web site. http://www.openturns.org/.
- [21] Jacob B. et al. Eigen web site. http://eigen.tuxfamily.org/.
- [22] C. Geuzaine and J.-F. Remacle. Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11):1309–1331, 2009.
- [23] Frédéric Hecht and Olivier Pironneau. *FreeFEM++ Manual*. Laboratoire Jacques Louis Lions, 2005.
- [24] Vicente Hernandez, Jose E. Roman, and Vicente Vidal. SLEPc: A scalable and flexible toolkit for the solution of eigenvalue problems. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 31(3):351–362, 2005.
- [25] Robert C. Kirby and Anders Logg. A compiler for variational forms. *ACM Trans. Math. Softw.*, 32(3):417–444, 2006.
- [26] Robert C. Kirby and Anders Logg. Efficient compilation of a class of variational forms. *ACM Trans. Math. Softw.*, 33(3):17, 2007.
- [27] Kevin Long. Sundance: Rapid development of high-performance parallel finite-element solutions of partial differential equations. http://software.sandia.gov/sundance/.
- [28] Kevin Long, Robert Kirby, and Bart van Bloemen Waanders. Unified embedded parallel finite element computations via software-based fréchet differentiation. *SIAM J. Sci. Comput.*, 32(6):3323–3351, November 2010.
- [29] R. P. Pawlowski, E. T. Phipps, A. G. Salinger, S. J. Owen, C. M. Siefert, and M. L. Staten. Automating embedded analysis capabilities and managing software complexity in multiphysics simulation part II: application to partial differential equations. *ArXiv e-prints*, May 2012.
- [30] Stéphane Del Pino and Olivier Pironneau. *FreeFEM3D Manual*. Laboratoire Jacques Louis Lions, 2005.
- [31] C. Prud'Homme, V. Chabannes, V. Doyeux, M. Ismail, A. Samake, G. Pena, et al. Feel++: A computational framework for galerkin methods and advanced numerical methods. *ESAIM Proc.*, 2012.







- [32] C. Prud'homme, D. V. Rovas, K. Veroy, L. Machiels, Y. Maday, A. T. Patera, and G. Turinici. Reliable real-time solution of parametrized partial differential equations: Reduced-basis output bound methods. *Journal of Fluids Engineering*, 124(1):70–80, 2002.
- [33] Yves Renard and Julien Pommier. Getfem++: Generic and efficient c++ library for finite element methods elementary computations. http://www-gmm.insa-toulouse.fr/getfem/.
- [34] Abdoulaye Samake, Silvia Bertoluzza, Micol Pennacchio, Christophe Prud'Homme, and Chady Zaza. A Parallel Implementation of the Mortar Element Method in 2D and 3D. pp 12, Accepted in ESAIM: Proc, CEMRACS 2012, 2012.
- [35] Abdoulaye Samake, Vincent Chabannes, Christophe Picard, and Christophe Prud'Homme. Domain decomposition methods in Feel++. pp 8, Accepted in DD21 proceedings, 2012.
- [36] Pierre Saramito. Efficient C++ finite element computing with Rheolef. CNRS-CCSD ed., 2013. http://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00573970.
- [37] Elisa Schenone, Stéphane Veys, and Christophe Prud'Homme. High Performance Computing for the Reduced Basis Method. Application to Natural Convection. pp 19, Accepted in ESAIM: Proc, CEMRACS 2012, 2012.







Mathématiques & Applications Collection de la SMAI éditée par Springer-Verlag Directeurs de la collection : J. Garnier et V. Perrier

Des nouvelles de la collection Mathématiques et Applications Par Josselin Garnier et Valérie Perrier

La collection Mathématiques et Applications, créée par la SMAI à la fin des années 80, a pour vocation l'édition de cours avancés de Master (M2), d'école doctorale ou de dernière année d'école d'ingénieurs. Certains ouvrages peuvent avoir une vocation purement pédagogique alors que d'autres constituent des textes de référence. Le premier volume paraît chez Ellipses en 1990, puis à partir du numéro 10, en 1992, la publication est assurée par l'éditeur Springer. Aujourd'hui, 73 volumes sont publiés, et leurs contenus reflètent la diversité à la fois des outils comme des applications. Les sujets abordés couvrent les domaines classiques des mathématiques appliquées : analyse numérique et équations aux dérivées partielles, probabilités et statistiques, optimisation, recherche opérationnelle, systèmes dynamiques, jusqu'à la théorie des jeux ou les méthodes algébriques... Les livres concernent aussi bien des aspects comme la modélisation et l'analyse mathématique que des développements algorithmiques et le calcul, ou encore des applications très spécifiques à un domaine donné. De ce point de vue, ces 73 volumes reflètent la très grande richesse des mathématiques en interaction avec d'autres disciplines comme : la physique statistique, la mécanique, la mécanique des fluides, la mécanique céleste, l'électromagnétisme, la chimie, l'optique, les sciences du vivant, l'informatique, l'automatique, le traitement d'image, la finance, la cryptographie. Les derniers numéros parus sont :

- Bases, outils et principes pour l'analyse variationnelle, par Jean-Baptiste Hiriart-Urruty (Nr 70),
- Mouvements browniens, martingales et calcul stochastique, par Jean-Francois Le Gall (Nr 71),
- Equations aux dérivées partielles elliptiques non linéaires, par Hervé Le Dret (Nr 72),
- Fractional fields and applications, par Serge Cohen et Jacques Istas (Nr 73).

Comme tous les 4 ans, le comité éditorial a vu sa composition évoluer en 2012 : il s'agit de pouvoir représenter ces différents aspects des mathématiques appliquées, et aussi les thématiques "phares" de la SMAI portées par ses groupes : SMAI GAMNI, SMAI MAS, SMAI MODE, SMAI SIGMA (ex-groupe AFA renommé pour intégrer les mathématiques de l'image et la modélisation géométrique) ainsi que le récent groupe SMAI MAIRCI qui représente le calcul sous toutes ses formes (scientifique, formel, haute performance...). Grégoire Allaire, co-directeur très actif de la collection depuis 2005, passe la main, et nous le remercions chaleureusement pour son investissement! Les actuels directeurs de la collection sont Josselin Garnier (Université Paris VII) et Valérie Perrier (Univer-







MATAPLI nº 101- Juin 2013

sité de Grenoble). La composition du Comité Editorial 2012 est désormais celle donnée sur la page suivante.

Nous encourageons vivement la soumission de manuscrits (en français ou anglais) : les textes ou projets peuvent être soumis directement à l'un des membres du comité éditorial, avec copie à V. Perrier (valerie.perrier@imag.fr) ou J. Garnier (garnier@math.univ-paris-diderot.fr).

