Sommaire

Éditorial 3
Comptes rendus des CA et bureaux de la SMAI 7
Vie de la communauté 17
Stefan Rolewicz (1932-2015) 18
Théorème 20
Un programme de go a battu un joueur professionnel 25
Projet BOUM : Propriétés spectrales des opérateurs hypoelliptiques 30
Rapport de la première école dété des jeunes chercheurs du CEREMADE 31
Modèles de polymère, transition d'accrochage, et désordre 43
Modèles de bandit : une histoire bayésienne et fréquentiste 51
Résumés de thèses 65
Annonces de colloques 87
Liste des correspondants locaux 91

Date limite de soumission des textes pour le Matapli 110 :
31 mai 2016

Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05
Tél : 01 44 27 66 62 – Télécopie : 01 44 07 03 64
MATAPLI - ISSN 0762-5707
smai@emath.fr - http : //smai.emath.fr

PRIX DES PUBLICITÉS ET ENCARTS DANS MATAPLI POUR 2016

- 150 € pour une demi-page intérieure
- 250 € pour une page intérieure
- 400 € pour la 3e de couverture
- 450 € pour la 2e de couverture
- 500 € pour la 4e de couverture
- 300 € pour le routage avec Matapli d'une affiche format A4 (1500 exemplaires)

(nous consulter pour des demandes et prix spéciaux)

Envoyer un bon de commande au secrétariat de la Smai

Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05
Tél : 01 44 27 66 62 – Télécopie : 01 44 07 03 64
`smai@emath.fr`

Site internet de la SMAI :
`http://smai.emath.fr/`

Editorial

par Fatiha Alabau
Présidente de la SMAI

Chers membres de la SMAI,

Vous trouverez dans ce numéro un premier retour d'expérience des projets BOUM avec le bilan réalisé par Maxime Laborde, Thibaut Mastrolia et Isabelle Tristani pour le projet BOUM "première école d'été du CEREMADE" (co-financé également par le CEREMADE et l'école doctorale). Les projets pouvaient être déposés au fil de l'eau. Face au succès rencontré, le mode de sélection des projets "au fil de l'eau" change à partir de l'année 2016 et est remplacé par deux appels à projets par an avec une date limite de soumission dans le courant des mois de mars et de septembre respectivement. La date limite de réception des projets pour le premier appel à projets de 2016 est fixée au 20 mars 2016. Préparez vos candidatures et faites connaître les projets BOUM autour de vous ! Vous trouverez aussi des articles sur des modèles probabilistes pour les polymères, ainsi que des modèles de bandit et sur l'ordinateur qui a battu le champion européen du jeu de Go et bien sûr des nouvelles de la communauté.

La SMAI développe ses actions de médiation scientifique. La SMAI et le musée des arts et métiers du Cnam inaugurent un cycle de médiation scientifique intitulé "Une invention, des mathématiques". Le but de ce partenariat "SMAI & Musée des arts et métiers" est de proposer à des classes de lycée une présentation concrète des mathématiques en lien avec l'histoire et le développement des techniques et des inventions. Chaque événement du cycle s'attachera à mettre en valeur une sélection d'inventions, de techniques, ou d'objets ìravers une présentation à la fois historique, scientifique et technique en valorisant de manière accessible l'apport des mathématiques dans la création, la compréhension ou l'utilisation de ceux-ci et offrant une projection sur leurs développements actuels et futurs.
Chaque événement du cycle se déroule sur une ou deux demi-journées, et peut accueillir trois classes par demi-journée. Une visite déambulatoire, autour de trois objets, commentée par des médiateurs scientifiques du musée, servira d'introduction à une conférence expliquant de manière accessible les liens entre mathématiques et l'un de ces objets.

Il sera inauguré par Laure Saint-Raymond le jeudi 14 avril avec une conférence intitulé "La Terre tourne" autour du pendule de Foucault, qui sera donnée à 11h30 et 15h30 et les visites des classes qui auront lieu de 10h15 à 11h15 et de 14h15 à 15h15 autour du pendule de Foucault, du moteur Lenoir et de l'invention du système métrique.

Une rencontre "Maths et Sport, quels défis ensemble pour demain ?" est organisée à l'Institut Henri Poincaré le 15 mars 2016 de 13h30 à 18h00 dans le cadre de la Semaine des mathématiques sous l'egide de la SMAI et avec le soutien d'Amies : http ://mathsetsport.sciencesconf.org Plusieurs lycées ont d'ores et déjà inscrit leurs classes. L'inscription est obligatoire (et gratuite). Il sera aussi possible de suivre l'événement en "livestream".

La commission européenne a lancé une consultation sur les programmes FET Flagship, FET Proactive et sur les mathématiques. Les liens d'accès sont :
https ://ec.europa.eu/futurium/en/content/fet-flagships
https ://ec.europa.eu/futurium/en/content/fet-proactive
https ://ec.europa.eu/futurium/en/content/online-consultation-mathematics-excellence-science-horizon2020
"Malgré la date limite affichée du 30 avril, nous vous demandons de contribuer avant le 30 mars en vue de la préparation d'un atelier à Bruxelles sur l'avenir des mathématiques dans les programmes de travail de H2020 pour 2018-2019-2020"
Nous avons ici une opportunité inédite d'agir directement dans les contenus et donc dans les futurs appels à projet de la commission, et ainsi de favoriser la participation de nos équipes dans de futurs projets européens. Je vous invite donc à consulter ces liens et à participer à la consultation.

L'examen de la loi sur le numérique par le Sénat est prévue courant avril. Les articles ajoutés suite à une mobilisation de notre communauté lors de la consultation sont toujours susceptibles d'évoluer dans un sens qui ne serait pas bénéfique au monde scientifique, il est donc important de rester mobilisés sur ce sujet. D'autres articles, ajoutés à la suite d'amendements concernent également l'enseignement supérieur, comme ceux sur les MOOC nous concerne aussi, celui impliquant les MOOC :
http ://www.assemblee-nationale.fr/14/amendements/3399/AN/499.asp

La SMAI s'associe à la SMF pour la journée des mathématiciens primés par l'Académie des Sciences organisée les 22 et 23 mars à l'Institut de Mathématiques de Toulouse et couplée avec la remise des prix Fermat et Fermat junior.

Le CANUM 2016, organisé par l'Institut Élie Cartan de Lorraine, aura lieu du 9 au 13 mai 2016 au VVF d'Obernai. La 17ème École franco-espagnole Jacques-Louis Lions sur la Simulation Numérique en Physique et Ingénierie aura lieu à Gijón (Espagne) du 6 au 10 juin 2016. N'oubliez pas de vous inscrire, il existe des facilités pour les jeunes offertes par la SMAI.

La campagne des adhésions est en cours. La SMAI vous invite à adhérer, et à ré-adhérer. Nous lançons de nouvelles actions, notamment de médiation scientifique auprès du jeune public (lycéen notamment) mais aussi des professeurs et des parents, pour valoriser et faire connaître l'apport des mathématiques appliquées à des problèmes concrets, à lévolution des techniques, dans des domaines moins attendus comme ceux en lien avec le sport, ... Nous avons besoin de votre soutien, alors n'hésitez pas à faire adhérer à la SMAI les jeunes recrutés qui ne connaissent pas forcément les actions de la SMAI, et les personnes morales que vous connaissez comme laboratoire ou entreprise.

A très bientôt,

Bien amicalement,

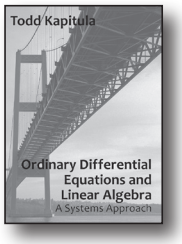
Fatiha Alabau
Présidente de la SMAI

Titles in Applied Math from SIAM

Lectures on BSDEs, Stochastic Control, and Stochastic Differential Games with Financial Applications
René Carmona
Financial Mathematics 01
The goal of this textbook is to introduce students to the stochastic analysis tools which play an increasing role in the probabilistic approach to optimization problems, including stochastic control and stochastic differential games. While optimal control is taught in many graduate programs in applied mathematics and operations research, the author was intrigued by the lack of coverage of the theory of stochastic differential games. The book will be helpful to students who are interested in stochastic differential equations (forward, backward, forward-backward), the probabilistic approach to stochastic control, and mean field games and the control of McKean–Vlasov dynamics.
2016 • x + 265 pages • Softcover • 978-1-611974-23-2
List $84.00 • SIAM Member $58.80 • FM01

Adaptive Treatment Strategies in Practice: *Planning Trials and Analyzing Data for Personalized Medicine*
Edited by Michael R. Kosorok and Erica E. M. Moodie
ASA-SIAM Series on Statistics and Applied Probability 21
Personalized medicine is a medical paradigm that emphasizes systematic use of individual patient information to optimize that patient's health care, particularly in managing chronic conditions and treating cancer. In the statistical literature, sequential decision making is known as an adaptive treatment strategy (ATS) or a dynamic treatment regime (DTR). The field of DTRs emerges at the interface of statistics, machine learning, and biomedical science to provide a data-driven framework for precision medicine. The authors provide a learning-by-seeing approach to the development of ATSs, aimed at a broad audience of health researchers.
2016 • xvi + 348 pages • Softcover • 978-1-611974-17-1
List $74.00 • ASA/SIAM Member $51.80 • SA21

Electrical Transmission System Cascades and Vulnerability: *An Operations Research Viewpoint*
Daniel Bienstock
MOS-SIAM Series on Optimization 22
The power grid can be considered one of twentieth-century engineering's greatest achievements, and as grids and populations grow, robustness is a factor that planners must take into account. This book sheds light on this complex problem by introducing the engineering details of power grid operations from the basic to the detailed; describing how to use optimization and stochastic modeling, with special focus on the modeling of cascading failures and robustness; providing numerical examples that show "how things work"; and detailing the application of a number of optimization theories to power grids.
2015 • viii + 294 pages • Softcover • 978-1-611974-15-7
List $93.00 • MOS/SIAM Member $65.10 • MO22



Ordinary Differential Equations and Linear Algebra: *A Systems Approach*
Todd Kapitula
Ordinary differential equations (ODEs) and linear algebra are foundational postcalculus mathematics courses in the sciences. The goal of this text is to help students master both subject areas in a one-semester course. Linear algebra is developed first, with an eye toward solving linear systems of ODEs. A computer algebra system is used for intermediate calculations (e.g., Gaussian elimination, complicated integrals); however, the text is not tailored toward a particular system.
2015 • xii + 300 pages • Softcover
978-1-611974-08-9 • List $79.00
SIAM Member $55.30 • OT145

Stochastic Systems: *Estimation, Identification, and Adaptive Control*
P. R. Kumar and Pravin Varaiya
Classics in Applied Mathematics 75
Since its origins in the 1940s, the subject of decision making under uncertainty has grown into a diversified area with applications in several branches of engineering and in those areas of the social sciences concerned with policy analysis and prescription. This book provides succinct and rigorous treatment of the foundations of stochastic control; a unified approach to filtering, estimation, prediction, and stochastic and adaptive control; and the conceptual framework necessary to understand current trends in stochastic control, data mining, learning, and robotics.
2016 • xviii + 358 pages • Softcover
978-1-611974-25-6 • List $74.00
SIAM Member $51.80 • CL75

TO ORDER, SHOP ONLINE AT *bookstore.siam.org*
All prices are in US dollars.
Use your credit card (AMEX, MasterCard, and VISA) by phone: +1-800-447-SIAM (toll free in US) or +1-215-382-9800 (worldwide) or fax: +1-215-386-7999. **Or send check or money order** in US dollars to: SIAM, Dept. BKMA16, 3600 Market Street, 6th Floor, Philadelphia, PA 19104-2688 USA. Members and customers outside North America can also order SIAM books through SIAM's distributor, Cambridge University Press, at *www.cambridge.org/siam*.
3/16

Comptes rendus des AG, CA et bureaux de la SMAI

par Christophe Chalons,
Secrétaire Général de la SMAI

Compte rendu — Conseil d'Administration
8 janvier 2016

Présents : F. Alabau, A. Cohen, F. Hubert, F. Issard-Roch, F. Lagoutière, A. Lejay, M. Lewin, J. Le Rousseau, A. Lisser
Présents (en visio) : J.-B. Caillau, E. Gobet, S. Mancini, B. Nkonga, V. Perrier, A. Samson, C. Scheid
Excusés : A. Ambroso, J.-S. Dhersin, M. Lavielle, T. Lelièvre, V. Louvet

1 Nouvelles de la SMAI

1.1 Projets BOUM

Depuis le lancement des projets BOUM, la SMAI a co-financé plus d'une dizaine de projets pour un budget total d'environ 10 000 euros.
Devant le succès rencontré par ces projets, le mode actuel de sélection "au fil de l'eau" de l'appel à projet a été rediscuté et il a été décidé d'adopter désormais un mode de fonctionnement par appels d'offre lancés deux fois par an, courant mars (date limite de soumission avant le CA du mois d'avril) et courant septembre (date limite de soumission avant le CA du mois d'octobre). La durée d'utilisation du budget alloué à un projet BOUM est fixée à 1 an.
Un nouveau budget annuel de 10 000 euros a été validé par le CA pour l'ensemble des projets BOUM mais celui-ci pourra être rediscuté en fonction du nombre de projets reçus lors des appels à projets.
Le CA souligne l'importance d'assurer un équilibre thématique et géographique des projets acceptés et encourage notamment les laboratoires de province, moins représentés pour le moment, à candidater.

1.2 Bilan du CEMRACS 2015

L'édition 2015 du CEMRACS était organisée par Emmanuel Frénod, Emmanuel Maitre, Antoine Rousseau, Stéphanie Salmon, et Marcela Szopos.
Le bilan financier du CEMRACS 2015 est à l'équilibre, sous réserve de la réception attendue du paiement d'une dernière facture.
Cette édition du CEMRACS, intitulée "Coupling Multi-Physics Models involving Fluids" a eu lieu du 20 juillet au 28 août 2015 dans le cadre privilégié et habituel du CIRM, sur le campus de Luminy à Marseille. Du point de vue scientifique, l'objectif de la rencontre a été de réunir des spécialistes de cultures différentes autour de la modélisation, l'analyse et la simulation de ces phénomènes complexes qui font intervenir le couplage entre un fluide et un autre milieu.
L'accent a été mis pendant l'école d'été sur le couplage fluide-vivant, tandis que le travail sur projet a visé un spectre plus large d'applications autour des modèles multi-physiques faisant intervenir les fluides.
L'école d'été s'est déroulée du 20 au 24 juillet et a été animée par cinq orateurs : Igor Aronson (Argonne National Lab, Chicago), Didier Bresch (CNRS – LAMA, Université de Savoie), Alberto Figueroa (College of Engineering and Medical School, University of Michigan), Céline Grandmont (INRIA – LJLL, Université Paris VI) et Paul Vigneaux (ENS Lyon – UMPA). Chaque cours, d'une durée de six heures, a été structuré en quatre séances d'une heure trente proposées aux 79 inscrits à l'école. Les transparents de tous les exposés, ainsi que le cours complet en vidéo de Céline Grandmont, enregistré par les services du CIRM, sont disponibles http ://smai.emath.fr/cemracs/cemracs15/summerschool.htmlici sur le site du CEMRACS.
Pour l'édition 2015 du CEMRACS, neuf projets ont été proposés. Les descriptions des projets sont disponibles en ligne sur le site internet. Les 11 jeunes chercheuses et 12 jeunes chercheurs qui s'étaient engagés à rester les six semaines ont été entièrement financés par les projets. Les jeunes chercheurs étaient issus d'une variété d'universités, de Paris comme de province, et plusieurs de l'étranger (Allemagne, Maroc, Brésil).
Le mésocentre de Marseille a offert, comme chaque année, un accès à ses ressources de calcul pour le CEMRACS. En 2015, 5 projets sur les 9 ont utilisé les ressources du mésocentre, le nombre d'heures consommées par l'ensemble des projets se monte à 23000 heures sur les 6 semaines.

1.3 CANUM 2016

Le site internet du congrès est maintenant ouvert et un appel à contributions orales et sous forme de posters a été envoyée à la liste des adhérents à la SMAI, et diffusé sur la lettre électronique mensuelle. La date limite est fixée au 12 février 2016.
Le comité d'organisation est piloté par Karim Ramdani et constitué de T. Chambrion, A. Henrot, S. Labrunie, J. Lequeurre, B. Pinçon, J.-F. Scheid, D. Schmitt et J.

Valein.
Le comité scientifique est constitué de C. Besse, V. Bonnaillie, F. Boyer, A. Buffa, J.-A. Carrillo, M. Dauge, B. Jourdain, A. Lejay, G. Peyré, S. Salmon.
Les conférenciers pléniers sont P. Antonietti, A. de Bouard, A. Cohen, C. Geuzaine, F. Lagoutière, S. Masnou, C. Prieur, M. Ribot et G. Vial.
Une soirée-débat autour de l'édition scientifique sera organisée au cours de la semaine probablement le mercredi soir.
Les mini-symposiums regrouperont de 3 à 4 exposés de 30 minutes sur un thème précis. La date limite de soumission d'un mini-symposium était fixée au 11 décembre 2015.

2 Prix de la SMAI

2.1 Prix Louis Bachelier

Le comité pour le prix Louis Bachelier avec la LMS et Natixis est formé. Les nominations sont ouvertes et le lien sur le site de la LMS est
https ://www.lms.ac.uk/prizes/louisbachelierprizeici.

2.2 Financement du prix Jacques-Louis Lions, financement d'un nouveau prix Marc Yor, et autres prix

La dotation initiale du prix Jacques-Louis Lions, provenant de l'Association Colloque Jacques-Louis Lions, est épuisée et ne permet donc plus le financement du prix (le prix est financé à 80 % par l'Académie des Sciences et à 20 % par la SMAI). Bien que la pérennité de ce prix ne soit pas remise en cause, la SMAI profite de cette étape pour réfléchir à l'organisation et au financement de ses prix, ainsi qu'à la création de nouveaux prix scientifiques comme le prix Marc Yor, ou de vulgarisation des mathématiques appliquées et d'investissement dans la communauté. Dans ce contexte et à l'initiative de la SMAI, une réflexion a été initiée pour soutenir la création d'un prix en probabilités à destination d'un jeune de moins de 40 ans et qui serait décerné par l'Académie des Sciences en partenariat avec la SMF et la SMAI. Une piste pour l'intitulé de ce prix qui semble pertinente est "prix Marc Yor". Après quelques échanges avec la SMF et des membres de l'Académie des Sciences, il est envisagé un démarrage du prix en collaboration avec la SMF dans un premier temps, pour un montant de 3000 euros, financé à parts égales par la SMAI et la SMF.
E. Gobet a présenté ce projet de prix Marc Yor au CA et son insertion dans l'ensemble des prix actuels proposés par la SMAI. Un petit groupe de travail SMAI-SMF va travailler sur la rédaction du règlement et les autres aspects qui y sont liés (calendrier, composition du jury, lien avec le groupe MAS de la SMAI et la section mathématiques de l'Académie des Sciences...) et en préparer une première

version. Cette version servira également de base pour les discussions avec l'Académie des Sciences dans le but d'obtenir un parrainage du prix et un démarrage en 2017.

Concernant le prix M. Yor, le CA donne à l'unanimité un avis favorable pour que la SMAI provisionne le financement du prix pour une durée équivalente à celle de la SMF et dans la limite de 5 années. Des discussions seront aussi engagées avec le groupe MAS.
Concernant les prix J.-L. Lions et Blaise Pascal, le CA donne à l'unanimité un avis favorable pour que la SMAI provisionne le financement de 3 éditions supplémentaires du prix J.-L. Lions, et le financement du prix Blaise Pascal pour une durée identique à celle du prix M. Yor dans la limite de 5 années.
E. Gobet, en tant que trésorier de la SMAI, rappelle que suite au passage à la RUP, 10 % des excédents annuels de la SMAI doivent désormais être déposés sur un fonds de dotation auquel il n'est pas possible de toucher.

3 Journées de la SMAI et actions grand public

3.1 Demande d'association de la SMF pour les journées des prix

La SMF propose d'associer la SMAI à la journée des prix de l'Académie des Sciences qui aura lieu cette année à Toulouse à la fin du mois de mars (voir le site de l'événement http ://perso.math.univ-toulouse.fr/pfas15/ici pour plus de détails), et suggère que la SMAI et la SMF travaillent de concert sur les journées des prix. La SMF pourrait ainsi être associée au forum des lauréats des prix en mathématiques appliquées et informatique que la SMAI organise avec INRIA et la SIF. L'impact de ces journées pourrait être élargi par une telle association.
Le CA donne à l'unanimité son accord sur ces propositions, sous réserve de l'avis d'INRIA et de la SIF.

3.2 Projet de Fonds de dotation de l'Institut Henri Poincaré

Un point a été fait sur le projet de création d'un fonds de dotation avec l'IHP. Le contexte est le suivant. L'IHP travaille sur le projet d'extension de ses locaux et de ses fonctions devant l'amener vers une configuration où il aura plus de surface, de budget et de personnel. Plusieurs points sont à travailler, notamment les travaux nécessaires à l'extension, le projet scientifique et culturel, les contacts avec divers partenaires et la structure juridique permettant de recevoir des fonds. Pour ce dernier point, la construction d'une Fondation ne peut pas être mise en place tout de suite mais nécessite au préalable de créer un fonds de dotation, destiné à évoluer plus tard en Fondation.
Un travail a déjà été initié sur les statuts de ce projet qui est suivi de près par le CNRS et l'UPMC. Les fondateurs pressentis du Fonds sont le CNRS et l'UPMC

(tutelles de l'IHP) et les 3 sociétés savantes SMF, SMAI, SFDS. Il est envisagé que les 3 sociétés savantes soient représentées par un seul siège au CA.
Si cela est possible, le CA de la SMAI souhaiterait que les sociétés savantes non représentées par ce siège soient systématiquement invitées au CA, qu'un roulement soit prévu entre les trois sociétés savantes pour occuper ce siège, et qu'une personnalité possiblement différente des présidents soit proposée par les trois sociétés savantes pour occuper ce siège.

3.3 Cycle SMAI/Musée du CNAM

L'idée d'un cycle SMAI/Musée du CNAM (Paris) attractif a déjà été évoquée lors du dernier CA comme activité grand public de mathématiques appliquées (au sens large) et ouvert sur le public. Par exemple un cycle "Une invention, des mathématiques : de l'invention à aujourd'hui" autour des collections du musée du CNAM. F. Alabau, F. Hubert et T. Horsin proposent de mettre en place un semestre "test" avec la programmation de deux conférences du cycle qui auraient lieu l'une en avril et l'autre en mai/juin.
Le principe de ce cycle est le suivant : trois classes sont accueillies par des médiateurs du musée. Trois objets du musée sont présentés tour à tour pendant une dizaine de minutes chacun. A la suite de ces présentations, les élèves sont invités à assister à une conférence d'un(e) mathématicien(ne) qui aura un lien avec l'un des objets précédemment présentés.
Le cycle SMAI/Musée du CNAM va être inauguré le 14 avril prochain par une intervention de Laure Saint-Raymond autour du pendule de Foucault. La deuxième conférence de mai/juin n'est pas encore planifiée. L'objectif est ensuite de mettre en place un cycle de conférences toutes les 6 semaines environ, avec des conférenciers choisis par un comité scientifique.
Concernant les aspects financiers, il est envisagé de trouver des sponsors mais dans un premier temps ce serait certainement à la SMAI d'assumer le coût. Le musée mettrait à disposition gratuitement la salle.

3.4 Autres actions grand public

- La Société Chimique de France (SCF), la Société Française de Physique (SFP), la Société Française de Statistique (SFdS), la Société Informatique de France (SIF), la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI) et la Société Mathématique de France (SMF) organisent le 1er février à la Préfecture de Paris et d'Ile de France une journée autour de la thématique : "Comment parler aux jeunes de sciences ?" Pour plus de détails voir le site http ://www.sciencesetmedia.org/ici.
- Le Forum ONISEP, prévu du 18 au 22 novembre, a été annulé suite aux attentats, et repoussé du 11 au 14 mars.
- Le Pi day 2016, projet soutenu par la SMAI en tant que projet BOUM, se tiendra le 14 mars 2016 à Marseille. Cette manifestation organisée par un collectif

de thésards marseillais se déroulera cette année en soirée au théâtre de la Criée dans une salle qui peut accueillir jusqu'à 800 personnes. Parmi les nombreuses animations, le célèbre concours de tarte et 6 conférences.

Cette manifestation aura lieu durant la semaine des mathématiques. La semaine des mathématiques montre à tous les élèves des écoles, collèges et lycées ainsi qu'à leurs parents, une image actuelle, vivante et attractive des mathématiques. La cinquième édition aura lieu du lundi 14 au dimanche 20 mars 2016, avec pour thème "Maths et Sports". Toutes les informations se trouvent à l'adresse :

http ://eduscol.education.fr/cid59178/semaine-des-mathematiques.html.

- F. Hubert représente la SMAI pour le prix d'Alembert 2016. Ce prix vise à encourager la diffusion de la connaissance des mathématiques vers un large public.
- Le salon "Culture et Jeux Mathématiques 2016", voir http ://www.cijm.org/ici, est organisé depuis 16 ans sur la place Saint Sulpice par le Comité International des Jeux Mathématiques (CIJM). Pour la dix-septième édition, le CIJM sollicite l'aide des sociétés savantes et des institutions. La SMAI va s'engager dans l'organisation de cette manifestation en 2016.

4 Secrétariat

Comme discuté lors du précédent CA, la mise en place des grilles salariales pour les secrétaires de la SMAI s'est concrétisée au 1er janvier 2016.

Pour l'année 2016, la gestion des paies a été externalisée et devrait donc être facilitée.

5 Site Web

Antoine Lejay, avec l'aide de Marguerite Zani et Yohan Penel, a produit un document présentant un premier cahier des charges pour la refonte du site web de la SMAI. Des rendez-vous avec d'autres représentants de la SMAI (notamment F. Alabau, F. Boyer, E. Gobet et F. Hubert) ont eu lieu avec plusieurs entreprises.
Les discussions entre les sociétés et les membres de la SMAI ont été très intéressantes et instructives, et il semble important que le cahier des charges actuel soit précisé pour que les sociétés puissent commencer à travailler. Dans cette optique, F. Boyer et F. Hubert développent un petit site prototype en Drupal (la solution technique retenue par les sociétés) afin d'améliorer la structuration de l'information présente sur le site actuel de la SMAI et les souhaits en terme d'évolution. En particulier, l'arborescence du site doit être clairement définie.

6 Enseignement

F. Issard-Roch a fait un point sur le projet de concours spécifique de l'agrégation pour les docteurs, sur l'option informatique pour le CAPES de Mathématiques, sur la formation continue, et sur le plan "Stratégie mathématique" et les nouveaux programmes d'enseignement.

Les programmes des cycles 3 (CM1-CM2-6ième) et 4 (5ième-4ième-3ième) ont été publiés au Bulletin Officiel de l'Education Nationale (BOEN) le 26 novembre 2015. Ils seront mis en oeuvre simultanément à la rentrée 2016. Parmi les nouveautés du cycle 4, nous mentionnons les "Enseignements Pratiques Interdisciplinaires" (EPI) et le thème E sur l'algorithmique et la programmation. Les attendus de fin de cycle sur ce thème sont l'écriture, la mise au point et l'exécution d'un programme simple. Des documents d'accompagnement sont attendus au mois de mai, ainsi que d'autres ressources, et les transitions vers le lycée seront également travaillées. Une question qui demeure est la formation continue des enseignants sur ce thème.

Concernant le plan "Stratégie mathématique", une réunion a eu lieu le 16 décembre 2015. Les 4 thèmes principaux abordés ont été les nouveaux programmes (à noter la création de nouveaux enseignements optionnels en ISN pour les classes de Première S, ES et L et les classes de Terminale ES et L), le recrutement des "Etudiants Apprentis Professeurs" (EAP) et le recrutement des enseignants via le CAPES de mathématiques, la formation initiale et continue, notamment la formation initiale des professeurs des écoles, et enfin des ressources mathématiques vivantes (à noter la mise en place d'un portail national des ressources et l'organisation d'un nouveau "Forum Mathématiques Vivantes" en 2017).

Concernant la réforme du CAPES, un arrêté a été publié au Journal Officiel du 8 décembre 2015 et daté du 2 novembre 2015 sur la modification des modalités d'organisation du concours dès la rentrée 2017. A partir de 2017, le concours du CAPES de Mathématiques comportera deux options : une option "Mathématique" et une option "Informatique" organisées comme suit :
- pour l'épreuve d'admissibilité une première épreuve d'admissibilité par option avec un programme spécifique pour chaque option et une deuxième épreuve d'admissibilité commune,
- pour l'épreuve d'admission une première épreuve par option sous forme de leçon et une deuxième épreuve sur dossier commune.

Ces modifications suscitent de nombreuses inquiétudes au sein de la communauté, notamment sur le niveau en Mathématiques vérifié par le concours. Une réunion avec le jury du CAPES est prévue au printemps.

Concernant enfin l'agrégation, une réunion a eu lieu avec le jury le 8 décembre 2015 sur le projet de décret modifiant les statuts des personnels enseignants. Il est à noter en particulier le projet de création d'une nouvelle voie d'accès au concours de l'agrégation pour les docteurs, avec la mise en place de quotas pour l'agrégation interne, l'agrégation externe et cette nouvelle voie d'accès spéciale. Le pro-

gramme et le contenu des épreuves de cette nouvelle voie d'accès du concours externe seraient adaptés en tenant compte du parcours très spécialisé des docteurs. Le concours serait notamment adapté afin d'assurer la reconnaissance des acquis de l'expérience professionnelle résultant de la formation à la recherche et par la recherche reçue. Une reprise de deux années de service est envisagée pour l'ancienneté.
La SMAI envisage la possibilité d'écrire un texte commun avec la SMF afin d'exprimer ses inquiétudes sur les évolutions prévues du CAPES, de l'agrégation et des programmes, et de soumettre d'autres propositions.

7 Entreprises

La 20ième rencontre Math-Industrie aura lieu le 28 janvier 2016 à l'INSA de Rouen (campus du Madrillet) sur le thème de l'Energie. Les informations se trouvent http ://lmi.insa-rouen.fr/64.htmlici. Plusieurs projets de rencontres Math-Industrie sont envisagés sur les thèmes des jeux vidéos, des semi-conducteurs, de l'agriculture, de l'oncologie et de l'acoustique. Les suggestions sont les bienvenues.
Daniele Di Pietro est l'oganisateur principal du trimestre IHP sur les méthodes numériques pour les EDP, voir le site de l'événement http ://www.i3m.univ-montp2.fr/evenements/22-evenements/134-nmpdesici, qui se tiendra du 5 septembre au 16 décembre 2016. Un workshop intitulé "Industry and Mathematics" en collaboration avec AMIES, la SMAI et la SIMAI (Société Italienne de Mathématiques Appliquées et Industrielles) aura lieu du 21 au 25 novembre 2016.

8 Nouvelles des groupes thématiques

8.1 Groupe MODE

Les journées SMAI-MODE 2016 se tiendront à Toulouse du 23 au 25 mars 2016. Les conférenciers pléniers sont Guillaume Carlier (Paris Dauphine), Jacek Gondzio (Edinburgh), Monique Laurent (Tilburg), Vianney Perchet (Paris Diderot). Par ailleurs, Fabien Mangeant (Airbus) donnera une conférence industrielle et Rida Laraki (Dauphine) une conférence grand public. La session industrielle accueillera Sandrine Chanrousset (EDF), Sylvain Prigent (Airbus Defence and Space), Yves Tourbier (Renault), Andrew Conn (IBM), et un intervenant de Total (le nom est à confirmer). Un mini-cours sera assuré par le GdR MOA en préambule des journées les 21 et 22 mars 2016.
Le prix John von Neumann Theory 2015 (INFORMS) est attribué à Vasek Chvátal (Concordia) et Jean Bernard Lasserre (LAAS).
Une conférence "Advances in optimization with application to data assimilation" est organisée à Toulouse du 13 au 15 janvier 2016 dans le cadre du semestre CIMI

(Toulouse) "High performance linear and nonlinear methods for large scale applications".
Notons enfin
- le "7th International Seminar on Optimization and Variational Analysis" en l'honneur des 70 ans de M. Théra (président de la SMAI de 2001 à 2004), à Alicante en Espagne du 1 au 3 juin 2016,
- et le 23ième "International Symposium on Mathematical Programming" (ISMP) à Bordeaux du 1 au 6 juillet 2018 avec le soutien de la SMAI et de la ROADEF. Le contact est Francois Vanderbeck. La précédente édition a eu lieu à Pittsburgh 2015.

8.2 Groupe GAMNI

La prochaine réunion du comité de pilotage se tiendra à l'occasion de la conférence CEA-GAMNI sur la mécanique des fluides numérique qui se tiendra les 25 et 26 janvier 2016 à l'IHP. Parmi les points à l'ordre du jour de cette réunion figurent le bilan de l'année 2015, le projet de candidature du groupe à la conférence ECCOMAS 2020 avec le CSMA, le jury du prix Blaise Pascal et le prix de thèse GAMNI. A noter que le lauréat du prix de thèse GAMNI sera désormais invité à présenter ses travaux à l'occasion de la conférence annuelle CEA-GAMNI sur la mécanique des fluides numérique.

8.3 Groupe SIGMA

L'AG du 2 novembre 2015 du groupe SMAI-SIGMA a élu un nouveau comité de liaison composé de Bernhard Beckermann (Lille), Frédéric Chazal (INRIA Saclay), Albert Cohen (Paris 6), Jalal Fadili (ENSI Caen), Olivier Gibaru (ENSAM Lille), Carole Le Guyader (INSA Rouen), Marie-Laurence Mazure (Grenoble), Quentin Mérigot (Paris-Dauphine), Anthony Nouy (Centrale Nantes), Gabriel Peyré (Paris-Dauphine).
Par ailleurs, au sein du comité de liaison ont été élus
- Albert Cohen : responsable du groupe,
- Gabriel Peyré : responsable financier,
- Quentin Mérigot : secrétaire.
La prochaine conférence Curves and Surfaces se tiendra au palais des congrès d'Arcachon au mois de juin 2018.

8.4 Groupe MAS

La date limite pour la candidature au prix de thèse J. Neveu est fixée au 29 janvier 2016. Ce prix récompense une thèse en probabilités ou statistiques et soutenue en 2015.
Les journées du groupe MAS se tiendront à la fin du mois d'août 2016 à Grenoble.

9 Correspondants internationaux

Axel Osses et Jérôme Droniou sont proposés par le CA pour être les correspondants locaux de la SMAI au Chili et en Australie respectivement.

10 Publications

La SMAI propose deux journaux en Open Access, SMAI/JCM et SMAI/Maths In Actions.
Le démarrage du nouveau journal JCM est encourageant avec plusieurs articles soumis et déjà plusieurs parus ou à paraître. Il faut néanmoins faire la publicité du journal, notamment à l'international, pour solliciter la soumission de nouveaux articles.
La ligne éditoriale du journal Maths In Actions est en cours de révision par les nouveaux éditeurs en chef Mathieu Lewin et Vincent Calvez. Un nouveau comité éditorial sera également proposé.

Vie de la communauté

par Claire Scheid

Invités

CMAP, Ecole Polytechnique

Communiqué par Aline Lefebvre-Lepot (CNRS - CMAP/Ecole Polytechnique)

Ricardo Katz,
CONICET/CIFASIS, Universidad de Rosario, Argentina.
Mai – Juin 2016.
Spécialités : Algèbre tropicale et applications au contrôle.
Contacts : `katz@cifasis-conicet.gov.ar`
et Stéphane Gaubert, `Stephane.Gaubert@inria.fr`, ou Xavier Allamigeon `Xavier.Allamigeon@inria.fr`

Andrey Piatnitski,
Université de Narvik, Norvège.
Mai 2016.
Spécialité : EDP, probabilités, homogénéisation.
Contacts : `andrey@sci.lebedev.ru`
et Grégoire Allaire, `gregoire.allaire@polytechnique.edu`

Iskander Taimanov,
Sobolev Institute of Mathematics, Russian Academy of Sciences.
Juillet 2016.
Spécialités : Theory of solitons, Geometry.
Contacts : `taimanov@math.nsc.ru`,
et R.G. Novikov `novikov@cmap.polytechnique.fr`

Stefan Rolewicz (1932-2015)

Stefan Rolewicz est né le 15 mars 1932 à Brześćnad Bugiem (Pologne) et mort le 9 juillet 2015 à Varsovie, fils unique de Jerzy Rolewicz et Hanna, née Neufeld, décédée en 1944. Il projettait de devenir ingénieur mécanicien comme son père et de travailler dans une entreprise de construction de pompes, dont son père était copropriétaire. En 1951 l'entreprise fut nationalisée et son père mourut le même jour. Stefan Rolewicz fut lauréat de la première olympiade mathématique en Pologne en 1950. La même année il s'inscrivit en mathématiques à l'Université de Varsovie. Il reçut le doctorat en 1958 lors du cru exceptionnel des élèves de Stanisław Mazur (avec C. Bessaga, A. Pełczyński et W. Żelazko), l'habilitation en 1962 (de l'Institut de Mathématiques de l'Académie des Sciences) et, en 1970, le grade de professeur (du Conseil d'État). De 1954 à 1958 il fut assistant à l'Université de Varsovie, puis entra à l'Institut de Mathématiques de l'Académie des Sciences, où il fut nommé professeur en 1970. En 1960/61 il passa six mois à Moscou afin de suivre le séminaire de I. M. Gelfand. En 1952 il épousa sa collègue universitaire Danuta Przeworska, qui deviendra aussi professeur à l'Institut de Mathématiques et sa plus proche collaboratrice jusqu'à sa mort le 23 juin 2012.

L'analyse fonctionnelle fut le thème originel et principal des recherches de Stefan Rolewicz, mais il fut très ouvert à d'autres problématiques. En compensant en quelque sorte sa vocation manquée d'ingénieur, il s'intéressa beaucoup aux applications des mathématiques, qui constituaient pour lui une inspiration et une finalité des questions théoriques. La caractérisation des espaces quasi-Banach dans la thèse de Rolewicz est considérée comme fondamentale pour la théorie (par exemple, par N. Kalton) et est appelée le théorème de Aoki-Rolewicz. Dans "On orbits of elements" paru en 1969 Rolewicz construit un opérateur linéaire borné (inversible) dans un espace séparable de Hilbert admettant une trajectoire dense et demande si un tel opérateur existe dans tout espace séparable de Banach (opérateur de Rolewicz). Cet article a eu un impact considérable (on dénombre 139 citations, dont 14 depuis 2014). Le problème de Rolewicz de 1978, qui demande si tout espace de Banach non-séparable inclut un convexe fermé consistant des points de support, a attiré de nombreux éminants spécialistes de la théorie des ensembles (espaces anti-Rolewicz). Ses travaux sur le problème de la goutte, relatif à la géométrie des espaces de Banach, sont largement cités.

Les domaines de recherche de Stefan Rolewicz étaient très variés (géométrie, théorie des groupes, théorie de la mesure, équations différentielles ordinaires et partielles, combinatoire, analyse de Fourier, topologie générale, convexité et convexité généralisée). Mais, mise à part l'analyse fonctionnelle, ses thèmes de prédilection on été les applications des mathématiques (théorie du contrôle, optimisation, recherche opérationnelle). Il a travaillé jusqu'à ses derniers jours avec l'enthousiasme et la passion qui lui étaient propres, en dirigeant un séminaire à l'Institut de Mathématiques de l'Académie des Sciences, en publiant sans cesse et en formulant toujours de nouveaux problèmes, comme en témoigne une de ses derniers élèves, Ewa Bednarczuk ; problèmes qui stimuleront probablement

longtemps la recherche mathématique. Sa dernière thématique fut la convexité généralisée (paraconvexité) et l'analyse variationnelle.
Dès les années 1960 il fut invité à encadrer un groupe de chercheurs à l'Institut de Recherche des Systèmes de l'Académie polonaise des Sciences. Son premier docteur, Kazimierz Malanowski, est issu de cet institut. Par la suite, Stefan Rolewicz a formé 13 docteurs venus du monde entier, eu d'innombrables collaborateurs, et publié plus de 160 titres, dont 9 livres. Il fut professeur invité à l'Université de Toronto en 1965/1966 et, pour de longues périodes, à l'Université Monash (Melbourne, Australie) et à l'Université de Karlsruhe (Allemagne), ainsi que, pour des périodes plus courtes, dans les universités d'une quinzaine de pays, notamment la France.