MATHÉMATIQUES & APPLICATIONS : Directeurs de la collection : Josselin GARNIER et Valérie PERRIER Comité de Lecture 2012–2015

Rémi ABGRALL, INRIA et Institut Polytechnique de Bordeaux, FR, remi.abgrall@inria.fr Grégoire ALLAIRE, CMAP, École Polytechnique, Palaiseau, FR, gregoire.allaire@polytechnique.fr

Michel BENAÏM, Institut Mathématique, Université de Neuchâtel, CH, michel.benaim@unine.ch

Maïtine BERGOUNIOUX, MAPMO, Université d'Orléans, FR,

maitine.bergounioux@univ-orleans.fr

Thierry COLIN, Institut Polytechnique de Bordeaux, FR, colin@math.u-bordeaux1.fr

Marie-Christine COSTA, UMA, ENSTA, Paris, FR, marie-christine.costa@ensta.fr

Arnaud DEBUSSCHE, ENS Cachan, Bruz, FR, arnaud.debussche@bretagne.ens-cachan.fr

Isabelle GALLAGHER, Institut Math. Jussieu, Univ. Paris 7, FR,

gallagher@math.univ-paris-diderot.fr

Josselin GARNIER, Lab. Proba. et Mod. Aléatoires, Univ. Paris 7, FR,

garnier@math.univ-paris-diderot.fr

Stéphane GAUBERT, INRIA, Saclay - Île-de-France, Orsay, FR, stephane.gaubert@inria.fr

Emmanuel GOBET, CMAP, École Polytechnique, Palaiseau, FR,

emmanuel.gobet@polytechnique.edu

Raphaele HERBIN, CMI LATP, Université d'Aix-Marseille, FR,

raphaele.herbin@latp.univ-mrs.fr

Marc HOFFMANN, CEREMADE, Université Paris-Dauphine, FR,

hoffmann@ceremade.dauphine.fr

Claude LE BRIS, CERMICS, ENPC, Marne la Vallée, FR, lebris@cermics.enpc.fr

Sylvie MELEARD, CMAP, École Polytechnique, Palaiseau, FR,

sylvie.meleard@polytechnique.edu

Felix OTTO, Max Planck Institute, Leipzig, GE, otto@mis.mpg.de

Valérie PERRIER, Lab. Jean-Kunztmann, ENSIMAG, Grenoble, FR, valerie.perrier@imag.fr

Philippe ROBERT, INRIA Rocquencourt, Le Chesnay, FR, philippe.robert@inria.fr

Pierre ROUCHON, Automatique et Systèmes, École Mines, Paris, FR,

pierre.rouchon@ensmp.fr

Bruno SALVY, INRIA, LIP - ENS Lyon, FR, Bruno.Salvy@inria.fr

Annick SARTENAER, Dept. Mathématiques, Univ. Namur, BE, annick.sartenaer@fundp.ac.be

 $Eric SONNENDR \ddot{U}CKER, Max-Planck-Institut, Garching, GE, eric. sonnendruecker@ipp.mpg. de aller and the properties of the properties o$

Alain TROUVÉ, CMLA, ENS Cachan, FR, trouve@cmla.ens-cachan.fr

Cédric VILLANI, Université de Lyon et IHP, Paris, FR, villani@ihp.fr

Enrique ZUAZUA, BCAM, Bilbao, ES, zuazua@bcamath.org







Mathématiques & Applications

- Vol 60 N. Caspard, B. Monjardet, B. Leclerc, *Ensembles ordonnés finis* : concepts, résultats et usages, 2007, 340 p., 58 €- tarif SMAI : 46,60 €
- Vol 61 H. Pham, Optimisation et contrôle stochastique appliqués à la finance, 2007, 188 p., 35 €- tarif SMAI : 28 €
- Vol 62 H. Ammari, *An Introduction to Mathematics of Emerging Biomedical Imaging,* 2008, 205 p., 46 €- tarif SMAI : 36,80 €
- Vol 63 C. Gaetan, X. Guyon, *Modélisation et statistique spatiales*, 2008, 330 p., 64 €- tarif SMAI : 51.20 €
- Vol 64 J.-M. Rakotoson, *Réarrangement relatif*, 2008, 320 p., 64 €- tarif SMAI : 51.20 €
- Vol 65 M. Choulli, Elementary Feedback Stabilization of the Linear Reaction-convection-diffusion Equation and the Wave Equation, 2010, 300 p., 64 €- tarif SMAI : 51.20 €
- Vol 66 W. Liu, *Une introduction aux problèmes inverses elliptiques et,* paraboliques, 2009, 270 p., 95 €- tarif SMAI : 76 €
- Vol 67 W. Tinsson, *Plans d'expérience : constructions et analyses statistiques*, 2010, 530 p., 100 €- tarif SMAI : 80 €
- Vol 68 B. Desprès, Lois de conservation Eulériennes, Lagrangiennes et méthodes numériques, 2010, 530 p., 55 €- tarif SMAI : 44 €
- Vol 69 D.A. Di Pietro, A. Ern, *Mathematical aspects of discontinuous Galerkin methods*, 2012, 384 p., 89,95 €- tarif SMAI : 71,95 €
- Vol 70 J. B. Hiriart-Urruty, *Bases, outils et principes pour l'analyse variationnelle* 2013, à partir de 34,99 €
- Vol 71 J. F. Le Gall, Mouvement brownien, martingales et calcul stochastique 2013, à partir de 26,99 €
- Vol 72 H. Le Dret, Équations aux dérivées partielles elliptiques non linéaires 2013, à partir de 34,99 €
- Vol 73 S. Cohen et J. Istas, *Fractional Fields and Applications* 2013, à partir de 42,19 €

Le tarif SMAI (20% de réduction) et la souscription (30% sur le prix public) sont réservés aux membres de la SMAI. Pour obtenir l'un de ces volumes, adressez votre commande à :

Springer-Verlag, Customer Service Books -Haberstr. 7, D 69126 Heidelberg/Allemagne Tél. 0 800 777 46 437 (No vert) - Fax 00 49 6221 345 229 - e-mail : orders@springer.de Paiement à la commande par chèque à l'ordre de Springer-Verlag ou par carte de crédit (préciser le type de carte, le numéro et la date d'expiration).

Prix TTC en France (5,5% TVA incl.). Au prix des livres doit être ajoutée une participation forfaitaire aux frais de port : 5 euros (+ 1,50 euros par ouvrage supplémentaire).







Thèses en ligne!

Le service TEL (http://tel.archives-ouvertes.fr/) est dédié à l'archivage des thèses et des Habilitations à Diriger les Recherches. Il est modelé sur le serveur de prépublications HAL. Ces services ont été créés par le CCSD (Centre pour la Communication Scientifique Directe). TEL est géré en collaboration avec Mathdoc et la Société Française de Physique.

Le dépôt des thèses est libre, la vérification concerne seulement la pertinence du classement thématique et la correction des données administratives, comme pour HAL.

Tout nouveau docteur (ou habilité) peut ainsi rendre visible (en 24 heures environ) son document de soutenance, ce qui ne peut qu'être encouragé!

Thierry Dumont.











Résumés de thèses

par Carole LE GUYADER

Il est rappelé aux personnes qui souhaitent faire apparaître un résumé de leur thèse ou de leur HDR que celui-ci ne doit pas dépasser une trentaine de lignes. Le non-respect de cette contrainte conduira à une réduction du résumé (pas forcément pertinente) par le rédacteur en chef, voire à un refus de publication.

HABILITATIONS À DIRIGER DES RECHERCHES

Philippe BICH

Soutenue le 12 décembre 2012 Centre d'économie de la Sorbonne, Université Paris 1

Les travaux présentés dans cette HDR relèvent de l'économie mathématique et plus précisément de la théorie de l'équilibre général avec marchés financiers, de la théorie des jeux, de la théorie des points fixes et de l'analyse convexe. Le fil conducteur est la notion de discontinuité : discontinuité dans la théorie des marchés incomplets (qui provient du fait que pour certains prix du modèle, les possibilités de couverture face aux aléas du futur s'effondrent brusquement), discontinuité dans les modèles d'économie industrielle (par exemple, deux firmes en situation de duopole doivent soudainement se partager le marché si elles proposent un bien similaire au même prix), discontinuités dans les modèles d'enchères (si les prix donnés par plusieurs agents coïncident, une modification infinitésimale d'un des prix modifie complètement l'issu de l'enchère), discontinuités dans les modèles de localisation, etc...Ces discontinuités posent des problèmes spécifiques, et l'objet de ce travail est de proposer un certain nombre de réponses, en utilisant différentes techniques mathématiques (analyse convexe, topologie différentielle, géométrie différentielle, optimisation, ...).