Bibliographie

E. Bednarczuk, Interview with Stefan Rolewicz and Danuta Przeworska-Rolewicz. Control Cybernet. 36 (2007) no. 3, 867-872.

Par Szymon Dolecki
Institut de Mathématiques de Bourgogne

Théorème

Par Snorre H. Christiansen[1]

Teorema... étrange le titre qu'a donné Pasolini à son film ! Quelle logique a bien pu l'y conduire et qu'a-t-il donc voulu démontrer ? Pourquoi le Vatican, touché au sein de ses croyances, scindé dans son opinion, a-t-il mis le film à l'index ? Et, nd du scandale, qu'est-ce qu'un théorème ?

Souvenez-vous : Le beau Terrence Stamp vient d'on ne sait où vers cette famille de la très haute bourgeoisie italienne, voit mais ne dit pas grand chose, et pourtant les conquiert tous. La bonne, la fille, le fils, la mère succombent et le père n'est pas insensible non-plus, comprend-t-on, puisqu'il laisse l'Homme apposer sa main, prendre ses pieds, effleurer son épaule, suite à quoi le patron va laisser son immense usine aux mains des ouvriers.

L'événement a de quoi surprendre. Le journaliste dépêché sur place, dans la scène inaugurale, interprète le désarroi suivant les théories en vogue, interroge les prolétaires. Ceux-ci, poussés, n'ont que ceci à redire : "non posso respondere". L'Homme, quant-à-lui, repart vers on ne sait où. L'effet est catastrophique, Barthes nous l'a bien dit.

L'exemple type de la catastrophe au sens mathématique est celui-ci : un plan coupe une sphère. Bougez le plan et vous obtiendrez tantôt un cercle, tantôt le vide, et entre les deux, lorsque le plan rase la sphère, un point. Le mouvement continu du plan a un effet discret, brutal : Entre les trois types de configurations, les sauts au cours du temps sont instantanés, isolés, abyssaux.

Avec votre plan, coupez maintenant un cône, idéal symétrique du chapeau pointu. Vous obtiendrez la gamme bien-nommée des sections coniques : ellipse, parabole, hyperbole à deux branches, point, droite ou deux droites sécantes. La musique est plus riche mais le principe est le même : d'une note à la suivante le saut est nul ou quantique, et les transitions sont curieusement limitées, parmi les 36 possibilités qu'on conçoit a priori. Multipliez ensuite les configurations. Muni d'un chapeau pointu, d'un entonnoir, d'une sphère céleste et d'un plan étale, vous avez de quoi faire une symphonie. Vous pouvez vous présenter à l'IRCAM.

Mais revenons au film. L'Homme, entre la gloire qu'il fait vivre un instant et le néant qu'il laisse derrière lui, a posé une graine. L'effet est celui-ci. La fille, après quelques explications, s'enferme, rigide, dans les regrets, le mutisme et l'asile. Le fils s'invente, en riant, une vie d'artiste, et, au hasard d'inspirations qu'il nous

[1]Université d'Oslo, Département de Mathématiques,
PO Box 1053 Blindern, NO-0316 Oslo, Norvège.

Remerciements : J'ai eu grand plaisir à revoir le Théorème, le 30 septembre 2015, au Champo, et assister ensuite à une rencontre, drôle, avec Antoine de Baecque, Marie Gil, Jacques Rancière et Dork Zabunyan, en ouverture du festival "Barthes, en sortant du cinéma". J'en suis sorti inspiré. Merci également à Victorita Dolean, Jean-Marc Faucher et Maud Forsgren pour leurs réflexions si stimulantes. Et merci à l'école Normale Supérieure et à l'Institut Henri Poincaré pour leur hospitalité.

vante, fait éclabousser la peinture sur la toile, les yeux fermés. La mère, partie à la recherche d'une seconde venue, se répand en horizontalités, ouverte aux propositions des jeunes gens qui accourent. Le père se dépouille, implore Dieu dans le désert. La bonne, elle, guérit les malades et lévite.

Soit, mais où est le théorème ? Celui-ci, nous dit l'étymologie, a ceci du Théos, qu'il est objet de contemplation. Pythagore, en adepte, aurait célébré le sien d'une hécatombe. Bien vu, dirions nous, d'autant plus que le sien est peut-être le seul pour lequel un dessin peut valoir démonstration. Pour les autres, nous dirons, avec les Grecs plus tardifs, que l'accès à l'idée exige de raisonner juste sur des figures fausses. Poussant plus loin l'amour du verbe et de l'héritage hellénique, nous dirons même que c'est la logique qui apporte la lumière aux hommes caverneux. L'auteur de l'évangile selon Jean devait s'en souvenir lorsqu'il énonçat : Dans l'Arché était le Logos, le Logos était avec Théos, et Théon était Logos.

Retenons d'abord que le théorème est la trace laissée derrière lui par celui qui a vu. Ainsi on dira de Poincaré qu'il était un aigle. Ses démonstrations pouvaient parfois laisser à désirer, mais ses erreurs étaient fécondes. C'est sa vision qui a recentré la science des systèmes dynamiques, dont la mécanique c'eleste, sur les propriétés qualitatives des trajectoires et annoncé le XXième siècle. Pour mener cette révolution, copernicienne s'il en fut, il a forgé les premiers outils de la topologie algébrique, mariage promis du discret et du continu.

Cette histoire d'amour était déjà vieille de plusieurs renaissances. En marge de l'italienne, l'algébrisation cartésienne de la géométrie, par laquelle les figures devinrent équations, et les démonstrations calculs, a multiplié les prises du langage sur l'espace et ce qu'on croit y voir, entre pyramides énigmatiques et mirages cubistes. Une fois le plan quadrillé de coordonnées, ce qu'il reste du théorème de Pythagore est essentiellement la possibilité du changement de repère, c'est à dire du point de vue. La méthode, nouvelle alchimie des procédés finitistes, pierre angulaire du grand vre philosophique, va libérer les infinis actuels de leurs silences éternels et les pousser à la confession, dans un effroi mutuel, touchant aux fondements de la pensée. Cette axiomatique, cette intelligence, est une échelle de Jacob et une invitation au voyage : un vaisseau venu du bout du monde et appellant, tel un ange ou un vagabond, à reprendre le vieux flambeau de la réflexion, aussi humaniste que divine ; une maison rêvée au fond de la solitude, conçue comme une porte ouverte sur le ciel ; un passeport vers un pays où les riches plafonds, les miroirs profonds et les splendeurs orientales parleraient à l'me en secret sa douce langue natale.

Dans un autre rebondissement à la française, glorieux comme un jour de juillet peut l'être, et enchevêtré aux secousses politiques du XIXième par l'engagement passionné du héros, les constructions à la règle et au compas, passe-temps favori des anciens, se sont retrouvées englouties, submergées par la perspective galoisienne, déconstruites avant l'heure par de nouvelles correspondances. Un jeune norvégien de passage à Paris, éclair non annoncé répondant au nom d'Abel, avait peut-être contribué à préparer le terrain du raz de marée. Les modernes, en proie

à la relativité, plus ou moins générale, des observateurs et nostalgiques d'ordre et beauté, luxe, calme et voluptés, se consolent en déclinant les invariants et en groupant les transformations.

Grothendieck, autre phare d'Alexandrie, autre tremblement de terre, à la fois Don Juan et Mozart des mathématiques, pleinement conscient du pouvoir des mots, de la magie que peut opérer un nom judicieusement choisi, a emprunté à Cézanne le terme de motif pour désigner la théorie aperçue au loin et destinée à consommer le mariage de l'arithmétique avec la géométrie, c'est à dire du nombre, pas si discret, avec l'espace, pas si constant. Si elle reste encore aujourd'hui conjecturale, les substanciations les plus prometteuses de cette vision semblent venir de la physique contemporaine : Les théories quantiques des champs, ces méditations sur la nature de la lumière, à la fois onde et particule, offrent des modèles fructueux d'unions paradoxales. Dans la nuit des calculs infernaux, abandonnés à nous-mêmes dans un topos aussi vaste que le désert, déambulant sous des constellations de bonne augure, et autres diagrammes de Feynman, nous cherchons encore les étoiles qui guideront nos pas, vers le berceau de la révélation.

Ensuite disons-le franchement : le théorème, en lui-même, dans sa splendeur nue, est pétrifiant, médusant, il saisit le réel et le tue. Dans son énoncé il n'y a guère de choix. La liberté, pour le mathématicien, est ailleurs, elle est dans la démonstration et, peut-être, pour le demiurge visionnaire, dans la définition. Pour l'amateur de belles choses, la démonstration est l'occasion offerte de deviner un tant soit peu, de dévoiler précisément, selon les règles de l'art et en toute logique, le secret du théorème, l'idée qui s'y cache. Ce jeu d'enfant n'est pas innocent. Les démonstrations, qui peuvent être plus ou moins délicates, sont choses intimes, et ne devraient être communiquées qu'entre adultes, ou, par souci d'apprentissage, entre êtres avertis et consentants, à leurs risques et périls. C'est dans ce lit, plus dialectique que platonique, que se produit le déclic, c'est dans ce temple de la langue qu'il y a renaissance et, c'est sur cet autel qu'a lieu, dans la réjouissance, la catastrophe de vérité. Cette resurrection, cette seconde vie de l'idée est le véritable mystère, le miracle des profanes. Voilà unobjet de contemplation !

Un théorème sans miracle est tout juste une proposition. La mère l'aura compris, partie vainement sur les routes de Rome, dans sa petite Fiat, à la recherche du Lux. La lumière qui jadis a caressé l'encolure sculpturale d'une Silvana Mangano dénudée, arquée vers le ciel, prête dans l'angoisse à recevoir, n'était pas proposition. Elle était soleil sur terre et, en lune, la mère fut aussitôt pleine. Lui, le roi, joue dans le jardin, il gambade avec le chien, ils sont meilleurs amis. L'Homme découvre la Femme qui se découvre. L'honneur est réciproque. L'éclipse est totale. Jean l'évangéliste dit : En lui était la vie, et la vie était la lumière de l'homme. Dans le clair-obscur de la rencontre, on pourrait en dire autant d'elle. En eau et en feu, elle reçoit le baptême. Elle s'appelle ève. Elle est première dame et, reine de l'empire et des sens, admise au royaume. Plus tard, dans le fossé, dans la brume, couchée, elle ne trouvera qu'une magnifique église. Elle a gouté au fruit et le paradis est perdu. Ravagée, déroutée, elle s'ennuie.

Un film réussi est une noyade contrôlée : saturant le champ visuel et auditif, il impose ses points de vue, vous fait boire la tasse d'émotions, vous charrie d'un bout à l'autre. Chaque coup de pinceau dévoile un tableau entier, chaque phrase déverse mille mots. Les scènes se succèdent en torrents, en rapides, autant de fleuves coupés nets comme des fleurs, à la racine, une tragédie après l'autre, fauchée en herbe. Il faut vite les oublier, si on veut y voir quelque chose.

La rhétorique mathématique, au contraire, est un art de l'ellipse. Une fois passé le stade, nécessaire et délectable, de l'apprentissage des structures élémentaires de la pensée, des rudiments d'hygiène formaliste, et des hiéroglyphes signifiant le vide, l'unité ou l'infini, la situation de communication impose de cacher tous ces signes, tous ces seins que nous ne saurions voir ! Indiquez simplement où il y a matière à penser. Vous avez plein pouvoir de la tripoter, la masser, la fouiller, la sculpter comme vous voudrez. Ainsi, si à l'inspection, l'hypothèse se retrouve réduite à l'absurde, retournez tranquillement l'habit et, fort de cette victoire, reprenez le fil de vos caresses. Dans le labyrinthe, au gré des intersections triviales et des tournants dangereux, dites surtout de quelles sources coule la vérité et quels chemins de liberté vous lui pr êtez. à travers les for êts de symbôles, laissez filtrer de tous côtés l'idéal de clarté. Le jeu du langage révèle l'articulation de la pensée. L'esquisse du geste invite au dialogue péripatétique, et autres danses de l'esprit, oxygénantes, équinoxales, babyloniennes. à l'écoute des sirènes, en barque sur le Nil, faites naufrager les papillons de la jeunesse. C'est par les interstices qu'on fait jour, qu'on fait voir et qu'on traite le compagnon de fortune, cet autre roseau pensant, en sujet, en être d'or et de lumière. Allumez-le, par Prométhée !

La taupe était, elle aussi, révélatrice, dans son vocabulaire, de notre condition animale, souterraine et aveugle. Quelqu'un qui touchait était un deus. Nous, on était des bêtes, la HX1 était bestiâle, les autres, c'était la khrâsse. S'il y avait trouble, c'est qu'il y avait khûisse, ou un corollaire, volontiers épié à l'Accatone, le sulfureux ciné d'à-c ôté. La hypo-X était notre caverne à nous, et pour en sortir il n'était ni nécessaire, ni suffisant, d'intégrer la célèbre inconnue de 1 à 2.

Pas loin de là DJ Laurent Garnier, incarnation du French Touch, entonnait au sommet de ses sessions orgiastiques au Grand Rex, au cr de la nuit, en bon franglais, et presque aussi pythagoricien qu'un autre : Wake up ! Wake up, no more sleep, wake up ! Wake up ! There's no turning around now, you've gone too far ! Wake up ! You're wasting my time, you've gone too far ! Wake up, wake up, you've gone too far.... Wake up ! No more sleep ! You're wasting my time ! No more sleep. Wake up, wake up, wake up !

Et le prophète Leonard Cohen de répondre, éveillé, dans "The Future", dans une autre langue, et en bon géomètre : Vous ne me connaissez pas, moi, le petit juif qui a écrit la Bible. J'ai tout vu des civilizations – naissances et morts. L'amour est l'unique, le seul instrument de survie. Les glissements de terrain seront universels. Il n'y aura rien, rien qu'on puisse encore mesurer. L'avalanche du monde a franchi le seuil et emporté l'ordre de l'âme.

Mais regardons encore et de plus près la parabole de Pasolini. Du cercle divin,

vers la croix de la souffrance, la catastrophe est, de fait, triple, et les étapes en sont le point et la ligne. La saillie du point n'est que suggérée. Nous sont donnés à voir, le jeu de lumière sur les omoplates, la moulure d'un pantalon bien coupé, des jambes et des regards croisés. Le visuel annonce l'heure de l'oral. La ligne de faille qui s'ouvre est bien celle de la bouche. Après coup, les langues se délitent. La parole est prise. L'identité est interpellée. L'exercice est périlleux, entre la liberté insupportable de l'auto-définition, et la réalisation de la légèreté, insoutenable, de l'être. Dans le dédale on peut choisir le passé, remplir le présent, fuir au futur. Les icares y brûlent leurs ailes. Les ouvriers, qui hériteront de la terre, et la bonne, de noir vêtue, sont plus humbles. Celle-ci, en sainte, a la sagesse de ne pas trop en dire, de montrer du regard autant que de la main, de se nourrir d'orties et de se laisser elle-même mourir, s'enterrer, se noyer en larmes, dans la joie, avant de se prononcer vraiment et prendre le chemin vers la vie.
Le secret de l'Homme, du Théorème, du Logos, n'est-t-il pas celui-ci, à double tranchant : pénétrer du regard et donner la parole ?

Un programme de go a battu un joueur professionnel

par Tristan Cazenave[1] et Arnaud Knippel[2]

Le jeu de go était la cible des programmeurs depuis la défaite de Kasparov contre Deep Blue aux échecs en 1997. Les méthodes utilisées pour les échecs [1] se montrant insuffisantes pour le go, il a fallu plusieurs innovations majeures, dont l'introduction de méthodes stochastiques dans les années 2000, puis plus récemment les techniques les plus récentes d'apprentissage statistique à base de réseaux de neurones profonds, pour relever le défi. La société Google a réuni une équipe de chercheurs et programmeurs qui a conçu le code AlphaGo. Le résultat est sans appel : l'ordinateur a gagné 5-0 contre Fan Hui, le triple champion d'Europe français [2, 3].

Le jeu de go [4] est un jeu combinatoire à deux joueurs qui se pratique sur une grille carrée de taille 19x19 (mais on joue aussi couramment sur des grilles de taille réduite, 9x9 ou 13x13). La combinatoire du jeu de go explose lorsque la taille de la grille augmente, et le go est classé parmi les problèmes NP-difficiles [17], et même PSPACE-difficiles. Jusqu'aux années 2000, les programmes de go étaient très faibles, même sur un plateau 9x9. Les programmes informatiques s'appuyaient principalement sur des algorithmes dérivés des méthodes de Branch and Bound, mais il manquait, contrairement au jeu d'échecs, une méthode d'évaluation efficace de la position (autre que de parcourir toute l'arborescence des coups possibles) permettant de réduire la combinatoire [13, 12]. Cet obstacle a été levé par l'utilisation de méthodes stochastiques pour évaluer la position [10, 14] : des parties aléatoires (les *playouts*) sont générées à partir de la position qu'on veut évaluer, et permettent de former un indicateur statistique (typiquement la moyenne des scores de ces parties aléatoires, en comptant 1 pour une victoire et 0 pour une défaite). Ce mécanisme d'évaluation est intégré à une méthode d'exploration arborescente nommée MTCS pour Monte Carlo Tree Search [7, 8, 9, 15]. Les résultats des actions ayant déjà été effectuées au cours des playouts précédents sont mémorisés. Les actions ayant des scores statistiques élevées sont privilégiées par rapport aux actions ayant de moins bons scores. La recherche Monte-Carlo est améliorée par l'utilisation de patterns dont les poids sont appris à partir de parties de joueurs forts. Ces patterns permettent de sélectionner les meilleurs coups dans l'arbre et d'améliorer les parties aléatoires. Ces idées ont permis de produire des programmes de go de niveau professionnel sur plateau 9x9, mais qui restaient encore en deça du niveau des joueurs professionnels pour la dimension standard 19x19, et les joueurs professionnels de go pensaient encore récemment

[1]LAMSADE, Université de Paris Dauphine
[2]LMI, INSA Rouen

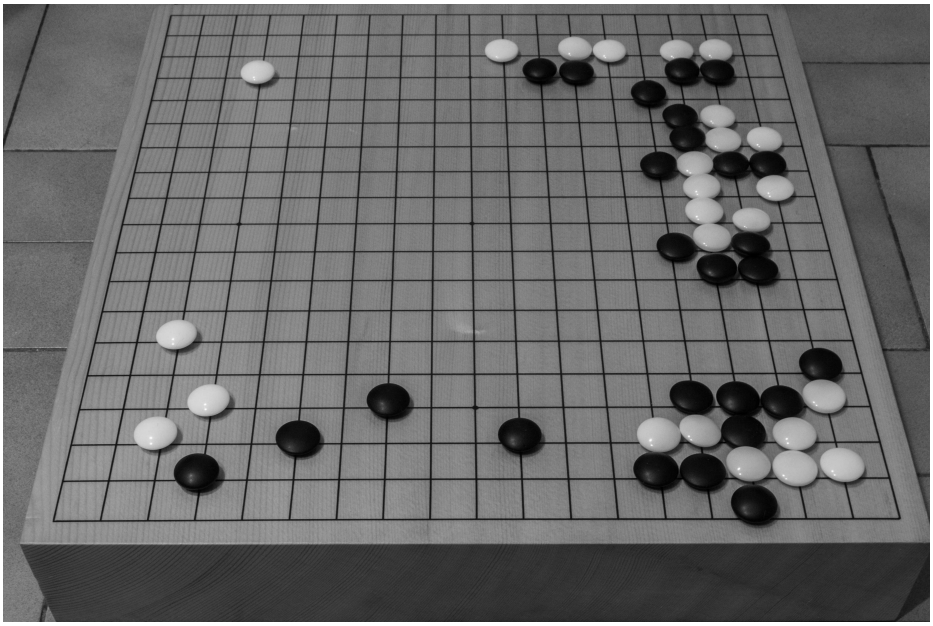


FIG. 1: *Jeu de go traditionnel en bois avec pierres en pâte de verre. Le jeu commence avec un plateau vide et chaque joueur à son tour pose une pierre jusque'à ce que les territoires formés ne puissent plus être agrandis ou réduits. On compte ensuite les surfaces contrôlées, et Blanc reçoit une compensation de 7,5 points pour ne pas avoir commencé. (Photographie de Jean-Pierre Lalo)*

avoir un répit de 10 ou 20 ans devant eux.

La force d'AlphaGo est d'utiliser des réseaux de neurones profonds [6, 5, 11] pour apprendre à trouver de bons coups au jeu de Go et pour apprendre à évaluer une position. L'apprentissage est réparti en trois phases, réalisées au moyens de réseaux de neurones ayant la même structure en 13 couches. Chaque couche est *convolutionnelle* avec de 128 à 384 filtres suivi d'un *rectifieur linéaire*. Une couche convolutionnelle consiste à passer un filtre 3x3 sur tout le plan d'entrée. C'est une technique surtout utilisée en reconnaissance d'image et elle s'applique bien au jeu de Go qui peut être vu comme une image en deux dimensions. Le rectifieur linéaire est indispensable à l'apprentissage profond. Son rôle est de redonner de la force au signal pour pouvoir modifier les couches profondes lors de l'apprentissage. Dans les trois phases, le problème d'optimisation correspondant à l'entraînement du réseau de neurones est traité par une méthode de gradient stochastique.

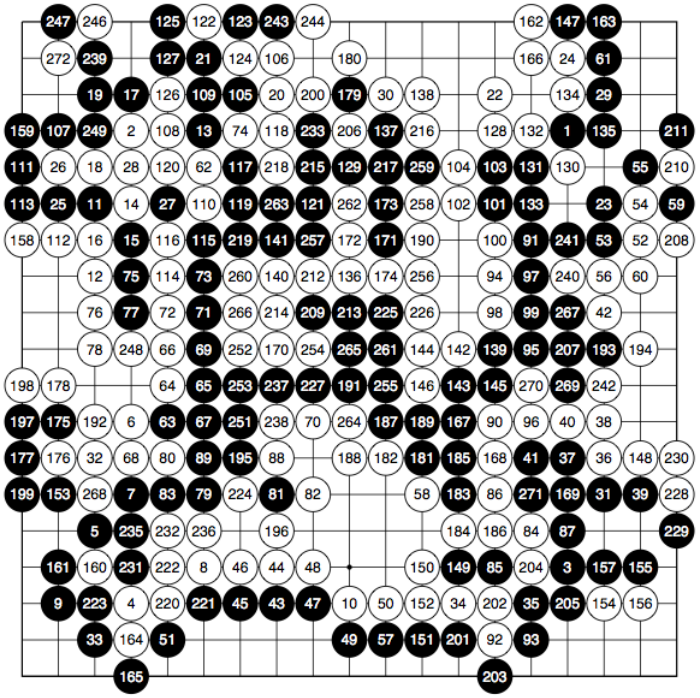


FIG. 2: *Première partie du match AlphaGo-Fan Hui. Fan Hui joue Noir et perd de 2,5 points. Les nombres indiquent l'ordre des coups joués. Blanc 234 en 179, Noir 245 en 122, Blanc 250 en 59.*

La première phase consiste à apprendre à retrouver des coups de joueurs experts à partir de parties jouées sur le serveur internet de Go KGS. Trente millions de positions de Go ont été utilisées pour cet apprentissage. A l'issue de cette phase, le taux de prévision du meilleur coup atteint 57.0 % sur une base de test, ce qui est bien meilleur que toutes les approches précédentes qui arrivaient au plus à 44.4 %.

La seconde phase utilise l'apprentissage par renforcement pour améliorer le réseau. L'apprentissage par renforcement consiste à apprendre de l'environnement à partir de récompenses. Si les récompenses sont positives le comportement est renforcé, sinon il est diminué. Le programme joue des parties contre différentes versions de lui-même et apprend les résultats des parties ainsi jouées pour s'améliorer. Le réseau amélioré gagne après apprentissage 80% des parties contre le réseau original. Il gagne aussi 85% de ses parties contre Pachi [16], un programme Monte-Carlo utilisant 100,000 playouts et jouant au niveau de deuxième dan (un

bon niveau de joueur de club).

La troisième phase apprend à prévoir l'issue d'une partie à l'aide d'un réseau évaluateur, qui prend en entrée une position de Go et estime en sortie la probabilité de gain associée à cette position. Trente millions de positions différentes sont générées à partir de parties jouées contre lui-même et le réseau évaluateur apprend le résultat de ces parties.

Les différents réseaux de neurones sont finalement combinés dans un programme qui fait de la recherche Monte-Carlo en utilisant les réseaux qui choisissent les coups pour biaiser les parties aléatoires et le réseau évaluateur pour biaiser les statistiques sur les parties aléatoires.

Le programme est enfin parallélisé sur un cluster de CPU et GPU. Il bat les meilleurs programme de Go 99.8 % du temps et il a battu le champion européen de Go Fan Hui cinq à zéro. Les joueurs professionnels estiment que le niveau d'AlphaGo se rapproche de celui des meilleurs joueurs asiatiques, mais ne l pas encore atteint. Google estime que le programme continue de s'améliorer rapidement et a le potentiel pour battre les meilleurs joueurs professionnels. Cela sera observé lors du prochain match, programmé au mois de mars en Corée, entre AlphaGo et Lee Sedol, considéré par beaucoup comme le meilleur joueur actuel.

Bibliographie

[1] Campbell, M., Hoane, A. , Hsu, F. Deep Blue. *Artificial Intelligence* , 134 :57-83, (2002).

[2] David Silver, Aja Huang et 18 autres auteurs Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search. *Nature*, 529 :484–503, (2016).

[3] http ://deepmind.com/alpha-go.html
Site web de Google DeepMind sur le programme AlphaGo

[4] http ://jeudego.org
Site web pour débutants de la Fédération Française de Go

[5] Maddison, C. J., Huang, A., Sutskever, I. , Silver, D. Move evaluation in Go using deep convolutional neural networks. *3rd International Conference on Learning Representations*, (2015).

[6] LeCun, Y., Bengio, Y. , Hinton, G. Deep learning. *Nature*, 521, 43644 (2015).

[7] Coulom, R. Efficient selectivity and backup operators in Monte-Carlo tree search. *In 5th International Conference on Computers and Games*, 723 (2006).

[8] Kocsis, L. , Szepesvári, C. Bandit based Monte-Carlo planning. *In 15th European Conference on Machine Learning*, 28293 (2006).

[9] Coulom, R. Computing Elo ratings of move patterns in the game of Go. *ICGA J.*, 30, 19808 (2007).

[10] Bouzy, B. , Helmstetter,B. Monte-Carlo Go developments. *In 10th International Conference on Advances in Computer Games*, 15974 (2003).

[11] Mnih, V. et al. Human-level control through deep reinforcement learning. *Nature* , 518 : 52933 (2015).

[12] Müller, M. Computer Go. *Artif. Intell.*, 134, 14579 (2002).

[13] B. Bouzy, T. Cazenave. Computer Go : An AI-Oriented Survey *Artificial Intelligence* , 132 (1), pp. 39-103 (2001).

[14] Tesauro, G. , Galperin, G. On-line policy improvement using Monte-Carlo search. *In Advances in Neural Information Processing*, 1068074 (1996).

[15] Gelly, S. , Silver, D. Combining online and offline learning in UCT search. *In 17th International Conference on Machine Learning*, 27380 (2007).

[16] Baudis, P. , Gailly, J.-L. PACHI : State of the Art Open Source Go Program *Lecture Notes in Computer Science*, 7168, 24-38 (2012).

[17] Garey, M. R. ; Johnson, D. S. Computers and Intractability : A Guide to the Theory of NP-Completeness. *Victor Klee, ed. A Series of Books in the Mathematical Sciences.* San Francisco, Calif. : W. H. Freeman and Co. (1979).

FIG. 3: *Logo du Tournoi International de Go de Paris 2016. Le tournoi de Paris a lieu à Pâques tous les ans et attire parfois plus de 300 joueurs.*

Projet SMAI BOUM

Propriétés spectrales des opérateurs hypoelliptiques
09/12/2015, IHP Paris

Projet organisé par Dario Prandi[1], Luca Rizzi[2], Marcello Seri[3].

1 Bilan scientifique

Ce projet nous a permis d'organiser la journée thématique "Propriétés spectrales des opérateurs hypoelliptiques[4]" à l'Institut Henri Poincaré et qui a eu lieu le 9 décembre 2015 dans le cadre des séminaires mensuels de géométrie sous-riemannienne, organisés par D. Barilari (Université Paris-Diderot) et P. Pansu (Université Paris-Sud Orsay). Pendant cette journée, dont le but était de favoriser la collaboration entre les jeunes mathématiciens travaillant sur le sujet, nous avons prévu deux exposés d'invités, A. Hassannezhad (Bonn) et M. Bonnefont (Bordeaux), et un exposé par L. Rizzi. Mlle Hassannezhad a parlé de son travail sur les bornes pour les valeurs propres du sous-laplacien et M. Bonnefont de la connexion entre le critère courbure-dimension et la propriété de doublage de la mesure. Enfin, L. Rizzi a exposé le travail fait en collaboration avec les autres porteurs du projet, sur la généralisation d'une formule classique de la géométrie riemannienne (la formule de Santaló) dans le cas sous-riemannien, et ses applications aux inégalités isopérimétriques et aux bornes inférieures pour la première valeur propre du sous-laplacien. Ce travail a été soutenu aussi par le projet Research In Paris "A Santaló formula for Hamiltonian systems and applications", qui a eu lieu du 2 au 18 décembre à l'Institut Henri Poincaré.

[1]CEREMADE, Université Paris-Dauphine, Paris, France, prandi@ceremade.dauphine.fr
[2]CNRS, CMAP École Polytechnique, and Équipe INRIA GECO Saclay Île-de-France, Paris, France, luca.rizzi@cmap.polytechnique.fr
[3]Department of Mathematics and Statistics, University of Reading, Reading, UK, m.seri@ucl.ac.uk
[4]http ://www.cmap.polytechnique.fr/ rizzi/uploads/1/6/3/4/16344576/journeeihp.pdf

Rapport de la première école d'été des jeunes chercheurs du CEREMADE

14-18 septembre 2015 Domaine des Forges de la Vache, Raveau.

Projet organisé par Maxime Laborde, Thibaut Mastrolia et Isabelle Tristani et financé dans le cadre du projet BOUM par la SMAI ainsi que par le CEREMADE et l'école doctorale de Dauphine.

1 Motivations du projet

L'école d'été des jeunes chercheurs du CEREMADE a eu pour but de favoriser les échanges mathématiques entre les jeunes chercheurs de toutes les équipes du laboratoire CEREMADE de l'université Paris-Dauphine. Diverses branches des mathématiques y sont représentées : analyse, probabilités, économie et finance mathématiques, statistiques et imagerie.

Le premier objectif de cette école fut de compléter la culture mathématique de chacun grâce à la mise en place de mini-cours donnés par des doctorants, pour

des doctorants. Ce fut également l'occasion pour ces derniers de s'exercer à donner des cours de ce type à un public non spécialiste. Une autre finalité fut de créer des passerelles entre les différents domaines des mathématiques représentés au CEREMADE, afin de préparer de futures collaborations indispensables à l'exercice du métier de chercheur.

2 Liste des cours proposés et résumé

2.1 Session optimisation et transport optimal

Analyse Convexe, Application à l'Optimisation Convexe, et Algorithmes pour l'optimisation convexe.

par Lénaïc Chizat[1] et Quentin Denoyelle[2].

La première partie de ce cours consiste en la présentation d'outils d'analyse convexe permettant d'aboutir à l'étude du problème de minimisation suivant :

$$\inf_{u\in V} J(u,\Lambda u), \tag{$\mathcal{P}$}$$

où J est une fonction convexe propre semi-continue inférieurement non identiquement égale à $+\infty$ et Λ un opérateur linéaire continu. En particulier nous abordons la notion de problème dual au problème primal. Le problème dual est souvent plus facile à résoudre que le problème primal et permet de donner des informations sur le problème initial. Sous certaines conditions de régularité du problème primal, qui sont étudiées en détails, nous montrons que la propriété de dualité forte est satisfaite.

Ceci nous permet d'aboutir au résultat suivant :
Théorème (Ekeland et Téman (1999))
Soit V un espace de Banach réfléxif et Y un espace topologique localement convexe.
Soit $J \in \Gamma_0(V \times Y)$ et $\Lambda \in \mathcal{L}(V, Y)$ continu vérifiant :
– $\lim_{\|u\|\to+\infty} J(u,\Lambda u) = +\infty$,
– $\exists u_0 \in V$, $J(u_0,\Lambda u_0) < +\infty$ et $p \mapsto \Lambda(u_0, p)$ continue en Λu_0.
Alors

$$(\mathcal{P})\ \inf_{u\in V} J(u,\Lambda u)$$

et

$$(\mathcal{P}^*)\ \sup_{p^*\in Y^*} -J^*(\Lambda^* p^*, -p^*),$$

ont tous les deux au moins une solution.
De plus :

$$\inf(\mathcal{P}) = \sup(\mathcal{P}^*),$$

[1]chizat@ceremade.dauphine.fr
[2]denoyelle@ceremade.dauphine.fr

et n'importe quelle paire $(\bar{u}, \bar{p}^*)$ solution respectivement de $(\mathcal{P})$ et de $(\mathcal{P}^*)$ satisfait les conditions d'extrémalités suivantes :

$$J(\bar{u}, \Lambda\bar{u}) + J^*(\Lambda^*\bar{p}^*, -\bar{p}^*) = 0,$$

ou de manière équivalente :

$$(\Lambda^*\bar{p}^*, -\bar{p}^*) \in \partial J(\bar{u}, \Lambda\bar{u}). \qquad \blacksquare$$

Ce résultat a de nombreuses applications en calcul des variations, en traitement du signal et de l'image, ou encore pour l'étude de problèmes inverses ; tant du point de vue théorique que numérique.

L'objectif de la deuxième partie de ce cours est double : donner un aperçu des grandes classes d'algorithmes et comprendre ce qui motive le choix d'une méthode pour résoudre un problème donné. Nous rappelons tout d'abord ce qui fait de la convexité une propriété essentielle, celle qui caractérise les problèmes "simples" en optimisation numérique. Ceci est illustré par un rappel des deux grandes classes d'algorithmes : les méthodes de localisation et méthodes de descente. Le cœur du cours se concentre ensuite sur les méthodes proximales pour des problèmes non-lisses structurés. L'opérateur proximal est introduit comme le résolvant de l'opérateur "sous-différentiel", ce qui permet d'en déduire ses principales propriétés. Enfin, nous passons en revue quelques algorithmes qui exploitent la structure du problème : Forward-Backward, Douglas-Rachford, Primal-Dual. Dans chaque cas nous retrouvons l'équation de point fixe et donnons un exemple d'application.

Optimal transportation, applications and numerics,
par Maxime Laborde[3] et Luca Nenna[4].

In 1781, Monge posed the problem of finding the optimal way to move a pile of sand to a hole of the same volume, [3]. Thus given two probabilistic measure μ and ν and a transport cost $c : \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$, the optimal transport problem consists in finding the cheapest way to transport μ to ν for the cost c :

$$\inf \left\{ \int_{\mathbb{R}^d} c(x, T(x))\, d\mu(x) \ : \ T_{\#}\mu = \nu \right\}. \tag{1}$$

In this lecture, we prove Brenier's theorem (1989), [2, 4, 5], which says that there exists a unique T optimal for (1) with $c(x, y) = \frac{|x-y|^2}{2}$ where T is a gradient of a convex function. Moreover, one can prove that the functionnal

$$W_2(\mu, \nu) := \inf \left\{ \left(\int_{\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d} c(x, y)\, d\gamma(x, y) \right)^{1/2} \ : \ \gamma \in \Pi(\mu, \nu) \right\} \tag{2}$$

[3] laborde@ceremade.dauphine.fr
[4] luca.nenna@inria.fr

is actually a distance on $\mathcal{P}_2(\mathbb{R}^d)$, namely the Wasserstein distance.

Then we are interested in to solve numerically this kind of problem. The first approach is to use a discrete-discrete method which means that the densities μ and ν become sum of diracs, i.e $\mu = \sum_{i=1}^{N} \mu_i \delta_{x_i}$, where $\mu_i = \mu(x_i)$. Finally, we expose a continuous-continuous method based on the well-known Benamou-Brenier formulation, [1], which consists in rewriting (2) in dynamic formulation :

$$W_2(\mu,\nu) := \inf_{\rho,v} \left\{ \left(\int_0^1 \int_{\mathbb{R}^d} |v(t,x)|^2 \rho(t,x)\, dxdt \right)^{1/2} \right\}, \tag{3}$$

with the constraints

$$\partial_t \rho + \ \mathrm{div}(\rho v) = 0,\ \rho(0,\cdot) = \mu,\ \rho(1,\cdot) = \nu.$$

This kind of problem is then solved by using the augmented Lagrangian algorithm.

Bibliographie

[1] J.-D. Benamou, Y. Brenier, *A computational fluid mechanics solution to the Monge-Kantorovich mass transfert problem*. Numer. Math., 84 (3)(2000), 375-393.

[2] Y. Brenier, *Polar factorization and monotone rearrangement of vector-valued functions*, Comm. Pure. Appl. Math., 4 (1991), pp.375-417.

[3] G. Monge, *Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais*, de l'Imprimerie Royale (1781).

[4] F. Santambrogio, *Optimal Transport for Applied Mathematicians*, Birkäuser Verlag, Basel, 2015.

[5] C. Villani, *Topics in optimal transportation*, volume 58 of graduate Studies in Mathematics. American Mathematical Society, Providence, RI, 2003.

2.2 Session analyse, imagerie et physique mathématique

Localisation d'Anderson et statistique des valeurs propres,
par Raphael Ducatez.[5]

Dans les années 50s, pour comprendre le fonctionnement des électrons dans un semi-conducteur, le physicien Anderson proposa d'étudier l'équation suivante

$$i\partial_t \phi = -\Delta\phi + V_\omega \phi \tag{4}$$

[5] ducatez@ceremade.dauphine.fr

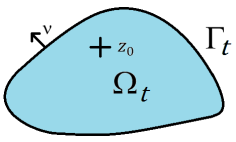
où V_ω est un potentiel fixé de manière aléatoire. Il prédit un curieux phénomène : les vecteurs propres du hamiltonien $H = -\Delta + V_\omega$ peuvent rester localisés, alors que cela ne se produit jamais en l'absence d'aléa. Je présenterai une version discrète de ce modèle et j'étudierai le spectre de H. Je montrerai que ce spectre peut être déterminé presque sûrement et que pour tout intervalle dans le spectre, le nombre de valeurs propres dans cet intervalle est, asymptotiquement, proportionnel au volume du domaine. Enfin je montrerai une conséquence de la localisation sur la statistique locale des valeurs propres, à savoir que sur les petits intervalles, les valeurs propres se comportent comme un processus ponctuel de Poisson.