THÈSES DE DOCTORAT D'UNIVERSITÉ

Adriana CUCU GOGONEL

Directeur de thèse: Avner BAR-HEN (Université Paris Descartes).

Statistical Post-Processing Methods And Their Implementation
On The Ensemble Prediction Systems For Forecasting Temperature
In The Use Of The French Electric Consumption

Soutenue le 27 novembre 2012 Université Paris Descartes, Laboratoire MAP5

Ces travaux sont réalisés dans le cadre d'une thèse CIFRE entre l'Université Paris Descartes (Laboratoire MAP5) et le département OSIRIS de la R&D d'EDF.

L'objectif des travaux de la thèse est d'étudier les propriétés statistiques de correction des prévisions de température et de les appliquer au système des prévisions d'ensemble (SPE) de Météo France pour améliorer son utilisation pour la gestion des systèmes électriques, à EDF R&D.

Nous commençons par présenter les SPE dont le principe est de faire tourner plusieurs scénarios du même modèle avec des données d'entrée légèrement différentes pour simuler l'incertitude. Les méthodes que nous avons évaluées sur le SPE de Météo France sont la méthode du Meilleur Membre et la méthode Bayésienne. Les résultats obtenus par ces méthodes lors de l'application aux données de Météo France sont comparés entre eux et avec les prévisions initiales par l'intermédiaire des critères de précision et de fiabilité comme : l'erreur absolue moyenne, la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne, l'indice continu de probabilité, le diagramme de Talagrand, la courbe de fiabilité, le biais, la moyenne.

La variante la plus complexe de la méthode du Meilleur Membre est proposée par V. Fortin. L'idée est d' "habiller" chaque membre d'un SPE avec un modèle d'erreurs construit sur une base de prévisions passées, en prenant en compte seulement les erreurs données par les meilleurs membres pour chaque pas de temps (on considère qu'un membre est le meilleur pour un certain pas de temps quand la prévision qu'il donne pour ce pas de temps fait la plus petite erreur, en valeur absolue, par rapport à la réalisation au pas de temps considéré). Les membres de l'ensemble sont traités différement par classes d'ordres statistiques ce qui revient à mettre de poids dans la simulation finale, sur les scénarios, par rapport aux performances des classes observées dans la période d'étude.







La méthode Bayésienne a été proposée par A. Raftery. C'est une méthode statistique de traitement de sorties de modèles qui permet d'obtenir des distributions de probabilité calibrées même si les SPE eux-mêmes ne sont pas calibrés. Le traitement statistique proposé est d'inspiration bayésienne, où la densité de probabilité du SPE est calculée comme une moyenne pondérée des densités de prévision des modèles composants. Les poids sont les probabilités des modèles estimées *a posteriori* et reflètent la performance de chacun des modèles, performance prouvée dans la période de test (la période de test est une fenêtre glissante qui permet d'utiliser une base de données moins lourde pour estimer les nouveaux paramètres).

Par rapport aux calculs des critères nous avons continué les travaux sur les queues de distribution, c'est ce qui nous a amenés à utiliser la théorie des valeurs extrêmes et les modèles du mélange qui nous permettent de combiner la méthode du Meilleur Membre pour la partie centrale de la distribution et un modèle spécifique à la théorie des valeurs extrêmes pour les queues de distribution. Après l'étude des résultats obtenus avec ce modèle de mélange, nous proposons une méthode complémentaire, celle de la régression quantiles. Puisque nous voulons modéliser les queues, il est important de tenir compte des erreurs relatives aux quantiles. C'est pourquoi nous allons utiliser une distance de χ^2 qui permet d'expliciter la sur-pondération des queues. Nous allons utiliser cette mesure pour estimer les améliorations apportées aux prévisions extrêmes. Les résultats sont positifs, même s'il reste quelques biais dans la représentation de la queue.

Imane BOUSSETOUAN

Directeurs de thèse : Mahdi Boukrouche et Laetitia Paoli (Institut Camille Jordan, Université Jean Monnet de Saint-Etienne).

Etude théorique et numérique de quelques problèmes d'écoulements et de chaleur hyperbolique

Soutenue le 10 décembre 2012 Institut Camille Jordan, Université Jean Monnet de Saint-Etienne

Ce travail de thèse a pour but d'étudier des écoulements non stationnaires de fluides incompressibles Newtoniens et non isothermes. Le problème est décrit par les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Nous nous intéressons au couplage entre le système de Navier-Stokes et l'équation de la chaleur hyperbolique (le résultat de la combinaison entre la loi de conservation d'énergie et la loi de Cattaneo). Cette dernière est une modification de la loi de Fourier utilisée habituellement, elle permet de surmonter 'le para-







doxe de la chaleur' et d'obtenir une description plus précise de la propagation de la chaleur. Le système couplé est un problème hyperbolique-parabolique dont la viscosité dépend de la température, alors que la capacité thermique et le terme de dissipation dépendent de la vitesse. Afin d'obtenir un résultat d'existence de solutions du problème couplé, nous démontrons d'abord l'existence et l'unicité de la solution du problème hyperbolique puis nous introduisons une discrétisation en temps et nous étudions la convergence des solutions approchées vers celles du problème original. Dans un deuxième temps nous étudions l'existence et l'unicité de la solution du système de Navier-Stokes muni des conditions aux limites de type Tresca puis de type Coulomb en dimension 2 et 3. Ensuite, nous proposons une discrétisation en temps du problème d'écoulement dans le cas de la condition au limite de type Tresca et nous établissons la convergence des solutions approchées. La dernière partie de cette thèse est consacrée à l'étude du problème couplé dans le cas de conditions aux limites de type Tresca. L'existence d'une solution est obtenue par un argument théorique de point fixe en dimension 2 et également par une méthode de discrétisation en temps qui conduit à résoudre sur chaque sous intervalle de temps un problème découplé pour la vitesse et la pression d'une part et la température, d'autre part.

Mots-clés : Loi de Cattaneo, équation de la chaleur hyperbolique, écoulement non isotherme, équation de Navier-Stokes, loi de Tresca, loi de Coulomb, discrétisation en temps.

Julien STIRNEMANN

Directeurs de thèse : Jean-Christophe Thalabard (Université Paris Descartes) et Adeline Samson (Université Paris Descartes).

Contributions à la modélisation de la croissance fœtale

Soutenue le 23 janvier 2013 Université Paris Descartes, Laboratoire MAP5

L'objectif de cette thèse est le développement d'outils adaptés à l'analyse de la croissance fœtale en considérant deux aspects : le problème des normes de croissance et celui de la connaissance de l'origine de temps du développement fœtal.