Transformations géométriques dans les écoulements potentiels planaires à frontière libre,

par Vincent Runge.[6]

Un fluide visqueux – occupant un domaine connexe Ω_t – est contraint à voir sa frontière Γ_t se déplacer sous l'action d'une source de fluide interne. Il suffit d'imaginer une nappe de pétrole évoluant sous l'effet de l'extraction par un puits pour se faire une idée de ce problème (dit de Hele–Shaw). Simplifié à l'extrême, il consiste à trouver une fonction harmonique p (la pression physique) dans Ω_t à l'exception du "point-puits" occupé par une masse de Dirac (ici en O). Sur le bord, la vitesse de déplacement de la frontière est proportionnelle au gradient de la pression (c'est la loi de Darcy). On obtient le système suivant

$$\begin{array}{ll} -\Delta p = \frac{Q}{2\pi}\delta_0 & \text{dans } \Omega_t \\ p = 0 & \text{sur } \Gamma_t \\ \overrightarrow{V}\cdot\nu = -\nabla p\cdot\nu & \text{sur } \Gamma_t \end{array}$$



Deux transformations géométriques très différentes permettent un traitement théorique de ce problème. Elles se basent chacune sur des outils d'analyse complexe : l'application conforme de Riemann et la transformation de Helmhotz-Kirchhoff. Toutes deux transposent l'étude des équations du domaine mouvant Ω_t vers un domaine figé au cours du temps (un disque ou une demi-bande infinie). Si l'étude par Riemann s'est développée dans les années 1930 (voir la monographie [1] de référence), la seconde est plus récente (début des années 2000, voir [2]) et porte la promesse d'une meilleure compréhension de ce problème qui reste depuis plus d'un siècle irrésolu.

[1] Gustafsson B., Vasilev A. (2006) Conformal and potential analysis in Hele-Shaw cells. *Advances in Mathematical Fluid Mechanics. Birkhäuser Verlag, Basel.*

[6] runge@ceremade.dauphine.fr

[2] Demidov A. S. (2010) A functional-geometric method for solving problems with a free boundary for harmonic functions. *Russian Math. Surveys, 65, 1, 1-94.*

Semi-groupes, analyse spectrale et convergence à l'équilibre,
par Isabelle Tristani.[7]

Dans cet exposé, nous nous intéressons au problème du comportement en temps grand de solutions d'équations issues de la théorie cinétique des gaz.

Dans une première partie, nous présentons de manière générale la théorie cinétique des gaz ainsi que les grands problèmes qui y sont associés : théorie de Cauchy et comportement en temps grand des solutions. Une présentation brève des différentes techniques pour aborder ces problèmes est ensuite faite. On introduit également l'exemple fondamental de cette présentation au travers duquel différentes méthodes seront présentées, l'équation de Fokker-Planck (homogène en espace) :

$$\partial_t f = \Delta_v f + \ \mathrm{div}_v(vf) =: f, \quad \text{sur} \quad \mathbb{R}^d$$

où $f = f(t, v)$ est la densité de particules qui dépend du temps $t \in \mathbb{R}^+$ et de la vitesse $v \in \mathbb{R}^d$. Le problème du comportement en temps grand pour cette équation a largement été étudié par différentes méthodes (Poincaré et condition de Lyapunov - école de Toulouse 2000' ; Sobolev logarithmique - Gross, Stroock 80' ; technique d'élargissement - Gualdani-Mischler-Mouhot 2013, Mischler-Mouhot 2014).

Dans une seconde partie, on présente la technique classique basée sur l'inégalité fonctionnelle de Poincaré qui permet de prouver la convergence vers l'équilibre $\mu \approx e^{-|v|^2/2}$ de l'équation dans l'espace $L^2(\mu^{-1/2})$ (précisons que $f \in L^2(\mu^{-1/2}) \Leftrightarrow \int_{\mathbb{R}^d} f^2\, e^{|v|^2/2} < \infty$). Une autre preuve s'appuyant sur des inégalités portant sur l'entropie et l'information de Fisher (basée sur l'inégalité fonctionnelle de Log-Sobolev) est évoquée sans entrer dans les détails.

Dans une troisième partie, on introduit une technique récente d'élargissement de l'espace de décroissance du semi-groupe. Pour cela, on fait une introduction élémentaire de la théorie des semi-groupes (définition, premières propriétés, lien avec la notion de dissipativité...). Ensuite, on présente le théorème principal dans un cadre abstrait en donnant une idée de sa preuve dans un cas simple qui est basée sur la formule de Duhamel. L'idée générale du théorème est la suivante : si on dispose d'un opérateur linéaire Λ qui admet un trou spectral dans un "petit" espace E et vérifie certaines hypothèses alors il admet également un trou spectral dans un "grand" espace $\mathcal{E}$. Les hypothèses sur l'opérateur Λ sont les suivantes : il doit pouvoir se décomposer en deux parties $\Lambda = \mathcal{A} + \mathcal{B}$ avec $\mathcal{A}$ un opérateur borné, $\mathcal{B}$ un opérateur dissipatif et, $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ doivent être tels que le semi-groupe $\mathcal{A}S_{\mathcal{B}}(t)$ a des propriétés régularisantes (typiquement, s'il est convolé un nombre

[7] isabelle.tristani@polytechnique.edu

assez important de fois, il permet de passer du petit espace E au plus grand espace $\mathcal{E}$). Sous ces hypothèses, l'opérateur Λ aura également un trou spectral dans $\mathcal{E}$ et on aura également une décroissance exponentielle du semi-groupe associé dans $\mathcal{E}$.

Nous appliquons ensuite ce théorème abstrait à l'équation de Fokker-Planck, c'est-à-dire à l'opérateur $\Lambda := \mathcal{L}$. Grâce aux résultats obtenus dans la première partie de l'exposé, notre opérateur $\mathcal{L}$ admet un trou spectral dans l'espace $E := L^2(\mu^{-1/2})$. On applique notre théorème abstrait pour obtenir une décroissance du semi-groupe dans $\mathcal{E} := L^1(\langle v\rangle^k)$. L'intérêt d'obtenir un tel résultat est que l'on élargit considérablement la classe de données initiales pour lesquelles on obtient une décroissance des solutions vers l'équilibre. En effet, supposer qu'une distribution f_{in} est dans $E = L^2(\mu^{-1/2})$ est extrêmement restrictif et n'est pas réaliste physiquement alors que supposer que f_{in} est dans $\mathcal{E} = L^1(\langle v\rangle^k)$ revient à supposer que la donnée initiale a un certain nombre de moments finis, hypothèse beaucoup plus réaliste d'un point de vue physique. En pratique, on est capable d'obtenir un tel résultat dans $L^1(\langle v\rangle^k)$ pour tout $k > 0$.

Pour finir, on explique de manière très formelle comment une telle technique peut être utile pour aborder le problème du retour vers l'équilibre pour des équations non linéaires dans un régime perturbatif (équations de Boltzmann, Landau par exemple).

Generalized Stochastic Processes and Linear sPDE,

par Jonathan Vacher[8].

In this course we introduce and motivate the notion of generalized stochastic processes. The interest is to properly define stochastic partial differential equations in a way that does not use the convention of stochastic analysis. First, we recall the basic definition of stochastic processes and show that it is not appropriate for defining the continuous time white noise. Then we define a generalized stochastic process in the same way as Schwartz *ie* as a continuous linear mapping from a space of regular functions to some probability space. Finally, we show that this definition is convenient for applying derivative operators, Fourier transform or other linear transforms which makes it a tool of interest for studying stochastic partial differential equation.

Edge detection in image,

par Fang Yang[9].

In this talk, I gave a brief introduction of digital image processing. The tasks of digital image processing focus on two main aspects : 1. the improvement of pictorial information for human interpretation ; 2. processing of image data for storage,

[8]vacher@ceremade.dauphine.fr
[9]yang@ceremade.dauphine.fr

transmission and representation for autonomous machine perception. Image processing can be classified into three levels : low, middle and high, according to the input and output of the processing procedure.

Then I introduced two of my works to illustrate two different levels of image processing : mid and high-level. The mid-level one is my current work, which is called edge detection based on point flow method. In this method, we build a vector field, and use a point flow model to get the edges. In this work, the input of the algorithm is the image itself, and the output is the edges. The other is my previous work, called stereoscopic road network detection, first, I use the fusion of two kinds of images : SAR and optical images to get the whole 2D road network, then I deduce the high-elevation information from the 2D information. In the deduction process, the input are the road segments (attributes), and the output is the understanding of the algorithm (It decides where the high-elevation lies). Many examples are shown in this talk.

2.3 Session probabilités et applications

Introduction aux matrices aléatoires,
par Raphaël Butez[10].

Le but de ce cours était d'effectuer un panorama des questions et des techniques employées en matrices aléatoires. Nous avons étudié un modèle historique de matrices aléatoires : les matrices de Wigner. Au début des années 1950, Wigner a proposé de modéliser les niveaux d'énergie d'atomes lourds par les valeurs propres de grandes matrices aléatoires. On considère M_n une matrice aléatoire de Wigner, c'est à dire une matrice réelle, symétrique du type :

$$M_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{pmatrix} X_{1,1} & X_{1,2} & \dots & X_{1,n} \\ X_{1,2} & X_{2,2} & & \vdots \\ \vdots & & & \\ X_{1,n} & & \dots & X_{n,n} \end{pmatrix}$$

où les $X_{i,j}$ sont des variables aléatoires indépendantes de loi $\mathcal{N}(0,1)$. Le facteur $\frac{1}{\sqrt{n}}$ permet à chacune des lignes d'avoir une variance 1. Le but de ce cours est d'étudier les valeurs propres de M_n. Soient $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ les valeurs propres de la matrice M_n, on considère la mesure empirique de M_n définie par :

$$\mu_n \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \delta_{\lambda_i}.$$

Le théorème le plus célèbre des matrices aléatoires est la convergence presque sûre de (μ_n) vers la mesure du demi-cercle $\sigma(dx) = \frac{1_{[-2;2]}(x)}{2\pi}\sqrt{4-x^2}dx$. Nous

[10] butez@ceremade.dauphine.fr

avons donné deux preuves de ce théorème, chacune mettant en avant des aspects importants des matrices aléatoires. La première preuve est une approche combinatoire. Nous avons calculé les moments de $\mathbb{E}(\mu_n)$ et montré la convergence vers les moments de la loi du demi-cercle : les nombres de Catalan. Plus précisément nous avons montré que :

$$\int x^k \mathbb{E}(\mu_n)(dx) \xrightarrow[n\to\infty]{} \begin{cases} 0 & \text{si } k \text{ est impair} \\ \frac{1}{k/2+1}\binom{k}{k/2} & \text{sinon.} \end{cases}$$

Cette approche nous a permis d'étudier l'universalité de certains résultats en matrices aléatoires. En effet, la convergence de μ_n ne dépend que du fait que les coefficients de la matrice M_n sont indépendants, centrés et de variance 1, sous l'hypothèse que tous les moments existent.

La seconde approche repose sur le calcul explicite de la loi de $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ et permet d'avoir une compréhension "physique" du comportement des valeurs propres. Nous avons admis que la loi des valeurs propres était donnée par :

$$\frac{1}{Z_n} \exp\left(-n^2 \left[\iint\limits_{\neq} -\log|z-w| d\mu_n(z) d\mu_n(w) + \frac{1}{n} \int |z|^2 d\mu_n(z) \right] \right).$$

On peut voir $\mu \mapsto \iint_{\neq} -\log|z-w| d\mu(z)d\mu(w) + \frac{1}{n}\int |z|^2 d\mu(z)$ comme une énergie, le premier terme correspondant à la répulsion électrostatique en dimension 2 et le second étant l'énergie de confinement associée au potentiel $z \mapsto |z|^2$. Ainsi, on peut montrer que cette fonction de μ est strictement convexe, semi-continue inférieure et à ensembles de niveau compacts, donc admet un unique minimum. La suite $(\mu_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers le minimiseur de cette énergie, qui est la loi du demi cercle. Cette approche est celle qui est la plus couramment adoptée par les physiciens et s'étend à de très nombreux autres modèles de matrices aléatoires.

Introduction to methods in singular SPDEs,

par Marco Furlan[11].

In recent years the pathwise study of Stochastic Partial Differential Equations with singular forcing terms has known remarkable improvements, mainly due to two seminal articles : *Paracontrolled Distibutions and Singular PDEs* by M.Gubinelli, P.Imkeller and N.Perkowski, and *A theory of Regularity Structures* by M.Hairer (both available on ArXiv).

During my mini-course at CEREMADE Summer School I have given a very basic introduction to Hairer's theory of Regularity Structures, with an emphasis on its most intuitive parts (e.g. the polynomial Regularity Structure and its associated Hölder spaces characterization).

[11] furlan@ceremade.dauphine.fr

As a case study I exposed the Φ^4_3 equation, or *Stochastic Quantization* equation, namely :

$$\partial_t u = \Delta u - u^3 + \xi$$

in the three-dimensional torus $\mathbf{T}^3$, with a smooth initial condition $u(0,x) = u_0(x)$. Here ξ is a time-space white noise, which forces the solution u to be distribution-valued. This fact leads to a series of problems on the precise meaning to give to the equation above (in particular to the distributions product u^3) : problems that Hairer's theory successfully tackles, and which I tried to expose concisely during the mini-course.

Calcul stochastique et quelques applications à la finance,
par Thibaut Mastrolia[12].

La première partie de ce cours est consacrée à l'étude de résultats fondamentaux du calcul stochastique : propriétés du mouvement brownien, formule d'Itô pour des semi-martingales. Nous étudierons plus en détail le lien existant entre les équations différentielles stochastiques et l'équation de la chaleur à l'aide de la formule de Feynman-Kac. Cette partie théorique se conclura par une introduction à la théorie des équations différentielles stochastiques rétrogrades, de la forme (5), et plus particulièrement du lien existant entre les solutions de telles équations et les solutions d'EDP semi-linéaires.

$$Y_t \ = \ \xi + \int_t^T f(s, Y_s, Z_s)ds - \int_t^T Z_s dW_s. \tag{5}$$

La deuxième partie de cette exposé consiste en l'application des outils vus dans la première partie pour résoudre certains problèmes de mathématiques financières. Par sa thèse intitulée "Théorie de la spéculation" en 1900, Louis Bachelier est considéré comme le fondateur des mathématiques appliquées aux marchés. Les premiers articles développant l'utilisation des mathématiques pour l'évaluation de certaines options sont dus à Robert Merton (1976), et Fischer Black et Myron Scholes (1973). C'est à l'aide du très célèbre Modèle de Black & Scholes que nous étudierons dans un premier temps l'évaluation d'options dites européennes. Puis, nous étudierons un problème dit de maximisation d'utilité pour un agent financier dont la solution a été donnée par Rouge et El Karoui (2000) puis Hu, Imkeller et Müller (2005) à travers la résolution d'une équation différentielle stochastique rétrograde de type (5).

Processus et arbres de Galton-Watson,
par Camille Pagnard[13].

Cet exposé traitait des processus de Galton-Watson, introduits et étudiés par deux scientifiques anglais du 19$^{\text{ème}}$ siècle pour modéliser l'évolution de la taille d'une

[12] mastrolia@ceremade.dauphine.fr
[13] pagnard@ceremade.dauphine.fr

population. Soit $\xi = (\xi_n)_{n\geq 0}$ une mesure de probabilité sur $\mathbb{N}$. Pour éviter des cas dégénérés, supposons que $\xi_0 > 0$ et $\xi_0 + \xi_1 < 1$. Considérons alors $(X_{n,k})_{n\geq 0,k\geq 1}$ une famille de variables i.i.d. de loi ξ et posons :

$$Z_0 = 1 \qquad \text{et pour tout } n \geq 0, \qquad Z_{n+1} = \sum_{k=1}^{Z_n} X_{n,k}$$

La suite $(Z_n)_{n\geq 0}$ est appelée un processus de Galton-Watson de loi de reproduction ξ. La variable Z_n représente la taille de la population à la génération n. Dans cette population, chaque individu se reproduit indépendamment de ses pairs selon la loi ξ.

Après ces définitions, nous avons énoncé et démontré le résultat classique suivant dû à Watson. La probabilité d'extinction de la population $q := \mathbb{P}[\exists n : Z_n = 0]$ est le plus petit point fixe de la fonction $\gamma : s \in [0,1] \mapsto \sum_{n\geq 0} \xi_n s^n$ génératrice des moments de ξ. De plus $q = 1$ si et seulement si le nombre d'enfants moyen $\mu := \sum_{n\geq 0} n\xi_n$ vérifie $\mu \leq 1$.

Nous nous sommes ensuite intéressés au comportement asymptotique d'une population qui ne s'éteint pas, donc dans le cas où $\mu > 1$, en introduisant la martingale $(W_n)_n := (\mu^{-n} Z_n)_n$ et en étudiant sa limite W. Ainsi, si ξ admet un moment fini d'ordre 2, on peut aisément montrer que $W = 0$ avec probabilité q et donc que $W > 0$ presque-sûrement sur l'évènement de survie. Dans ce cas, $Z_n \sim W\mu^n$, c'est-à-dire que la population explose exponentiellement. Ce résultat est une forme plus faible d'un théorème de Kesten et Stigum.

La fin de l'exposé a été consacrée à démontrer, en suivant une preuve récente de Abraham et Delmas, un résultat de Kesten sur les arbres de Galton-Watson, des objets retraçant la généalogie de la population. Si $\mu \leq 1$, un tel arbre T est presque-sûrement fini mais peut être conditionné à avoir une hauteur de plus en plus grande. Aussi, si l'on note T_n l'arbre T conditionné à être plus haut que n (ce qui se traduit par $Z_n > 0$ pour le processus sous-jacent), alors au sens de la limite locale, T_n converge en loi vers l'arbre de Kesten, un arbre infini retraçant la généalogie d'un processus de Galton-Watson avec immigration, i.e. une suite :

$$Z_0 = 0, \quad \forall n \geq 0,\ Z_{n+1} = Y_n + \sum_{k=1}^{Z_n} X_{n,k}$$

Où la famille de variables $(X_{n,k})_{n\geq 0,k\geq 1}$ est i.i.d. et de loi ξ et $(Y_n)_{n\geq 0}$ est i.i.d. et $Y_i + 1$ est de loi $\hat{\xi}$ appelée ξ biaisée par la taille et définie par $\hat{\xi}_n := \mu^{-1} n\xi_n$.

3 Apports du projets

Le bilan de cette école fut positif sur de nombreux points. Ce projet a rempli ces objectifs en fournissant des exposés généraux et accessibles à tous les participants dans un cadre retiré et calme, propice au travail de groupe. En effet, la diversité des recherches qui sont menées au CEREMADE ne peut être qu'enrichissante

pour les doctorants. Néanmoins, les occasions d'avoir accès à d'autres thèmes que les siens de manière abordable sont rares. L'école d'été a donc été très profitable de ce point de vue, donnant aux doctorants qui y ont participé une vision plus globale des sujets traités au sein du laboratoire.

De plus, des groupes de travail sont spontanément apparus lors des temps de discussions libres, afin d'approfondir les connaissances partagées durant les cours. Une des finalités de l'école d'été était aussi de développer ce type de travail en commun qui est tout à fait naturel dans le monde de la recherche. L'ouverture d'esprit amenée par la découverte d'autres sujets a également permis de mettre en lumière des passerelles qui pouvaient exister entre les différents domaines de recherche des doctorants.

Cette école d'été fut par ailleurs un excellent moyen de soutenir l'intégration des nouveaux doctorants au sein de l'équipe. En effet, nous avons pu constater un renforcement des liens scientifiques mais également un renforcement des liens sociaux entre les participants, élément essentiel à la bonne entente au sein du laboratoire et, plus particulièrement, au sein de l'équipe des doctorants.