Un premier travail concerne la prédiction d'une trajectoire de croissance individuelle au fur et à mesure du déroulement de la grossesse. Classiquement, l'appréciation de la croissance repose sur l'utilisation de normes de population, appelées courbes de croissance, issues de données transversales. Ces normes présentent, en fonction de l'âge, un intervalle déterminé par des quantiles extrêmes, des déviations standards ou tout autre mesure d'écart à la moyenne. Bien que l'évaluation échographique de la croissance fœtale soit réalisée plusieurs fois au cours d'une grossesse, les observations sont en général interprétées indépendamment

|





selon ces normes, sans tenir compte des mesures précédentes. A la différence de ces normes de population, nos travaux considèrent la notion de prédiction individuelle d'une mesure de croissance. L'objectif est alors d'estimer une mesure future réalisée sur un fœtus en prenant en compte les observations existantes à un temps donné sur ce même fœtus. Nous exprimons la distribution conditionnelle des paramètres individuels de croissance dont nous utilisons certaines quantités d'intérêt pour réaliser des prédictions dans le cadre de modèles mixtes nonlinéaires. Ces quantités d'intérêt sont estimées à chaque temps à partir des expressions des lois conditionnelles correspondantes, nécessitant le recours à des méthodes d'intégration numérique. Nous prouvons que ces estimateurs convergent asymptotiquement avec le nombre d'observations donné. Ce résultat théorique est illustré par des simulations réalisées dans le contexte d'un modèle de croissance. Nous appliquons notre méthode à la croissance des grossesses gémellaires, observée par échographie prénatale, en utilisant deux échantillons indépendants. Le premier échantillon permet l'estimation des paramètres de population d'un modèle mixte non-linéaire à deux niveaux de variabilité. Le deuxième échantillon de grossesses est utilisé pour la validation des prédictions individuelles sur données réelles en utilisant des intervalles de prédiction. Ceci est réalisé en comparant le taux de recouvrement des intervalles de prédiction observés et attendus. Nous proposons par ailleurs une nouvelle représentation graphique des paramètres individuels de croissance permettant une interprétation dynamique de la croissance de l'individu concerné.

Un second travail concerne la datation de la conception, c'est à dire l'origine de temps pour l'étude de la croissance. En effet, la modélisation de la croissance fœtale repose sur l'hypothèse que son début est connu précisément. Cependant, sauf dans le cas très particulier de la fécondation in vitro, le début de la grossesse - la fécondation de l'ovocyte par le spermatozoïde - n'est pas observé. Physiologiquement, l'ovulation survient autour du 14ème jour du cycle, mais ceci est très variable. En pratique clinique, la datation de la grossesse repose sur la date des dernières règles ou sur la mesure échographique de l'embryon en début de grossesse rapportant sa longueur à son âge. Bien qu'il ait été montré que la datation par échographie est plus fiable que la date des dernières règles, une incertitude importante persiste de l'ordre de ± 4 à 5 jours. Cette incertitude est liée à l'erreur de mesure échographique et/ou à une variabilité intra- ou inter-fœtale de la croissance même en début de grossesse. Nous considérons ici le problème de l'estimation de la fonction de densité de probabilité du début de grossesse au sein du cycle féminin, c'est à dire la densité de l'intervalle de temps entre la date des dernières règles et la conception. Nous faisons l'hypothèse que les données échographiques fournissent des observations bruitées de cet intervalle de temps, sous un modèle de bruit additif. Nous plaçons ce problème dans le cadre de l'estimation non-paramétrique de déconvolution. Nous proposons un estimateur ne nécessitant d'hypothèse paramétrique sur le bruit de mesure et utilisant un échantillon indépendant d'observations répétées. L'étude théorique des vitesses de convergence de cet estimateur est illustrée par simulation. Nous illustrons la méthode et ses hypothèses sur données réelles dans le cadre général de données biomé-







"matapli101" — 2013/7/17 — 18:53 — page 162 — #162



Résumés de thèses

dicales. Nous réalisons ensuite une étude plus complète de la densité du début de grossesse au sein du cycle féminin à partir des données cliniques et échographiques d'une large cohorte en population générale, en insistant sur quelques covariables pertinentes. Une implémentation générale des estimateurs de déconvolution est réalisée sous la forme d'une librairie publiée pour le logiciel R.









Joan BRUNA

Directeur de thèse : Stéphane Mallat (CMAP, Ecole Polytechnique).

Représentations en scattering pour la reconnaissance

Soutenue le 6 février 2013 CMAP, Ecole Polytechnique

Ma thèse étudie le problème de la reconnaissance des objets et des textures d'un point de vue mathématique. Dans ce cadre, il est nécessaire de construire des représentations de signaux avec des propriétés d'invariance et de stabilité qui ne sont pas satisfaites par des approches linéaires.

Les opérateurs de Scattering, introduits par S. Mallat, itèrent des décompositions en ondelettes et rectifications avec des modules complexes. Ces opérateurs définissent une transformée non-linéaire avec des propriétés remarquables; en particulier, elle est localement invariante par translation et Lipschitz continue par rapport à l'action des difféomorphismes. De plus, les opérateurs de Scattering définissent une représentation des processus stationnaires qui capture les moments d'ordre supérieur, et qui peut être estimée avec faible variance à partir d'un petit nombre de réalisations.

Dans cette thèse, nous obtenons des nouvelles propriétés mathématiques de la représentation en scattering, et nous montrons leur efficacité pour la reconnaissance des objets et textures. Grâce à sa continuité Lipschitz par rapport à l'action des difféomorphismes, la transformée en scattering est capable de linéariser les petites déformations. Cette propriété peut être exploitée en pratique avec un classificateur génératif affine, qui nous permet d'obtenir l'état de l'art sur la reconnaissance des chiffres manuscrites. Nous étudions ensuite les représentations en Scattering des textures dans le cadre des images et du son. Nous montrons leur capacité à discriminer des phénomènes non-gaussiens avec des estimateurs à faible variance, ce qui nous permet d'obtenir de l'état de l'art pour la reconnaissance des textures. Finalement, nous nous intéressons aux propriétés du Scattering pour l'analyse multifractale. Nous introduisons une renormalisation des coefficients en Scattering qui permet d'identifier de façon efficace plusieurs paramètres multifractales; en particulier, nous obtenons une nouvelle caractérisation de l'intermittence à partir des coefficients de Scattering re-normalisés, qui peuvent s'estimer de façon consistante.









Thibaut DEHEUVELS

Directeurs de thèse : Nicoletta Tchou (IRMAR, Université de Rennes 1) et Yves Achdou (Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Paris Diderot - Paris 7).

Contributions à l'étude d'espaces de fonctions et d'EDP dans une classe de domaines à frontière fractale auto-similaire

Soutenue le 22 mars 2013 IRMAR, Université de Rennes 1

Cette thèse est consacrée à des questions d'analyse en amont de la modélisation de structures arborescentes, comme le poumon humain. Plus particulièrement, nous portons notre intérêt sur une classe de domaines ramifiés du plan, dont la frontière comporte une partie fractale auto-similaire.

Nous commençons par une étude d'espaces de fonctions dans cette classe de domaines. Nous étudions d'abord la régularité Sobolev de la trace sur la partie fractale de la frontière de fonctions appartenant à des espaces de Sobolev dans les domaines considérés. Nous étudions ensuite l'existence d'opérateurs de prolongement sur la classe de domaines ramifiés. Nous comparons finalement la notion de trace auto-similaire sur la partie fractale du bord à des définitions plus classiques de trace.

Nous nous intéressons enfin à un problème de transmission mixte entre le domaine ramifié et le domaine extérieur. L'interface du problème est la partie fractale du bord du domaine. Nous proposons ici une approche numérique, en approchant l'interface fractale par une interface préfractale. La stratégie proposée ici est basée sur le couplage d'une méthode auto-similaire pour la résolution du problème intérieur et d'une méthode intégrale pour la résolution du problème extérieur.

Mohamed Amin BENSASSI

Directeurs de thèse : Guillaume James (Grenoble INP) et Antoine Girard (Université Joseph Fourier).

Analyse et contrôle de systèmes dynamiques polynomiaux

Soutenue le 15 avril 2013 Laboratoire Jean Kuntzmann et Université de Grenoble

Cette thèse présente une étude des systèmes dynamiques polynomiaux motivée à la fois par le grand spectre d'applications de cette classe (modèles de réactions chimiques, modèles de circuits électriques ainsi que les modèles biologiques) et par la difficulté (voire incapacité) de la résolution théorique de tels systèmes. Dans une première partie préliminaire, nous présentons les polynômes multi-



164







variés et nous introduisons les notions de forme polaire d'un polynôme (floraison) et de polynômes de Bernstein qui seront d'un grand intérêt par la suite. Dans une deuxième partie, nous considérons le problème d'optimisation polynomial dit POP. Nous décrivons dans un premier temps les principales méthodes existantes permettant de résoudre ou d'approcher la solution d'un tel problème. Puis, nous présentons deux relaxations linéaires se basant respectivement sur le principe de floraison ainsi que les polynômes de Bernstein permettant d'approcher la valeur optimale du POP. La dernière partie de la thèse sera consacrée aux applications de nos deux méthodes de relaxation dans le cadre des systèmes dynamiques polynomiaux. Une première application s'inscrit dans le cadre de l'analyse d'atteignabilité : en effet, on utilisera notre relaxation de Bernstein pour pouvoir construire un algorithme permettant d'approximer les ensembles atteignables d'un système dynamique polynomial discrétisé. Une deuxième application sera la vérification et le calcul d'invariants pour un système dynamique polynomial. Une troisième application consiste à calculer un contrôleur et un invariant pour un système dynamique polynomial soumis à des perturbations. Dans le contexte de l'invariance, on utilisera la relaxation se basant sur le principe de floraison. Enfin, une dernière application sera d'exploiter les principales propriétés de la forme polaire pour pouvoir étudier des systèmes dynamiques polynomiaux dans des rectangles.

Mots-clés : Systèmes dynamiques, Optimisation polynomiale, Programmation linéaire, Contrôle, Abstraction.

Bằng Công VŨ

Directeur de thèse : Patrick Louis Combettes (Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre & Marie Curie - Paris 6).

Inclusions monotones en dualité et applications

Soutenue le 15 avril 2013

Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre & Marie Curie - Paris 6

Le but de cette thèse est de développer de nouvelles techniques d'éclatement d'opérateurs multivoques pour résoudre des problèmes d'inclusion monotone structurés dans des espaces hilbertiens. La dualité au sens des inclusions monotones tient une place essentielle dans ce travail et nous permet d'obtenir des décompositions qui ne seraient pas disponibles *via* une approche purement primale. Nous développons plusieurs algorithmes à métrique fixe ou variable dans un cadre unifié, et montrons en particulier que de nombreuses méthodes existantes sont des cas particuliers de la méthode explicite–implicite formulée dans des espaces produits adéquats. Les méthodes proposées sont appliquées aux problèmes d'inéquations variationnelles, aux problèmes de minimisation, aux problèmes inverses, aux problèmes de traitement du signal, aux problèmes d'admissibilité et







aux problèmes de meilleure approximation. Dans un second temps, nous introduisons une notion de suite quasi-fejérienne à métrique variable et analysons ses propriétés asymptotiques. Ces résultats nous permettent d'obtenir des extensions de méthodes d'éclatement aux problèmes où la métrique varie à chaque itération.

Rémi SCHWEYER

Directeur de thèse : Pierre Raphaël (Université de Nice Sophia-Antipolis).

Etude de l'existence et de la stabilité pour des dynamiques explosives pour des problèmes paraboliques critiques

Soutenue le 17 mai 2013 Institut de Mathématiques de Toulouse

Dans cette thèse ont été étudiés trois problèmes paraboliques critiques : le flot de la chaleur harmonique, pour des solutions 1-corotationnelles, le modèle de Patlak-Keller-Segel dans sa version parabolique-elliptique, et l'équation de la chaleur semilinéaire en dimension 4, dans le cas énergie critique. Pour chacune de ces équations, après avoir donné quelques indications sur leur origine, je donne quelques résultats antérieurs à cette thèse, permettant de replacer les résultats trouvés dans leur contexte. Une version édulcorée de chaque théorème, décrivant finement un régime explosif en temps fini, sera ensuite énoncée, avant de proposer des perspectives de recherche découlant plus ou moins naturellement de ces travaux.









ANNONCES DE COLLOQUES

Annonces de colloques

Annonces de Colloques

par Thomas HABERKORN

Juin 2013

2ND ECCOMAS YOUNG INVESTIGATORS CONFERENCE

du 2 au 6 Juin 2013, à Bordeaux

http://yic2013.sciencesconf.org

11th International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Waves (Waves 2013)

du 3 au 7 Juin 2013, à Gammarth (Tunisie)

http://www.lamsin.tn/waves13/

ECOLE THÉMATIQUE DE MÉCANIQUE DES MILIEUX CONTINUS GÉNÉRALISÉS du 3 au 8 Juin 2013, à Quiberon

http://www.mcg.cnrs-mrs.fr/

MODÉLISATION, DYNAMIQUE URBAINE ET ETALEMENT URBAIN du 4 au 7 Juin 2013, à Orléans

http://www.univ-orleans.fr/mapmo/colloques/urban/

WORKSHOP ON PROBABILISTIC CELLULAR AUTOMATA: THEORY, APPLICATIONS AND FUTURE PERSPECTIVES

du 10 au 12 Juin 2013, à Eindhoven (Pays-Bas)

http://www.eurandom.tue.nl/events/workshops/2013/PCA/PCA.html

ECOLE D'ÉTÉ CIMI EN TRAITEMENT D'IMAGES

du 10 au 14 Juin 2013, à Saint Lary

http://www.cimi.univ-toulouse.fr/imagetrimester/school.html

NUMERICAL ANALYSIS SUMMER SCHOOL : MOLECULAR DYNAMICS "AB INITIO AND CLASSICAL METHODS"

du 10 au 21 Juin 2013, à Cadarache

http://www-hpc.cea.fr/SummerSchools2013-NASS.htm

Premier Colloque BioMathématique

du 11 au 12 Juin 2013, à Besançon

http://mb2.univ-fcomte.fr/index.html







Annonces de colloques

CONFÉRENCE: INTERACTIONS DANS LES SYSTÈMES COMPLEXES

du 17 au 19 Juin 2013, à Orléans

http://www.univ-orleans.fr/conf_AMISC

JOURNÉES ANNUELLES DU GDR MATHÉMATIQUES DE L'OPTIMISATION ET AP-PLICATIONS

du 17 au 19 Juin 2013, à Paris

http://gdrmoa.math.cnrs.fr/activites/journees-annuelles-gdrmoa-2013/

JOURNÉES DE PROBABILITÉS

du 17 au 21 Juin 2013, à Orléans

http://www.univ-orleans.fr/mapmo/membres/berglund/proba2013

SAT 2013 : International Conference on New Trends in Splines and Approximation Theory