Modèles de polymère, transition d'accrochage, et désordre

par Quentin Berger[1]

Motivations physiques. Les polymères sont de très longues molécules, constitués d'une succession de composants élémentaires, appelés monomères : l'ADN (constitué de bases A,T,C,G), les protéines (constituées d'une succession d'acides aminés), ou encore le caoutchouc en sont des exemples. L'étude de leurs propriétés et de leurs interactions avec leur environnement s'avère très complexe, et a attiré l'attention de nombreux physiciens et mathématiciens. De nombreuses situations physiques peuvent être considérées (quelques exemples sont donnés dans la Figure 1, voir aussi [2, 4]).
Et l'on se pose toujours les mêmes questions ! Quelle est la forme typique que prend le polymère ? Est-il étendu ? Si oui, quelle est la distance à laquelle il s'étend ? Est-il localisé dans une région spécifique de l'espace (par exemple proche de la surface d'une cellule) ? Et enfin, comment ces propriétés évoluent quand on fait varier les paramètres du modèle, comme la température ? Observe-t-on ce que l'on appelle une transition de phase, c'est-à -dire un changement brutal des propriétés du système lorsque la température dépasse un seuil critique ? Peut-on décrire cette transition de phase ?

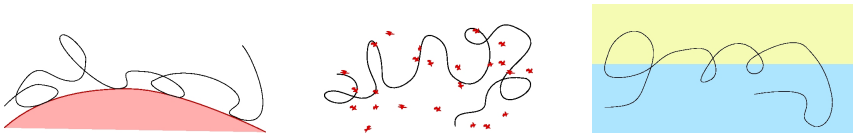


FIG. 1: Quelques exemples de situations physiques que l'on souhaite étudier. De gauche à droite : polymère à la surface d'une cellule, polymère dans un solvant contenant des impuretés, polymère à l'interface entre deux solvants (par exemple huile et eau)...

Modélisation d'un polymère. La première chose à faire est de savoir comment l'on modélise mathématiquement un polymère constitué de N monomères, avant même de parler d'interactions. Sa forme est aléatoire (à cause de l'agitation thermique), mais il faut préciser cette nature aléatoire : comment fait-on pour prendre un polymère "au hasard" ?

Une première modélisation : les marches auto-évitantes. Pour avoir un modèle simple, on utilise le réseau $\mathbb{Z}^2$ (ou $\mathbb{Z}^d$) pour approximer les positions possibles des monomères. Un polymère de longueur N (composé de $N+1$ monomères) est alors

[1]Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), quentin.berger@upmc.fr, Q. Berger a obtenu le Prix Neveu en 2012

un chemin $\Gamma^{(N)} = (\Gamma_0, \Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_N)$, $\Gamma_i \in \mathbb{Z}^2$, qui relie des plus proches voisins entre eux (on note $\Gamma_i \sim \Gamma_{i-1}$ pour tout $1 \leqslant i \leqslant N$), voir la Figure 1. Pour

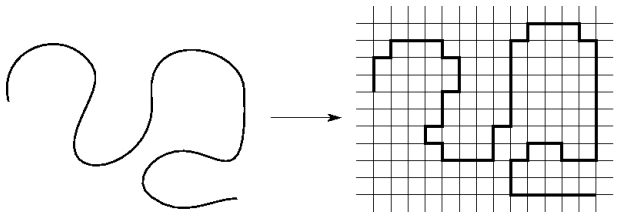


FIG. 2: Approximation d'un polymère par un chemin Γ (auto-évitant) dans $\mathbb{Z}^2$.

prendre en compte les contraintes liées à la structure même des polymères, et en particulier le fait que deux monomères ne peuvent pas se superposer, on utilise des chemins (ou marches) *auto-évitants* de longueur N. En terme mathématiques, on prend Γ dans l'ensemble

$$\mathcal{A}_N = \big\{\Gamma = (\Gamma_0 = 0, \Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_N)\,;\, \Gamma_i \in \mathbb{Z}^2\,,\, \Gamma_i \sim \Gamma_{i-1}\,,\, \Gamma_i \neq \Gamma_j \text{ pour tout } i \neq j\big\}.$$

Un polymère pris aléatoirement sera alors un chemin pris uniformément au hasard dans $\mathcal{A}_N$, chaque chemin Γ ayant donc une probabilité $1/\mathrm{Card}(\mathcal{A}_N)$. Cette modélisation est très simple, mais est la source de nombreux problèmes très complexes, beaucoup d'entre eux n'ayant toujours pas été résolus !
- Premier problème : il n'existe pas de formule donnant $\mathrm{Card}(\mathcal{A}_N)$. Il est facile d'avoir que $(\mathrm{Card}\mathcal{A}_N)^{1/N}$ converge vers une constante μ_c (on a $\mathrm{Card}(\mathcal{A}_N) \approx \mu_c^N$), appelée constate de connectivité de $\mathbb{Z}^2$. Cette constante n'est pas pas connue exactement (on sait juste que $2,62 \leqslant \mu_c \leqslant 2,68$), et il est conjecturé que ce n'est même pas un nombre algébrique.
- D'un point de vue probabiliste, une question naturelle est de savoir à quelle distance s'étend en moyenne un chemin Γ pris au hasard. Il a été conjecturé que cette distance est de l'ordre de $N^{3/4}$, mais cela n'a toujours pas été prouvé. Pour rappel, sans la contrainte d'auto-évitement, cette distance est de l'ordre $N^{1/2}$.

Une simplification : les marches dirigées. Pour être capable d'étudier les interactions d'un polymère avec son environnement, on simplifie de nouveau le modèle, en considérant des chemins dirigés, ce qui règle la contrainte d'auto-évitement. On prend des chemins du type $\Gamma = ((n, S_n))_{0 \leqslant 1 \leqslant N}$, où $S = (S_n)$ est une marche aux plus proches voisins dans $\mathbb{Z}$, partant de 0, voir la Figure 3. On prend donc Γ uniformément au hasard dans l'ensemble

$$\Omega_N = \big\{\Gamma = ((n, S_n))_{0 \leqslant n \leqslant N}\,;\, S_0 = 0\,;\, |S_n - S_{n-1}| = 1 \text{ pour tout } 1 \leqslant n \leqslant N\big\}.$$

Ici, le calcul est simple, $\mathrm{Card}(\Omega_N) = 2^N$, et chaque chemin a donc une probabilité $1/2^N$. On peut alors étudier les propriétés d'un chemin pris au hasard, ce qui revient à étudier une marche aléatoire simple $(S_n)_{0 \leqslant n \leqslant N}$. On obtient par exemple

que $\mathbf{P}(S_{2n}=0) = \frac{1}{2^{2n}}\binom{n}{2n} \overset{n\to\infty}{\approx} \frac{1}{\sqrt{\pi n}}$. Le nombre de passage en 0 de S (noté $\mathcal{C}_N = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{1}_{\{S_n=0\}}$) est ainsi en moyenne $\mathbf{E}[\mathcal{C}_N] = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{P}(S_n=0) \overset{n\to\infty}{\approx} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{N}$.

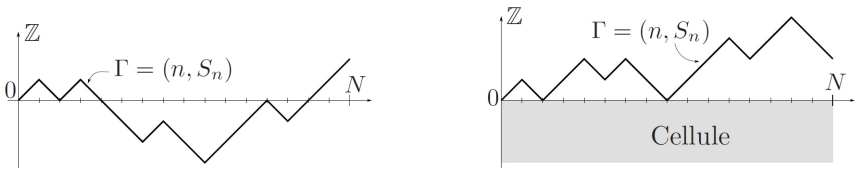


FIG. 3: Exemples de chemins de longueur $N = 16$, pris dans Ω_N (à gauche) et dans Ω_N^+ (à droite). Le premier modélise un polymère dirigé sans contrainte spatiale, le deuxième un polymère au voisinage de la surface d'une cellule.

L'ensemble Ω_N sert si l'on souhaite étudier un polymère dans un milieu hétérogène, ou bien à l'interface entre deux solvants (l'interface serait alors la ligne $\mathbb{N} \times \{0\}$), voir la Figure 3. Mais on peut considérer un polymère à la surface d'une cellule : cela rajoute une contrainte spatiale. On considère alors des chemins contraints de rester dans le demi-plan supérieur, voir la Figure 3 : on prend Γ dans l'ensemble

$$\Omega_N^+ = \Omega_N \cap \big\{S_n \geqslant 0 \text{ for all } 0 \leqslant n \leqslant N\big\}.$$

Dans ce cas, chaque chemin $\Gamma \in \Omega_N^+$ a une probabilité $\mathbf{P}(\Gamma) = \frac{1}{\mathrm{Card}(\Omega_N^+)}$, où la quantité $\mathrm{Card}(\Omega_N^+)$ est cependant plus difficile à calculer.

Prendre en compte les interactions = changer les probabilités. Concentrons-nous maintenant sur le cas d'un polymère à la surface d'une cellule (Figure 3, droite). S'il n'y a aucune interactions, la probabilité de n'importe quel chemin $\Gamma \in \Omega_N^+$ est $\mathbf{P}(\Gamma) = \frac{1}{\mathrm{Card}(\Omega_N^+)}$. Maintenant, si le polymère interagit avec la surface de la cellule, on veut que les différents chemins ne soient pas équiprobables : les chemins ayant de nombreux contacts doivent être "favorisés".
On utilise ici une idée essentielle de la physique statistique : les distributions dites de *Boltzmann-Gibbs*. Chaque $\Gamma \in \Omega_N^+$ possède une énergie $H(\Gamma)$, et on introduit de nouvelle probabilités : la probabilité d'un chemin Γ est proportionnelle à $e^{-\beta H(\Gamma)}$, où $\beta = 1/(k_B T)$ (T est la température, k_B la constante de Boltzmann). Au final, un chemin Γ aura une probabilité d'autant plus élevée que sont énergie est faible : les configurations de basse énergie sont privilégiées.
Dans notre cadre, pour un chemin $\Gamma = ((n, S_n))_{1 \leqslant n \leqslant N} \in \Omega_N^+$, on définit $H(\Gamma) = -\mathcal{C}_N(\Gamma)$, où $\mathcal{C}_N(\Gamma) = \sum_{n=0}^{N} \mathbf{1}_{\{S_n=0\}}$ est le nombre de contacts du polymère avec la surface de la cellule : l'énergie d'un chemin $H(\Gamma)$ est d'autant plus faible (et donc sa probabilité d'autant plus forte) que le nombre de contacts $\mathcal{C}_N$ est élevé. Ainsi, pour tout $\beta > 0$, on a une nouvelle probabilité $\mathbf{P}_{N,\beta}$ sur Ω_N^+, pour laquelle

tous les chemins n'ont pas la même probabilité :

$$\mathbf{P}_{N,\beta}(\Gamma) = \frac{1}{Z_{N,\beta}} e^{-\beta H(\Gamma)} = \frac{1}{Z_{N,\beta}} \exp\Big(\beta\, \mathcal{C}_N(\Gamma)\Big).$$

Le terme $Z_{N,\beta}$ est une constante, appelée *fonction de partition*, utilisée pour renormaliser $\mathbf{P}_{N,\beta}$, afin que cela soit une probabilité (sinon, on n'a pas $\sum_{\Gamma\in\Omega_N^+} \mathbf{P}_{N,\beta}(\Gamma) = 1$),

$$Z_{N,\beta} = \sum_{\Gamma\in\Omega_N^+} \exp\Big(\beta\, \mathcal{C}_N(\Gamma)\Big).$$

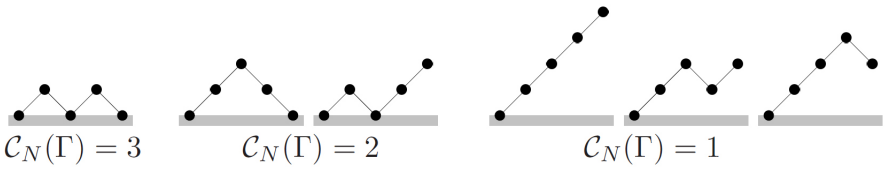


FIG. 4: Ensemble des chemins de Ω_N^+ quand $N = 4$. Si l'on ne prend pas en compte les interactions, chaque chemin a une probabilité $1/6$, et le nombre moyen de contacts est $5/3$. Si on considère $\mathbf{P}_{N,\beta}$, la probabilité d'un chemin dépend de son nombre de contact avec la surface. On calcule $Z_{N,\beta} = e^{3\beta} + 2e^{2\beta} + 3e^{\beta}$, et $\mathbf{P}_{N,\beta}(\Gamma) = \frac{e^{2\beta}}{e^{2\beta}+2e^{\beta}+3}$, $\frac{e^{\beta}}{e^{2\beta}+2e^{\beta}+3}$, $\frac{1}{e^{2\beta}+2e^{\beta}+3}$, suivant que $\mathcal{C}_N(\Gamma)$ vaille 3, 2 ou 1. Le nombre moyen de contacts sous $\mathbf{P}_{N,\beta}$ est alors $\frac{3e^{2\beta}+2e^{\beta}+1}{e^{2\beta}+2e^{\beta}+3}$.

Pour résumer, la probabilité $\mathbf{P}_{N,\beta}(\Gamma)$ prend en compte les interactions du polymère avec la surface de la cellule, et "favorise" les chemins avec de nombreux contacts (cela correspond à donner une récompense β à chaque contact). Le but est désormais de comprendre les propriétés d'un chemin pris au hasard selon $\mathbf{P}_{N,\beta}$, en particulier lorsque N tend vers l'infini, et la dépendance en β. On se rend compte que l'étude de $\mathbf{P}_{N,\beta}$ devient rapidement compliquée lorsque N devient grand, et que l'on a besoin d'une autre approche que la simple énumération des possibilités, comme cela est fait dans la Figure 4.

Y a-t-il une transition de phase ? Regardons de plus près la fonction de partition $Z_{N,\beta}$, car il s'avère qu'elle contient déjà de nombreuses informations. Par exemple, si on la dérive par rapport à β, on obtient

$$\frac{\partial}{\partial\beta} Z_{N,\beta} = \sum_{\Gamma\in\Omega_N^+} \mathcal{C}_N(\Gamma)\, \exp\Big(\beta \sum_{n=0}^{N} \mathbf{1}_{\{S_n=0\}}\Big) = \sum_{\Gamma\in\Omega_N^+} \mathcal{C}_N(\Gamma)\, Z_{N,\beta}\, \mathbf{P}_{N,\beta}(\Gamma).$$

On s'aperçoit alors que le terme $\sum_{\Gamma\in\Omega_N^+} \mathcal{C}_N(\Gamma)\mathbf{P}_{N,\beta}(\Gamma)$ est la moyenne du nombre de contacts $\mathcal{C}_N(\Gamma)$ lorsque l'on tire Γ avec la probabilité $\mathbf{P}_{N,\beta}$. On a donc montré

que $\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z_{N,\beta} = \mathbf{E}_{N,\beta}\big[\mathcal{C}_N(\Gamma)\big]$, et on a relié une information sur $Z_{N,\beta}$ à des propriétés d'un chemin pris aléatoirement avec la probabilité $\mathbf{P}_{N,\beta}$.
Les physiciens introduisent $\mathtt{F}(\beta) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\ln Z_{N,\beta}$, qui est l'*énergie libre*, ou énergie par monomère. Cette limite existe, et $\mathtt{F}(\beta)$ est une fonction positive, croissante et convexe en β. En particulier, on voit qu'il existe un paramètre critique β_c tel que $\mathtt{F}(\beta) = 0$ si $\beta \leqslant \beta_c$, et $\mathtt{F}(\beta) > 0$ si $\beta > \beta_c$, voir la Figure 5 : c'est le signe d'une transition de phase.

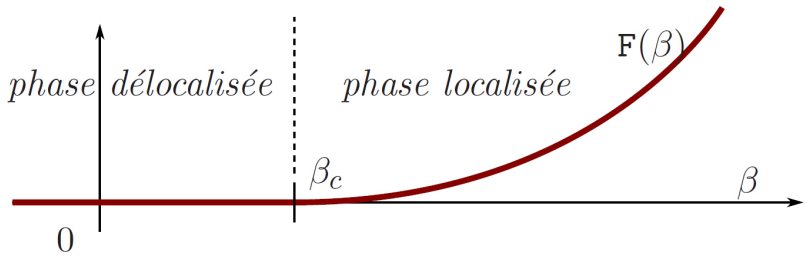


FIG. 5: Énergie libre $\mathtt{F}(\beta)$ en fonction de β. On observe la présence d'un point critique β_c, qui sépare les phases dites délocalisées et localisées.

Avec les calculs précédents, on montre que $\frac{\partial}{\partial\beta}\mathtt{F}(\beta) = \lim_{N\to\infty}\mathbf{E}_{N,\beta}\big[\frac{1}{N}\mathcal{C}_N(\Gamma)\big]$. La dérivée de l'énergie libre est ainsi égale à la densité de contacts moyenne sous la probabilité $\mathbf{P}_{N,\beta}$. Au final, on a bien une transition de phase, marquée par le point critique β_c. Si $\beta < \beta_c$, on a que $\mathtt{F}(\beta) = 0$, $\frac{\partial}{\partial\beta}\mathtt{F}(\beta) = 0$ (voir Figure 5), et il y a une densité nulle de contact : on parle de phase *délocalisée*. En revanche, si $\beta > \beta_c$, alors $\mathtt{F}(\beta) > 0$, $\frac{\partial}{\partial\beta}\mathtt{F}(\beta) > 0$, et il y a une densité positive de contacts : on parle de phase *localisée*.

FIG. 6: Exemple de trajectoires typiques prises sous $\mathbf{P}_{N,\beta}$: si $\beta < \beta_c$, il y a une densité nulle de contacts (phase délocalisée), et si $\beta > \beta_c$, il y a une densité positive de contacts (phase localisée). On parle de transition d'accrochage de polymère.

Maintenant que l'on sait qu'il y a une transition de phase, tout l'enjeu est de la décrire : peut-on calculer le point critique ? peut-on calculer $\mathtt{F}(\beta)$? Une question

essentielle est celle du comportement critique : peut-on décrire à quelle vitesse la densité de contact augmente lorsque β dépasse le point critique β_c ? Cette question est liée au comportement de $\mathtt{F}(\beta)$ lorsque β s'approche de β_c. S'il existe un ν tel que $\mathtt{F}(\beta) \approx cst.(\beta - \beta_c)^\nu$ lorsque $\beta \downarrow \beta_c$, on appelle ce ν *ordre de la transition de phase*, et ν décrit le comportement critique. En effet, la densité de contacts, $\frac{\partial}{\partial\beta}\mathtt{F}(\beta)$, croît alors comme $(\beta - \beta_c)^{\nu-1}$: par exemple, si $\nu = 1$, alors il y a un saut dans la fraction de contacts, alors que si $\nu = 2$, la fraction de contacts croît linéairement en $(\beta - \beta_c)$.

Théorème. *Pour le modèle d'accrochage sur la surface d'une cellule présenté ici, on a* $\beta_c = \ln 2$. *On peut calculer explicitement l'énergie libre :* $\mathtt{F}(\beta_c + u) = -\ln(1 - (1 - e^{-u})^2)$. *On a donc* $\mathtt{F}(\beta_c + u) \approx u^2$ *lorsque* $u \downarrow 0$, *et la transition de phase est d'ordre* 2.

Et si la composition du polymère est aléatoire ? Tout ce qui précède suppose que les interactions entre le polymère et la surface de la cellule sont homogènes : on donne une récompense β pour chaque contact, quel que soit le point de contact. Mais la réalité est toute autre : par exemple, dans le cas de l'ADN, la composition du polymère est aléatoire, ce qui rend les interactions inhomogènes. On introduit alors une séquence de variables aléatoires centrées $\varepsilon = (\varepsilon_i)_{i \geqslant 0}$, indépendantes et identiquement distribuées, attachées au polymère : cela modélise les inhomogénéités. On ne donne alors plus une récompense β à chaque contact, mais $\beta + \varepsilon_n$ si le $n^{\text{ème}}$ monomère est en contact avec la surface (ce qui correspond à une pénalité si cette quantité est négative). La probabilité d'un chemin Γ devient

$$\mathbf{P}_{N,\beta,\varepsilon}(\Gamma) = \frac{1}{Z_{N,\beta,\varepsilon}} \exp\Big(\sum_{n=0}^{N}(\beta + \varepsilon_n)\mathbf{1}_{\{S_n=0\}}\Big),$$

où là encore, la fonction de partition $Z_{N,\beta,\varepsilon}$ sert à renormaliser $\mathbf{P}_{N,\beta,\varepsilon}$ afin que cela soit une mesure de probabilité. Mais attention ! Cette fois, la probabilité $\mathbf{P}_{N,\beta,\varepsilon}$ dépend de la suite (aléatoire) ε, c'est à dire de la composition du polymère. On doit donc désormais étudier les propriétés d'un chemin pris au hasard selon $\mathbf{P}_{N,\beta,\varepsilon}$, pour des ε (aléatoires) typiques...