du 19 au 21 Juin 2013, à Rennes

http://sat2013.sciencesconf.org/

15èmes Rencontres Mathématiques de Rouen, EDP non linéaires et applications, en mémoire de Dominique Blanchard

du 19 au 21 Juin 2013, à Rouen

http://www.univ-rouen.fr/LMRS/RMR13/index.html

MATHEMATICAL STATISTICS AND LIMIT THEOREMS. CONFERENCE IN HONOR OF PROF. PAUL DEHEUVELS

du 20 au 21 Juin 2013, à Paris

http://www.lsta.upmc.fr/Congres-Deheuvels/Home.html

DEUXIÈME JOURNÉE PARITÉ EN MATHÉMATIQUES

le 24 Juin 2013, à Paris

http://postes.smai.emath.fr/parite/journee2013/journee_parite

13TH INTERNATIONAL CONFERENCE "NUMERICAL ANALYSIS AND SCIENTIFIC COMPUTATION WITH APPLICATIONS"

du 24 au 26 Juin 2013, à Calais

http://www-lmpa.univ-littoral.fr/NASCA13/

Workshop on Optimization and Statistics in Image Processing du 24 au 28 Juin 2013, à Toulouse

http://www.cimi.univ-toulouse.fr/imagetrimester/workshop.html

CONFÉRENCE "MATHEMATICAL PARADIGMS OF CLIMATE SCIENCE" du 24 au 28 Juin 2013, à Rome (Italie)

http://www.mpcs2013.unito.it

168









Annonces de colloques

ECOLE DE RECHERCHE "EQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES EN BIOLOGIE ET MÉDECINE"

du 24 Juin au 5 Juillet 2013, à La Havane (Cuba)

http://www.cimpa-icpam.org/spip.php?article505

CONFÉRENCE "MULTISCALE MULTIPHYSICS MODELLING FOR THE RESPIRATORY SYSTEM"

du 26 au 27 Juin 2013, à Paris

http://www.ljll.math.upmc.fr/m3rs2013/index.html

DEUXIÈMES RENCONTRES R

du 27 au 28 Juin 2013, à Lyon

http://r2013-lyon.sciencesconf.org/

Juillet 2013

7th Int. Conference on Sensitivity Analysis of Model Output $\it du$ 1er $\it au$ 4 $\it Juillet$ 2013, $\it à$ $\it Nice$

http://www.gdr-mascotnum.fr/2013

9TH IMACS SEMINAR ON MONTE CARLO METHODS

du 15 au 19 Juillet 2013, à Annecy

http://www.lama.univ-savoie.fr/IMACS2013/

CEMRACS 2013 : Modelling and simulation of complex systems : stochastic and deterministic approaches

du 22 Juillet au 30 Août 2013, à Marseille

http://smai.emath.fr/cemracs/cemracs13

RECENT ADVANCES ON OPTIMIZATION

du 24 au 26 Juillet 2013, à Toulouse

http://www.fondation-stae.net/fr/optimization-july2013.html

Août 2013

MICROSTRUCTURE: EVOLUTION AND DYNAMICS

du 25 au 29 Août 2013, à Technion (Israel)

http://cmssummer2013.net.technion.ac.il

Journées Singulières Augmentées 2013 - Conférence en l'honneur de Martin Costabel pour ses 65 ans

du 26 au 30 Août 2013, à Rennes

http://jsa2013.sciencesconf.org/







Annonces de colloques

Septembre 2013

ADVANCED METHODS IN MATHEMATICAL FINANCE

du 3 au 6 Septembre 2013, à Angers

http://advanced2013.math.univ-angers.fr/

NUMERICAL ANALYSIS OF STOCHASTIC PDES CONFERENCE

du 10 au 11 Septembre 2013, à Rennes

http://www.lebesgue.fr/content/sem2013-NASPDE-en

CONFÉRENCE XFEM 2013

du 11 au 13 Septembre 2013, à Lyon

http://xfem2013.sciencesconf.org/

Octobre 2013

13ème Journées EDP/Probas SMAI : Inégalités fonctionnelles et comportement en temps long

le 11 Octobre 2013, à Paris

http://smai.emath.fr/spip.php?article465

LES MATHÉMATIQUES AU CARREFOUR DES CULTURES DE LA MÉDITERRANÉE du 19 au 22 Octobre 2013, à Marseille

http://www.jnmarseille2013.fr/index4.php

IV COLLOQUE EDP-NORMANDIE : JOURNÉES ANNUELLES MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

du 24 au 25 Octobre 2013, à Caen

http://edp-normandie2.sciencesconf.org/

SCHOOL AND CONFERENCE "LÉVY PROCESSES AND SELF-SIMILARITY 2013" du 28 Octobre au 9 Novembre 2013, à Tunis (Tunisie)

http://levy-autosimilarity-tunis2013.math.cnrs.fr/index.html

JOURNÉES D'ANALYSE NUMÉRIQUE ET OPTIMISATION: JANO1

du 31 Octobre au 2 Novembre 2013, à Essaouira (Maroc)

http://www.este.uca.ma/jano10/

Novembre 2013

ECOLE "EQUILIBRES DE NASH GÉNÉRALISÉS, PROBLÈMES BI-NIVEAUX ET MPEC" du 25 Novembre au 6 Décembre 2013, à New Delhi (Inde)

http://www.cimpa-icpam.org/spip.php?article512

170







"matapli101" — 2013/7/17 — 18:53 — page 171 — #171



Annonces de colloques

Décembre 2013

MCT 2013 : MATHEMATICAL CONTROL du 2 au 6 Décembre 2013, à Trieste (Italie)

http://mct.lsis.org/

STOCHASTIC MODELS IN ECOLOGY, EVOLUTION AND GENETICS

du 9 au 13 Décembre 2013, à Angers

http://smeeg2013.math.univ-angers.fr/

52ND IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL

du 10 au 13 Décembre 2013, à Florence (Italie)

http://cdc2013.units.it/

INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCES IN APPLIED MATHEMATICS "ICAAM 2013"

du 16 au 19 Décembre 2013, à Hammamet (Tunisie)

https://sites.google.com/site/icaam2013/

MARRAKESH INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBABILITY AND STATISTICS du 17 au 20 Décembre 2013, à Marrakech (Maroc)

http://www.ensa.ac.ma/micps2013/









CORRESPONDANTS LOCAUX

Amiens Serge Dumont
LAMFA
Univ. de Picardie Jules Verne
33 rue Saint Leu
80039 Amiens CEDEX
203 22 82 75 16
Serge.Dumont@u-picardie.fr

Angers
Loïc Chaumont
LAREMA
Faculté des Sciences
Univ. d'Angers
2 bd Lavoisier
49045 Angers CEDEX 01

© 02 41 73 50 28 - 20 241 73 54 54
loic.chaumont@univ-angers.fr

Antilles-Guyane Marc Lassonde
Lab. de Mathématiques Informatique
et Applications
Univ. des Antilles et de la Guyane
97159 Pointe à Pitre
Marc.Lassonde@univ-ag.fr

Avignon Alberto Seeger
Dépt de Mathématiques
Univ. d'Avignon
33 rue Louis Pasteur
84000 Avignon

© 04 90 14 44 93 – © 04 9014 44 19
alberto.seeger@univ-avignon.fr

Belfort Michel Lenczner
Lab. Mécatronique 3M
Univ. de Technologie de BelfortMontbelliard
90010 Belfort CEDEX
☎ 03 84 58 35 34 - ☎ 03 84 58 31 46
Michel.Lenczner@utbm.fr

Besançon Nabile Boussaid
Lab. de mathématiques
UFR Sciences et Techniques
16 route de Gray
25030 Besançon CEDEX

☎ 03 81 66 63 37 - ☎ 03 81 66 66 23
boussaid.nabile@gmail.com

Bordeaux Olivier Saut
Institut de Mathématiques
Univ. Bordeaux I
351 cours de la Libération
33405 Talence CEDEX

☎ 05 40 00 61 47 - ☎ 05 40 00 26 26
olivier.saut@math.u-bordeaux1.fr

Brest Piernicola Bettiol
Dép. de Mathématiques
UFR Sciences et Techniques
Université de Bretagne Occidentale
6 av. Victor Le Gorgeu
CS 93837
29238 Brest Cedex 3

☎ 02 98 01 73 86 - 202 98 01 61 75
Piernicola.Bettiol@univ-brest.fr

Cachan ENS Frédéric Pascal
CMLA
ENS Cachan
61 av. du Président Wilson
94235 Cachan CEDEX
☎ 01 47 40 59 46 - ☑ 01 47 40 59 01
frederic.pascal@cmla.ens-cachan.fr

Caen Alain Campbell
Groupe de Mécanique, Modélisation
Mathématique et Numérique
Lab. Nicolas Oresme
Univ. de Caen
BP 5186
14032 Caen CEDEX
☎ 02 31 56 74 80 - € 02 31 56 73 20
alain.campbell@unicaen.fr

Cergy Mathieu Lewin
Dép. de Mathématiques,
Univ. de Cergy-Pontoise / Saint-Martin
2 av. Adolphe Chauvin
95302 Cergy-Pontoise CEDEX

2 01 34 25 66 15 - 20 13 4 25 66 45
mathieu.lewin@math.cnrs.fr





Brigitte Bidegaray

Clermont-Ferrand Olivier Bodart
Lab. de Mathématiques Appliquées
Univ. Blaise Pascal
BP 45
63177 Aubière CEDEX
☎ 04 73 40 79 65 - ☎ 04 73 40 70 64
Olivier.Bodart@math.univ-bpclermont.fr

Lab. de Modélisation et Calcul, IMAG Univ. Joseph Fourier BP 53 38041 Grenoble CEDEX 9 • 04 76 57 46 10 – \$\mathref{D}\$ 04 76 63 12 63 Brigitte.Bidegaray@imag.fr

Grenoble

Compiègne

Véronique Hédou-Rouillier Équipe de Mathématiques Appliquées Dept Génie Informatique Univ. de Technologie BP 20529 60205 Compiègne CEDEX ☎ 03 44 23 49 02 – ☎ 03 44 23 44 77 Veronique. Hedou@utc.fr

Dijon Christian Michelot
UFR Sciences et Techniques
Univ. de Bourgogne
BP 400
21004 Dijon CEDEX
☎ 03 80 39 58 73 - ☎ 03 80 39 58 90
michelot@u-bourgogne.fr

École Centrale de Paris

Anna Rozanova-Pierrat École Centrale de Paris Lab. Mathématiques Appliquées aux Systèmes, Grande Voie des Vignes, 92295 Châtenay-Malabry CEDEX ☎ 01 41 13 17 19 - ☎ 01 41 13 14 36 anna.rozanova-pierrat@ecp.fr

Etats-Unis Rama Cont IEOR, Columbia University 316 S. W. Mudd Building 500 W. 120th Street, New York, New York 10027 – Etats-Unis \Rightarrow + 1 212-854-1477

Rama.Cont@columbia.edu

Evry la Génopole Laurent Denis
Dépt de Mathématiques
Univ. d'Évry Val d'Essonne
B^d des Coquibus
91025 Évry CEDEX
☎ 01 69 47 02 03 - ♣ 01 69 47 02 18
laurent.denis@univ-evry.fr

Israël Ely Merzbach
Dept of Mathematics and Computer
Science
Bar Ilan University Ramat Gan.
Israel 52900

☎ + 972 3 5318407/8 - ☎ + 972 3 5353325
merzbach@macs.biu.ac.il

La Réunion Philippe Charton
Dép. de Mathématiques et Informatique IREMIA
Univ. de La Réunion
BP 7151
97715 Saint-Denis Messag CEDEX 9
☎ 02 62 93 82 81 - € 02 62 93 82 60
Philippe.Charton@univ-reunion.fr

Le Havre
IUT du Havre
Place Robert Schuman
BP 4006
76610 Le Havre.
☎ 02 32 74 46 42 - ☎ 02 32 74 46 71
adnan.yassine@iut.univ-lehavre.fr

Le Mans Alexandre Popier
Dép. de Mathématiques
Univ. du Maine
Av. Olivier Messiaen
72085 Le Mans CEDEX 9

☎ 02 43 83 37 19 - ☎ 02 43 83 35 79
Alexandre . Popier@univ-lemans . fr

Liban Hyam Abboud
Fac. des Sciences et de Génie Informatique
Univ. Saint-Esprit de Kaslik
BP 446 Jounieh
Liban

☎ + 961 9 600 914
hyamabboud@usek.edu.lb











Lille Caterina Calgaro Lab. de Mathematiques Appliquees Univ. des Sciences et Technologies de Lille Bat. M2, Cité Scientifique 59655 Villeneuve d'Ascq CEDEX **☎** 03 20 43 47 13 - **☞** 03 20 43 68 69 Caterina.Calgaro@univ-lille1.fr

Samir Adly Limoges LACO Univ. de Limoges 123 av. A. Thomas 87060 Limoges CEDEX **☎** 05 55 45 73 33 − **₽** 05 55 45 73 22 adly@unilim.fr

Littoral Côte d'Opale Carole Rosier **LMPA** Centre Universitaire de la Mi-voix 50 rue F. Buisson BP 699 62228 Calais CEDEX. **☎** 03 21 46 55 83 Carole.Rosier@lmpa.univ-littoral.fr

Lyon Thierry Dumont Institut Camille Jordan, Univ. Claude Bernard Lyon 1 43 b^d du 11 novembre 1918 69622 Villeurbanne CEDEX tdumont@math.univ-lyon1.fr

Marne la Vallée Alain Prignet Univ. de Marne-la-Vallée, Cité Descartes 5 b^d Descartes 77454 Marne-la-Vallée CEDEX **☎** 01 60 95 75 34 − **☞** 01 60 95 75 45 alain.prignet@univ-mlv.fr

École Nationale de l'Industrie Minérale Bd Haj A. Cherkaoui, Agdal BP 753, Rabat Agdal 01000 Rabat Maroc **☎** 00 212 37 77 13 60 - **☞** 00 212 37 77 10 55

Khalid Najib

najib@enim.ac.ma

Marseille Guillemette Chapuisat **LATP** Université Paul Cézanne Faculté des Sciences et Techniques de St Jérôme, Case Cour A avenue Escadrille Normandie-Niemen 13397 Marseille Cedex 20, France 20 04 91 28 88 40 - 🔊 01 91 28 87 41

guillemette.chapuisat@univ-cezanne.fr

Mauritanie Zeine Ould Mohamed Équipe de Recherche en Informatique et Mathématiques Appliquées Faculté des Sciences et Techniques Univ. de Nouakchott BP 5026 Nouakchott - Mauritanie **a** + 222 25 04 31 - **a** + 222 25 39 97 zeine@univ-nkc.mr