Il s'avère que l'on peut de nouveau définir l'énergie libre $\mathtt{F}(\beta,\varepsilon) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \ln Z^{\varepsilon}_{N,\beta}$ et son point critique $\beta_c(\varepsilon)$ pour presque tout ε : on a aussi une transition de phase en présence de désordre. Il n'est par contre généralement plus possible de calculer explicitement le point critique, et encore moins l'énergie libre, et on doit se contenter de résultats partiels. Par exemple, Alexander et Sidoravicius [1] ont montré que $\beta_c(\varepsilon) < \beta_c$: cela signifie qu'avoir du désordre favorise l'accrochage du polymère.

De manière générale, on se pose la question de l'influence du désordre sur la transition de phase : on cherche à savoir si les transitions de phase avec et sans désordre (*i.e.* avec ou sans ε) ont des ordres différents. Si tel est le cas, on dit que le désordre est *pertinent*. Un physicien, A. B. Harris a prédit que le caractère pertinent ou non du désordre ne dépend que de l'ordre ν de la transition de phase

sans désordre : si $\nu < 2$, alors le désordre est pertinent (l'ordre de la transition de phase avec désordre est $\nu_\varepsilon < \nu$), et si $\nu > 2$, alors le désordre est non-pertinent (l'ordre de la transition de phase avec désordre est $\nu_\varepsilon = \nu$). Cette question a été l'objet de nombreux travaux dans le cadre du modèle d'accrochage, et est désormais résolue : le critère de Harris a été établi, et le cas marginal $\nu = 2$ (qui est le cas qui nous intéresse !) est aussi traité.
Cependant, lorsque le désordre est pertinent, on sait que $\nu_\varepsilon \neq \nu$, mais on ne connaît toujours pas sa valeur ! Il est d'ailleurs conjecturé que l'on a dans ce cas $\nu_\varepsilon = +\infty$. On peut se réfèrer à [3] pour avoir un aperçu des nombreux travaux mathématiciens qui se sont attaqués à ce problème...

Bibliographie

[1] K. Alexander and V. Sidoravicius, *Pinning of polymers and interfaces by random potentials*, Ann. Appl. Probab., Vol. 16, Num. 2, 636–669, 2006.

[2] G. Giacomin, *Random polymer models*, Imperial College Press, World Scientific, 2007.

[3] G. Giacomin, *Disorder and critical phenomena through basic probability models*, Lecture notes in Mathematics, Springer, 2011.

[4] F. den Hollander, *Random Polymers*, Lecture Notes in Mathematics, Springer, Berlin, 2009.

Mathématiques & Applications
Collection de la SMAI éditée par Springer-Verlag
Directeurs de la collection : J. Garnier et V. Perrier

Vol 65 M. Choulli, *Elementary Feedback Stabilization of the Linear Reaction-convection-diffusion Equation and the Wave Equation*, 2010, 300 p., 64 €- tarif SMAI : 51.20 €

Vol 66 W. Liu, *Une introduction aux problèmes inverses elliptiques et,* paraboliques, 2009, 270 p., 95 €- tarif SMAI : 76 €

Vol 67 W. Tinsson, *Plans d'expérience : constructions et analyses statistiques*, 2010, 530 p., 100 €- tarif SMAI : 80 €

Vol 68 B. Després, *Lois de conservation Eulériennes, Lagrangiennes et méthodes numériques*, 2010, 530 p., 55 €- tarif SMAI : 44 €

Vol 69 D.A. Di Pietro, A. Ern, *Mathematical aspects of discontinuous Galerkin methods*, 2012, 384 p., 89,95 €- tarif SMAI : 71,95 €

Vol 70 J. B. Hiriart-Urruty, *Bases, outils et principes pour l'analyse variationnelle* 2013, à partir de 34,99 €

Vol 71 J. F. Le Gall, *Mouvement brownien, martingales et calcul stochastique* 2013, à partir de 26,99 €

Vol 72 H. Le Dret, *Équations aux dérivées partielles elliptiques non linéaires* 2013, à partir de 34,99 €

Vol 73 S. Cohen et J. Istas, *Fractional Fields and Applications* 2013, à partir de 42,19 €

Vol 74 J.P. Caltagirone, *Physique des écoulements Continus* 2014, à partir de 36,99 €

Vol 75 P. Del Moral et C. Vergé, *Modèles et méthodes stochastiques* 2014, à partir de 39,99 €

Vol 76 M. Bergounioux, *Introduction au traitement mathématique des images - Méthodes déterministes*, 2015, à partir de 32,99 €

Vol 77 S. Méléard, *Modèles Aléatoires en Ecologie et Evolution* 2015, à partir de 39,43 €

Le tarif SMAI (20% de réduction) et la souscription (30% sur le prix public) sont réservés aux membres de la SMAI. Pour obtenir l'un de ces volumes, adressez votre commande à : Springer-Verlag, Customer Service Books -Haberstr. 7, D 69126 Heidelberg/Allemagne - Tél. 0 800 777 46 437 (No vert) - Fax 00 49 6221 345 229 - e-mail : orders@springer.de
Paiement à la commande par chèque à l'ordre de Springer-Verlag ou par carte de crédit (préciser le type de carte, le numéro et la date d'expiration).
Prix TTC en France (5,5% TVA incl.). Au prix des livres doit être ajoutée une participation forfaitaire aux frais de port : 5 euros (+ 1,50 euros par ouvrage supplémentaire).

Modèles de bandit : une histoire bayésienne et fréquentiste

par Emilie Kaufmann[1]

Un modèle de bandit à K bras est un ensemble de K lois de probabilités $\nu_1, \dots, \nu_K$, appelées *bras*, avec lesquelles un agent, ignorant les caractéristiques de ces bras, interagit. A chaque instant t, ce dernier choisit un bras A_t et observe une récompense X_t tirée sous la loi du bras choisi : $X_t \sim \nu_{A_t}$. L'objectif de l'agent est d'adopter une stratégie de tirages des bras maximisant l'espérance des récompenses cumulées jusqu'à un horizon T, $\mathbf{E}\left[\sum_{t=1}^{T} X_t\right]$. Si on note μ_a l'espérance de ν_a, l'agent va donc chercher à jouer le plus souvent possible le meilleur bras, de moyenne $\mu^* = \text{argmax}_a\, \mu_a$, qu'il ne connaît pas a priori.
La stratégie de l'agent, appelée parfois *algorithme de bandit*, est séquentielle : le choix du bras A_{t+1} est basé sur les bras choisis et les récompenses observées précédemment, $A_1, \dots, A_t, X_1, \dots, X_t$. Une bonne stratégie exploite cette information de sorte à réaliser un compromis entre exploration (essayer les bras peu joués jusque là) et exploitation (favoriser les bras qui ont obtenu des bonnes performances jusque là). Dans cet article, nous évoquerons des stratégies réalisant ce compromis de manière *optimale*, dans un sens qui dépendra de la modélisation probabiliste choisie, fréquentiste ou bayésienne.
Si le nom des modèles de bandit fait référence à un casino où il s'agirait de découvrir la machine à sous, ou bandit manchot, qui a le bras le plus performant, ce cadre n'est en fait qu'un prête-nom et à l'origine, ces modèles ont été introduits dans le contexte des essais cliniques [23]. Pour un symptôme donné, un médecin a à sa disposition K traitements, de probabilité de succès $\mu_1, \dots, \mu_K$, inconnues au début de l'étude clinique. Il choisit d'allouer au t-ème patient de l'étude l'un des traitements, A_t, et observe ensuite $X_t = 1$ si le patient est guéri, $X_t = 0$ sinon, avec

$$\mathbf{P}(X_t = 1 | A_t = a) = \mu_a.$$

Dans cette situation, les bras modélisent l'efficacité des traitements et produisent des récompenses binaires ; ce sont donc les lois de Bernoulli. Maximiser l'espérance des récompenses revient à maximiser le nombre moyen de patients guéris lors de l'étude. D'autres types d'applications motivent aujourd'hui l'étude des modèles de bandit, comme les systèmes de recommandation, où il s'agit de choisir des contenus à présenter à des utilisateurs [19], l'allocation adaptative de spectre dans les systèmes de radio cognitives [12] ou encore l'exploration optimiste d'un arbre minimax pour la résolution d'un jeu [17].

[1]INRIA (Lille), Emilie.Kaufmann@inria.fr, E. Kaufmann a obtenu le Prix Neveu en 2014

Pour certaines de ces applications, des modèles plus complexes ont parfois été proposés, mais dans le reste de cet article, nous allons considérer le modèle de bandit le plus simple, où les bras sont des lois de Bernoulli, notées $\mathcal{B}(\mu_1), \ldots, \mathcal{B}(\mu_K)$ et où de plus les récompenses observées sont supposées indépendantes. Depuis les années 1930, ce modèle a été successivement étudié par plusieurs communautés, adoptant parfois une approche statistique dite bayésienne ou une approche dite fréquentiste. L'objectif de cet article est de présenter ces deux points de vue différents en statistique, et de voir comment dans le cas particulier de l'étude des modèles de bandit ils peuvent se compléter et s'influencer mutuellement. Une première partie de cet article est dédiée à l'historique de ces deux approches. Nous insisterons ensuite sur l'impact récent des stratégies utilisant des outils bayésiens pour la minimisation du regret (une mesure de performance fréquentiste présentée en section 3), qui sont au cœur de la thèse [13].

1 Deux modèles probabilistes

Le modèle de bandit à récompenses binaires que nous considérons est un cas particulier de modèle *paramétrique*, où la loi de chaque bras dépend d'un paramètre, ici sa moyenne $\mu_a \in [0,1]$. Dès lors, pour faire de l'inférence dans ces modèles, c'est-à -dire apprendre de l'information sur les paramètres des bras à partir d'observations de ceux-ci, deux approches concurrentes en statistiques peuvent être utilisées.

L'approche fréquentiste suppose que le paramètre μ_a de chaque bras est un paramètre inconnu, qui peut être inféré à l'aide d'estimateurs ponctuels, ou d'intervalles de confiances. Dans l'approche bayésienne, pour modéliser l'incertitude sur les paramètres des bras, on fait l'hypothèse que ceux-ci ont eux-mêmes été tirés aléatoirement, et sont des réalisations indépendantes d'une *loi a priori* π_0. L'information disponible sur μ_a après des observations de ce bras est alors encodée par la loi de la variable aléatoire μ_a conditionnellement à ces observations, appelée *loi a posteriori*.

Plaàons nous dans le contexte des modèles de bandit, et notons $N_a(t)$ le nombre d'observations du bras a à l'instant t, et $S_a(t)$ leur somme. Dans le cadre fréquentiste, le paramètre μ_a est usuellement estimé par sa moyenne empirique $\widehat{\mu}_a(t) := S_a(t)/N_a(t)$, qui constitue l'estimateur du maximum de vraisemblance. Dans le cadre bayésien, si la loi a priori π_0 est uniforme sur l'intervalle $[0,1]$, ce que nous supposerons tout au long de cet article, la formule de Bayes permet de montrer que la loi a posteriori de μ_a est une loi Beta de paramètres $S_a(t)+1$ et $N_a(t)-S_a(t)+1$. On notera $\pi_a(t) := \mathrm{Beta}(S_a(t)+1, N_a(t)-S_a(t)+1)$. La figure ci-dessous permet de visualiser la densité des loi a posteriori Beta (qui ont une allure gaussienne), ainsi que la mise à jour de celles-ci avec une nouvelle observation.

Les approches fréquentiste et bayésienne correspondent à deux modèles probabi-

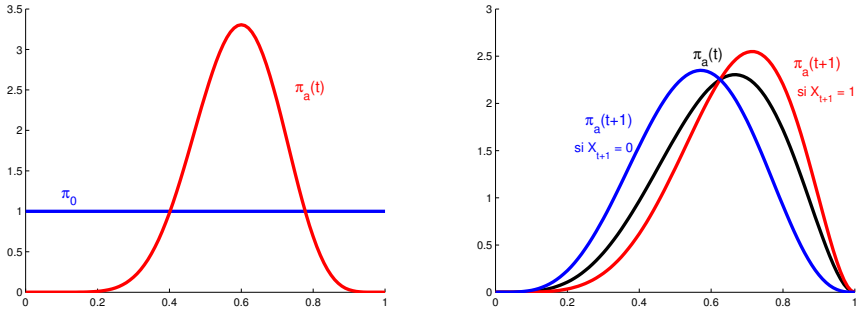


FIG. 1: La figure de gauche présente la loi a priori $\pi_0 = ([0,1])$ et la loi a posteriori $\pi_a(t) = \mathrm{Beta}(10,7)$. Sur celle de droite, étant donné la loi a posteriori $\pi_a(t)$, on voit son évolution au temps $t+1$ si le bras a est choisi à l'instant $t+1$ selon que $X_{t+1} = 0$ ou $X_{t+1} = 1$.

listes différents, le modèle fréquentiste dépendant du vecteur des paramètres des moyennes $\mu = (\mu_1, \ldots, \mu_K)$, et le modèle bayésien dépendant de la loi a priori π_0. On peut donc chercher à maximiser l'espérance de la somme des récompenses sous chacun de ces deux modèles, notée respectivement

$$\mathbf{E}_\mu\left[\sum_{t=1}^{T} X_t\right] \quad \text{et} \quad \mathbf{E}^{\pi_0}\left[\sum_{t=1}^{T} X_t\right] = \mathbf{E}_{\mu_a \overset{i.i.d.}{\sim} \pi_0}\left[\mathbf{E}_\mu\left[\sum_{t=1}^{T} X_t\right]\right].$$

Il est important de noter que l'on peut dissocier ces deux *mesures de performance* fréquentiste et bayésienne des *outils* associés à ces deux modélisations permettant de construire des algorithmes de bandit : les intervalles de confiance d'une part, et les loi a posteriori d'autre part. Dans la suite de l'article nous présentons d'abord des stratégies bayésiennes et fréquentistes destinées à maximiser les récompenses sous le modèle associé. Mais nous verrons pour finir que l'utilisation d'algorithmes bayésiens peut également être très pertinente dans un cadre fréquentiste.

2 Stratégies bayésiennes

On peut considérer que le problème de bandit a d'abord été étudié par la communauté bayésienne, car le premier algorithme de bandit mentionné dans la littérature est un algorithme bayésien proposé par Thompson en 1933 [23]. Cet algorithme a ensuite été quelque peu oublié, mais le problème de bandit bayésien a été de nouveau étudié à partir des années 1950 [5, 8, 4]. Cette période correspond au développement de la programmation dynamique par Bellmann [3], et la maximisation des récompenses dans un modèle de bandit en est un exemple d'application.

Dans un modèle de bandit bayésien, à un instant donné t, l'historique du jeu est résumé par les loi a posteriori sur chacun des bras, formant l'état courant $\Pi(t) = (\pi_1(t), \ldots, \pi_K(t))$. Celui-ci est représenté sur la figure 2, dans un modèle de bandit à 5 bras.

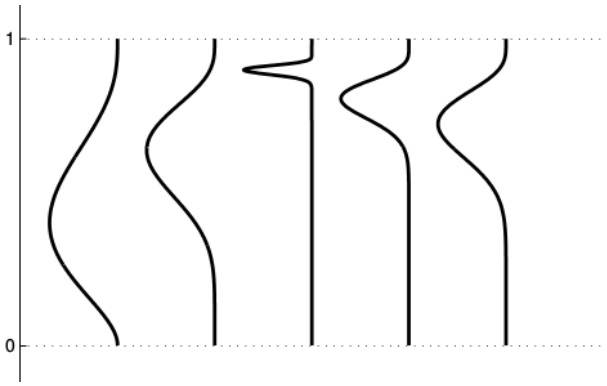


FIG. 2: Une version normalisée de la densité $\pi_a(t) = \mathrm{Beta}(S_a(t)+1, N_a(t) - S_a(t)+1)$ de chaque bras est représentée verticalement. Plus la loi a posteriori est concentrée, plus le bras a été joué.

Chaque loi Beta étant paramétrée par deux entiers indiquant le nombre de 1 et de 0 observés, l'état peut aussi être représenté par une matrice de taille $K \times 2$ dont la ligne a indique les paramètres de l'a posteriori courant sur μ_a. Dans un état Π, lorsque le bras a est tiré et la récompense $x \in \{0, 1\}$ est observée, on note $\Pi^{a,x}$ le nouvel état obtenu, dans lequel seule la loi a posteriori du bras a est mise à jour en prenant en compte cette nouvelle récompense. Si $\Pi = (\mathrm{Beta}(1,2), \mathrm{Beta}(5,1), \mathrm{Beta}(0,2))$, on écrira

$$\Pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \text{ et on a } \Pi^{2,1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } \Pi^{2,0} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Etant donnée une stratégie séquentielle de tirage des bras $\mathcal{A} = (A_t)$, nous pouvons introduire la *fonction valeur* associée. Pour r un entier inférieur à T, elle est définie par l'expression suivante, où la suite des récompenses (X_t) est obtenue sous la stratégie $\mathcal{A}$:

$$V_{\mathcal{A}}(\Pi, r) = \mathbf{E}_{\mu \sim \Pi}\left[\sum_{t=1}^{r} X_t\right].$$

Résoudre le problème de bandit bayésien revient à trouver une stratégie $\mathcal{A}$ maximisant

$$\mathbf{E}^{\pi_0}\left[\sum_{t=1}^{T} X_t\right] = V_{\mathcal{A}}(\Pi_0, T), \text{ avec } \Pi_0 = (\pi_0, \ldots, \pi_0).$$

Or, on peut montrer qu'il existe une telle stratégie optimale, dont la fonction valeur $V^*(\Pi_0, T) = \max_{\mathcal{A}} V_{\mathcal{A}}(\Pi_0, T)$ satisfait l'équation de programmation dynamique suivante :

$$V^*(\Pi, r) \quad = \quad \max_{a=1\dots K} \left(\mathbf{E}_{\mu_a \sim \Pi_a}[\mu_a] + \mathbf{E}_{\substack{X \sim \mathcal{B}(\mu_a) \\ \mu_a \sim \Pi_a}} \left[V^* \left(\Pi^{a,X}, r-1 \right) \right] \right). \qquad (1)$$

La stratégie optimale est alors $A_{t+1} = g^*(\Pi(t), T-t)$, où $g^*(\Pi, r)$ est le bras qui réalise le maximum dans (1). En principe cette solution peut donc se calculer par récurrence en utilisant (1), mais la grande taille de l'espace d'état (inclus dans $\{0, \dots, T\}^{K \times 2}$) ne permet ce calcul que pour des horizons T très petits, et un nombre limité de bras.
Une révolution survient dans les années 1970 avec les travaux de Gittins [10], qui vont rendre pratique le calcul de la politique optimale dans un cadre un peu différent où l'objectif est de maximiser

$$\mathbf{E}^{\pi_0} \left[\sum_{t=1}^{\infty} \alpha^{t-1} X_t \right],$$

la somme des récompenses jusqu'à un horizon infini, actualisées par un coefficient $\alpha \in]0, 1[$. Gittins montre en effet que la politique optimale se réduit à une *politique d'indices*, de la forme

$$A_{t+1} = \operatorname*{argmax}_{a=1\dots K} \mathrm{I}_\alpha(\pi_a(t)).$$

Ainsi pour chaque bras, il suffit de calculer un indice, appelé par la suite *indice de Gittins*, qui dépend des observations passées de ce bras uniquement, à travers l'a posteriori courant $\pi_a(t)$.
Dans le cadre qui nous intéresse où l'horizon est fini et où il n'y a pas d'actualisation, on peut aussi définir des *indices de Gittins à horizon fini*, $\mathrm{I}(\pi, r)$ qui dépendent du temps restant r plutôt que du paramètre α. Le lecteur intéressé pourra se référer à [9, 13] pour l'expression des indices de Gittins, avec actualisation ou à horizon fini. On peut alors définir la politique d'indices associée :

$$A_{t+1} = \operatorname*{argmax}_{a=1\dots K} \mathrm{I}(\pi_a(t), T-t).$$

Malheureusement le théorème de Gittins ne s'applique pas en dehors du cadre actualisé [4], et cette stratégie ne coincide donc pas avec la solution de (1). Toutefois, des simulations numériques pour des courts horizons où la stratégie optimale est calculable montrent que cette politique de Gittins semble être une bonne approximation de la politique optimale [13]. D'un point de vue numérique, le calcul de ces indices de Gittins requiert la résolution de plusieurs équations de programmation dynamique, mais sur des espaces d'état bien plus petits, liés à un seul bras. Cela reste néanmoins complexe, en particulier lorsque l'horizon T est très

grand, et le calcul efficace de ces indices est toujours un champ d'investigation [20]. Mais lorsque les horizons considérés sont courts, il peut être une bonne idée de mettre en œuvre la politique d'indices associée pour résoudre un problème de bandit.