Jean-Pierre Croisille Metz Dépt de Mathématiques Univ. de Metz Ile du Saulcy 57405 Metz CEDEX 01 **☎** 03 87 31 54 11 - **☞** 03 87 31 52 73 croisil@poncelet.univ-metz.fr

Montpellier Matthieu Alfaro I3M Dép. de Mathématiques, Univ. Montpellier II, CC51 Pl. Eugène Bataillon 34095 Montpellier CEDEX 5 **☎** 04 67 14 42 04 - **☞** 04 67 14 35 58 malfaro@math.univ-montp2.fr

Nancy Takéo Takahashi Institut Élie Cartan BP 239 54506 Vandoeuvre-lès-Nancy **☎** 03 83 68 45 95 - **☞** 03 83 68 45 61 takahash@iecn.u-nancy.fr

Francoise Foucher **Nantes** École Centrale de Nantes BP 92101 44321 Nantes CEDEX 3 **☎** 02 40 37 25 19 francoise.foucher@ec-nantes.fr

174









Nice Claire Scheid
Lab. Jean-Alexandre Dieudonné
Univ. de Nice
Parc Valrose
06108 Nice CEDEX 2

☎ 04 92 07 64 95 - ☎ 04 93 51 79 74
claire.scheid@unice.fr

Orléans Cécile Louchet
Dépt de Mathématiques
Univ. d'Orléans
BP 6759
45067 Orléans CEDEX 2
☎ 02 38 49 27 57 - ☎ 02 38 41 71 93
Cecile.Louchet@univ-orleans.fr

Paris I Jean-Marc Bonnisseau
UFR 27 – Math. et Informatique
Univ. de Paris I, CERMSEM
90 rue de Tolbiac
75634 Paris CEDEX 13
☎ 01 40 77 19 40 – ☑ 01 40 77 19 80
jean-marc.bonnisseau@univ-paris1.fr

Paris V Ellen Saada
Lab. MAP 5 - UMR CNRS 8145
Univ. Paris Descartes
45 rue des Saints Pères
75270 Paris cedex 06
☎ 01 42 86 21 14 - ☎ 01 42 86 41 44
ellen.saada@mi.parisdescartes.fr

Paris VI Nicolas Vauchelet
Lab. Jacques-Louis Lions
Boîte courrier 187
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu
75252 Paris CEDEX 05
☎ 01 44 27 37 72 - ☎ 01 44 27 72 00
vauchelet@ann.jussieu.fr

Paris VI Stéphane Menozzi
Lab. Probabilités et Modèles Aléatoires
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu
75252 Paris CEDEX 05
☎ 01 44 27 70 45 - ☎ 01 44 27 72 23
menozzi@ccr.jussieu.fr

Paris XI

Mathématiques, Bât. 425
Univ. de Paris-Sud
91405 Orsay CEDEX
☎ 01 69 15 60 32 - ☎ 01 69 14 67 18
Benjamin.Graille@math.u-psud.fr

Paris XII Yuxin Ge
UFR de Sciences et Technologie
Univ. Paris 12 - Val de Marne
61 av. du Général de Gaulle
94010 Créteil CEDEX
☎ 01 45 17 16 52
ge@univ-paris12.fr

Paris IX

CEREMADE

Univ. Paris-Dauphine
Pl du M^{al} de Lattre de Tassigny
75775 Paris CEDEX 16

☎ 01 44 05 47 26 - ﷺ 01 44 05 45 99
salomon@ceremade.dauphine.fr

Pau Brahim Amaziane
Lab. de Math. Appliquées, IPRA,
Univ. de Pau
av. de l'Université
64000 Pau

☎ 05 59 92 31 68/30 47 - ☎ 05 59 92 32 00
brahim.amaziane@univ-pau.fr

Perpignan
Dépt de Mathématiques
Univ. de Perpignan
52 avenue de Villeneuve
66860 Perpignan CEDEX
☎ 04 68 66 21 48 - ♣ 04 68 06 22 31
aussel@univ-perp.fr

Poitiers Morgan Pierre
LMA
Univ. de Poitiers
B^d Marie et Pierre Curie
BP 30179
86962 Futuroscope Chasseneuil CEDEX
☎ 05 49 49 68 85
Morgan.Pierre@math.univ-poitiers.fr









Polytechnique Aline Lefebvre-Lepot CMAP, École Polytechnique 91128 Palaiseau

☎ 01 69 33 45 61 - **☞** 01 69 33 46 46

 $\verb|aline.lefebvre@polytechnique.edu|\\$

Reims Stéphanie Salmon

Lab. de Mathématiques Univ. Reims

UFR Sciences Exactes et Naturelles Moulin de la Housse – BP 1039 51687 Reims CEDEX 2

☎ 03 26 91 85 89 - **☞** 03 26 91 83 97 stephanie.salmon@univ-reims.fr

Virginie Bonnaillie-Noël IRMAR et ENS Cachan Bretagne Av. Robert Schumann 35170 Bruz

☎ 02 99 05 93 45 - **☞** 02 99 05 93 28 Virginie.Bonnaillie

@Bretagne.ens-cachan.fr

Rouen Jean-Baptiste Bardet **LMRS**

Univ. de Rouen av. de l'Université - BP 12 76801 Saint-Étienne-du-Rouvray **☎** 02 32 95 52 34 − **☞** 02 32 95 52 86 Jean-Baptiste.Bardet@univ-rouen.fr

Rouen (INSA) Anastasia Zakharova Lab. de Mathématiques de l'INSA INSA Rouen - Av. de l'Université **BP 08**

76801 St Etienne du Rouvray CEDEX **☎** 02 32 95 65 38 − **3** 02 32 95 99 03

anastasia.zakharova@insa-rouen.fr

Stéphane Gerbi Savoie

Lab. de Mathématiques Univ. de Savoie 73376 Le Bourget du Lac CEDEX **☎** 04 79 75 87 27 – **☞** 04 79 75 81 42 stephane.gerbi@univ-savoie.fr Strasbourg Michel Mehrenberger **IRMA**

Univ. de Strasbourg 7 rue René Descartes 67084 Strasbourg CEDEX

☎ 03 68 85 02 05

mehrenbe@math.unistra.fr

Toulouse Violaine Roussier-Michon INSA, Département GMM 135 av. de Rangueil 31077 Toulouse CEDEX 4 **☎** 05 61 55 93 29

roussier@insa-toulouse.fr

Christine Georgelin Lab. Math. et Physique Théorique Fac. Sciences et Technique de Tours 7 parc Grandmont 37200 Tours

☎ 02 47 36 72 61 - **⋑** 02 47 36 70 68 georgelin@univ-tours.fr

Tunisie Fahmi Ben Hassen **ENIT-LAMSIN** BP 37, 1002 Tunis Belvédère Tunisie

☎ +216 71 874 700 (poste 556) - ₩ +216 71 871 022

fahmi.benhassen@enit.rnu.tn

Valenciennes Iuliette Venel LAMAV Univ. de Valenciennes Le Mont Houy – ISTV2 59313 Valenciennes CEDEX 9 **☎** 03 27 51 19 23 - **☞** 03 27 51 19 00 juliette.venel@univ-valenciennes.fr