3 Stratégies fréquentistes

Nous avons vu qu'il existe une solution exacte au problème de maximisation des récompenses dans un modèle de bandit bayésien, mais les méthodes présentées liées à son calcul ou son approximation sont coûteuses numériquement. Dans la cadre fréquentiste, il n'y aura pas de solution exacte, mais nous allons être en mesure de définir une notion d'optimalité *asymptotique*, et nous verrons une famille de stratégies, peu coûteuses à mettre en œuvre, qui s'approchent de l'optimalité.
Le problème de bandit a été introduit dans un cadre fréquentiste par Robbins en 1952 [21], et a ensuite été popularisé avec l'article fondateur de Lai et Robbins en 1985 [18], qui donne une caractérisation précise des bonnes stratégies d'un point de vue fréquentiste.
Tout d'abord, remarquons que si les moyennes des bras étaient connues, la stratégie optimale consisterait à ne tirer que le bras de moyenne $\mu^* = \max_a \mu_a$, et maximiser l'espérance de la somme des récompenses est équivalent à minimiser le *regret*, qui est définit comme l'écart de performance par rapport à cette stratégie oracle :

$$R_\mu(T) := \mathbf{E}\left[\mu^* T - \sum_{t=1}^{T} X_t\right].$$

Le regret peut se réécrire en fonction du nombre moyen de tirages de chaque bras,

$$R_\mu(T) = \sum_{a=1}^{K} (\mu^* - \mu_a)\mathbf{E}_\mu[N_a(T)]. \tag{2}$$

Une bonne stratégie doit donc tirer aussi peu que possible les bras sous-optimaux (tels que $\mu^* > \mu_a$), et le résultat de Lai et Robbins nous donne une borne inférieure asymptotique sur ce nombre de tirages. Il dit que toute stratégie uniformément efficace, c'est-à -dire qui a un regret faible sur l'ensemble des problèmes de bandit ($\forall \mu \in [0,1]^K, \forall \alpha \in]0,1],\ R_\mu(T) = o(T^\alpha)$) vérifie, pour tout μ,

$$\mu_a < \mu^* \ \Rightarrow \ \liminf_{T\to\infty} \frac{\mathbf{E}_\mu[N_a(T)]}{\log(T)} \ \geqslant \ \frac{1}{d(\mu_a, \mu^*)},$$

où $d(\mu_a, \mu^*)$ est la divergence de Kullback-Leibler entre les distributions $\mathcal{B}(\mu_a)$ et $\mathcal{B}(\mu^*)$, donnée par $d(x,y) = x\log(x/y) + (1-x)\log((1-x)/(1-y))$. Une borne inférieure logarithmique sur le regret s'obtient alors en utilisant (2).
Cette borne inférieure permet de définir la notion de stratégie *asymptotiquement optimale* comme une stratégie pour laquelle l'espérance du nombre de tirages

d'un bras sous-optimal a est *majorée* par $\log(T)/d(\mu_a, \mu^*)$, au moins asymptotiquement. La littérature s'est alors attachée à exhiber des stratégies asymptotiquement optimales, aussi explicites que possible. La majorité des stratégies proposées sont des stratégies dites optimistes : elles reposent sur des intervalles de confiances pour chacune des moyennes construits à partir des observations disponibles, qui sont illustrés sur la figure 3. Cette figure est à mettre en regard de la figure 2, qui représente l'information utilisée par un algorithme bayésien.

FIG. 3: Intervalles de confiance construits a l'aide des observations jusqu'à $T = 500$. La taille de ces intervalles est décroissante avec le nombre d'observations du bras. Les losanges rouges représentent les moyennes (inconnues) des bras.

Ces intervalles de confiance contiennent tous les modèles de bandits que l'on juge statistiquement possibles à l'instant courant. L'approche optimiste consiste alors à agir comme si on était dans le meilleur modèle possible, dans lequel chaque μ_a serait égal au sommet de son intervalle de confiance. On choisit alors

$$A_{t+1} = \operatorname*{argmax}_{a=1\dots K} \mathrm{UCB}_a(t),$$

où l'indice $\mathrm{UCB}_a(t)$ est une borne de confiance supérieure sur la moyenne μ_a (Upper Confidence Bound), qui dépend donc des observations passées du bras a uniquement. On retrouve une politique d'indices, qui fait donc écho à ce qui avait été proposé dans la littérature bayésienne.
Evidemment, la performance d'une stratégie optimiste (ou de type UCB) dépend de la manière dont les intervalles de confiance sont construits et Auer et al. proposent avec l'algorithme UCB1 [2] l'utilisation d'intervalles de confiance basés sur l'inégalité de Hoeffding :

$$\mathrm{UCB}_a(t) = \widehat{\mu}_a(t) + \sqrt{\frac{2\log(t)}{N_a(t)}},$$

où $\widehat{\mu}_a(t) = S_a(t)/N_a(t)$ est la moyenne empirique des observations. Le second terme s'interprète comme un bonus d'exploration qui diminue quand le bras est tiré et augmente (grâce au $\log(t)$) quand le bras n'est pas tiré, forçant ainsi le tirage de tous les bras. En plus de proposer une stratégie simple et explicite, les auteurs proposent *une analyse à temps fini*, montrant que pour tout bras sous optimal,

$$\mathbf{E}_\mu[N_a(T)] \leqslant \frac{8}{(\mu^* - \mu_a)^2}\log(T) + 1 + \frac{\pi^2}{3}.$$

Comme $d(\mu_a, \mu^*) > 2(\mu^* - \mu_a)^2$, cette inégalité de permet pas de montrer que UCB1 est asymptotiquement optimal, et il ne l'est pas.

Des raffinements dans la construction des intervalles de confiance ont été successivement proposés jusqu'à l'introduction de l'algorithme KL-UCB [6]. Cet algorithme est basé sur l'indice

$$u_a(t) = \max\{q \in [0,1] : N_a(t) d(\widehat{\mu}_a(t), q) \leqslant \log(t)\}, \tag{3}$$

où d est la fonction de divergence qui intervient dans la borne de Lai et Robbins. A l'aide de l'inégalité de Chernoff, et d'autres outils pour gérer le fait que le nombre d'observations $N_a(t)$ est lui-même aléatoire, on peut montrer que $\mathbf{P}_\mu(\mu_a \leqslant u_a(t)) \gtrsim 1 - 1/t$, justifiant bien qu'il s'agit d'une borne de confiance supérieure. Cet indice n'a pas d'expression explicite mais une approximation peut être calculée simplement en utilisant la convexité de l'application $q \mapsto d(\widehat{\mu}_a(t), q)$, comme illustré sur la figure 4

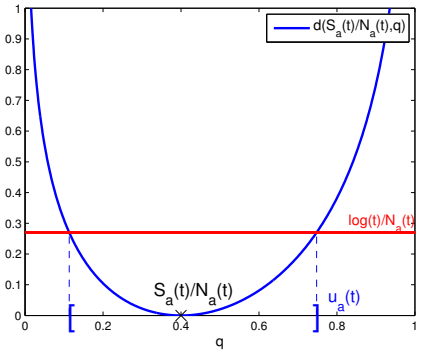


FIG. 4: Calcul de l'indice $u_a(t)$ utilisé par l'algorithme KL-UCB

Finalement, une analyse à temps fini montre que KL-UCB vérifie, pour tout bras sous-optimal a

$$\mathbf{E}_\mu[N_a(T)] \leqslant \frac{1}{d(\mu_a, \mu^*)} \log(T) + O(\sqrt{\log(T)}),$$

prouvant l'optimalité asymptotique de cette stratégie.

4 Des outils bayésiens pour la minimisation du regret

Le but de cette section, qui décrit des travaux menés dans la thèse [13], est de présenter des algorithmes utilisant des outils bayésiens mais qui sont asymptotiquement optimaux du point de vue du regret, comme l'algorithme KL-UCB. Par rapport à ce dernier, les algorithmes Bayes-UCB et Thompson Sampling que nous décrivons maintenant sont plus simples d'utilisation, très efficaces empiriquement, et peuvent être aisément généralisés à d'autres types de distributions.

4.1 Bayes-UCB

Nous proposons une première manière simple d'exploiter les lois a posteriori sur les moyennes des bras, qui repose sur le principe d'optimisme, suggéré par la littérature fréquentiste. Pour chaque bras, on peut définir une région de la forme $[0, Q_a]$ à laquelle μ_a appartient avec forte probabilité sous la loi a posteriori, ce qui revient à choisir pour Q_a un quantile de la loi $\pi_a(t)$. L'action optimiste consiste alors à choisir le bras qui maximise ce quantile. Plus précisément, l'algorithme Bayes-UCB, illustré sur la figure 5, est défini par

$$A_{t+1} = \underset{a=1\dots K}{\operatorname{argmax}}\, q_a(t) \quad \text{où} \quad q_a(t) := Q\left(\pi_a(t), 1 - \frac{1}{t}\right),$$

avec $Q(\pi, \alpha)$ le quantile d'ordre α de la distribution π, défini par $\mathbf{P}_{X\sim\pi}(X \leqslant Q(\pi, \alpha)) = \alpha$.

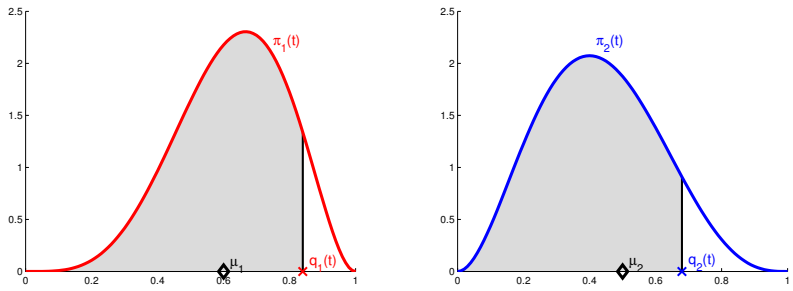


FIG. 5: Bayes-UCB calcule les quantiles d'ordre $1 - 1/t$ des distributions $\pi_1(t)$ et $\pi_2(t)$ et choisit ici le bras 1 car $q_1(t) \geqslant q_2(t)$

Dans les articles [15, 14], nous proposons une analyse fréquentiste de Bayes-UCB, et nous établissons en particulier le théorème suivant.

Théorème 1. *Pour tout $\epsilon > 0$, il existe des constantes C et D telles que pour tout bras sous-optimal a,*

$$\mathbf{E}_\mu[N_a(T)] \leqslant \frac{1+\epsilon}{d(\mu_a, \mu^*)} \log(T) + C\sqrt{\log(T)} + D.$$

Ce théorème permet de montrer que $\limsup_{T\to\infty} \mathbf{E}_\mu[N_a(T)]/\log(T) \leqslant 1/d(\mu_a, \mu^*)$ et donc que Bayes-UCB est asymptotiquement optimal. Alors que l'algorithme KL-UCB utilise des intervalles de confiances construits avec la fonction de divergence d qui apparait dans la borne de Lai et Robbins, Bayes-UCB n'utilise pas directement cette fonction, et semble pourtant construire automatiquement les bonnes régions de confiance. La preuve du Théorème 1 est en effet basée sur le lemme suivant, qui montre la proximité entre les indices utilisés par Bayes-UCB et par KL-UCB, qui nous permettra d'adapter les analyses existantes pour les stratégies optimistes.

Lemme 1. *L'indice $q_a(t)$ utilisé par Bayes-UCB vérifie $\widetilde{u}_a(t) \leqslant q_a(t) \leqslant u_a(t)$, où $u_a(t)$ est l'indice* (1) *utilisé par KL-UCB, et $\widetilde{u}_a(t)$ en est une version biaisée, définie par*

$$\widetilde{u}_a(t) = \max\left\{q \in [0,1] : (N_a(t)+1)d\left(\frac{S_a(t)}{N_a(t)+1}, q\right) \leqslant \log\left(\frac{t}{N_a(t)+2}\right)\right\}.$$

Les lois a posteriori $\pi_a(t)$ étant des lois Beta, ce résultat provient d'un encadrement que l'on peut obtenir pour leurs quantiles, qui repose sur le contrôle suivant des queues de distribution :

$$\frac{e^{-(a+b-1)d\left(\frac{a-1}{a+b-1},x\right)}}{a+b} \leqslant \mathbf{P}_{X\sim\mathrm{Beta}(a,b)}(X \geqslant x) \leqslant e^{-(a+b-1)d\left(\frac{a-1}{a+b-1},x\right)}.$$

Ce dernier résultat est spécifique aux lois Beta (il provient en fait d'un lien qu'on peut établir entre lois Beta et lois binômiales, voir [15]). Pour obtenir une analyse de Bayes-UCB pour d'autres familles de distributions [14], un point crucial sera donc d'obtenir un contrôle similaire des queues des distributions a posteriori correspondantes.

4.2 L'échantillonnage de Thompson

Nous revenons maintenant sur la toute première approche introduite dans la littérature [23], qui proposait une manière très simple d'exploiter les lois a posteriori, assez différente du principe d'optimisme. L'idée de Thompson est d'utiliser une stratégie randomisée telle que la probabilité de choisir le bras a à un instant donné est égale à la probabilité a posteriori que ce bras soit optimal. L'échantillonnage de Thompson est usuellement mis en œuvre de la manière suivante. Pour chaque bras, on tire un échantillon $\theta_a(t)$ de la loi a posteriori $\pi_a(t)$, et on agit optimalement dans ce modèle échantillonné, ce qui revient à choisir le bras associé à l'échantillon le plus grand. Plus précisément

$$\begin{cases} \forall a \in \{1..K\}, \;\; \theta_a(t) \sim \pi_a(t) \\ A_{t+1} = \underset{a=1\ldots K}{\operatorname{argmax}}\, \theta_a(t). \end{cases}$$

L'algorithme est illustré sur la figure 6 dans un modèle de bandit à deux bras.
La force de cet algorithme réside dans son principe de base simple et générique (échantillonner un modèle de bandit possible sous la loi a posteriori, et d'agir optimalement dans ce modèle), pouvant potentiellement s'appliquer dans des modèles plus complexes. Pourtant cet algorithme, proposé en 1933, semble être tombé dans l'oubli pendant des décennies. Il a été redécouvert indépendamment par plusieurs personnes dans les années 2000 ([11, 22]), et est revenu sur le devant de la scène justement à cause de ses très bonnes performances pratiques dans des modèles de bandits plus complexes, utilisés pour des applications à la publicité en ligne [7].

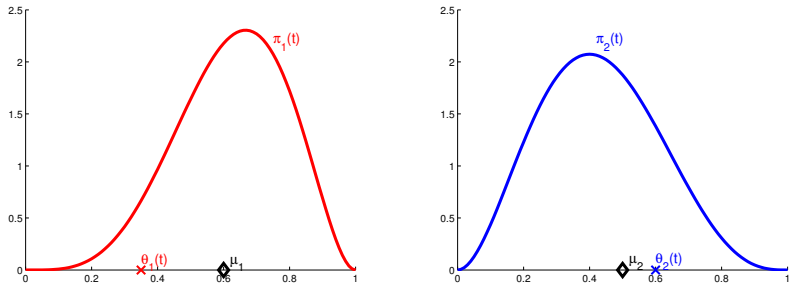


FIG. 6: L'algorithme tire des échantillons $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$ sous chacune des lois $\pi_1(t)$ et $\pi_2(t)$, et choisit ici le bras 2 car $\theta_2(t) \geqslant \theta_1(t)$

Toutefois, les propriétés théoriques de l'échantillonnage de Thompson n'étaient pas encore bien comprises, et la première analyse du regret de cet algorithme a été proposée en 2012 par Agrawal et Goyal [1], donnant une borne de regret logarithmique. Ce résultat ne permettait toutefois pas de justifier l'optimalité asymptotique de l'approche, et dans l'article [16], nous avons proposé une analyse à temps fini de l'échantillonage de Thompson. Nous avons établi le théorème suivant, prouvant ainsi que l'échantillonnage de Thompson est également une stratégie asymptotiquement optimale au sens de la borne inférieure de Lai et Robbins.

Théorème 2. *Pour tout $\epsilon > 0$ et tout bras sous-optimal a, il existe des constantes C et D telles que l'échantillonnage de Thompson vérifie*

$$\mathbf{E}_\mu[N_a(T)] \leqslant (1+\epsilon)\frac{\log(T)}{d(\mu_a, \mu^*)} + C\log\log(T) + D.$$

Nous avons cherché à proposer une preuve de ce résultat aussi proche que possible de l'analyse de Bayes-UCB. On peut en effet se ramener à cet algorithme en utilisant le fait que les échantillons tirés pour chaque bras sont, avec forte probabilité, inférieurs à certains quantiles bien choisis. Pour se ramener à cette analyse, un ingrédient supplémentaire a été nécessaire ; nous avons dû établir que l'échantillonnage de Thompson tire suffisamment souvent le bras optimal, a^*. Rappelons que tout bon algorithme de bandit doit en principe avoir tiré ce bras de l'ordre $t - O(\log(t))$ fois à l'instant t. Nous avons quantifié ce phénomène en montrant l'existence d'une constante $b \in (0,1)$ telle que la suite des probabilités $\mathbf{P}(N_{a^*}(t) < t^b)$ (indexée par t) décroit très vite. La preuve de ce résultat repose quand à elle sur la nature randomisée de l'algorithme.

5 Performances des stratégies présentées

Nous avons présenté dans cet article plusieurs algorithmes asymptotiquement optimaux du point de vue du regret, une mesure de performance fréquentiste,

basés sur des outils fréquentistes (KL-UCB, basé sur des intervalles de confiances) et bayésiens (Bayes-UCB et Thompson Sampling exploitent des lois a posteriori sur les bras). Ces algorithmes ont donc le même comportement asymptotique, mais on peut raisonnablement se demander lesquels sont les plus performants pour un horizon fini T donné.

La figure 7 présente des courbes de regret pour les différents algorithmes, dont on peut noter le profil logarithmique, comme attendu. Pour les deux cas particuliers de modèles de bandit à deux bras qui y sont présentés, on remarque que le regret des deux algorithmes bayésiens est légèrement plus faible que celui de KL-UCB, et que l'algorithme UCB1 est clairement sous optimal. Du point de vue de la complexité numérique, Bayes-UCB et Thompson Sampling semblent également préférables à KL-UCB. En effet, ce dernier nécessite la résolution d'une problème d'optimisation pour le calcul de chaque indice (1), ce qui en pratique est plus long que le calcul d'un quantile ou l'obtention d'un échantillon d'une loi Beta.

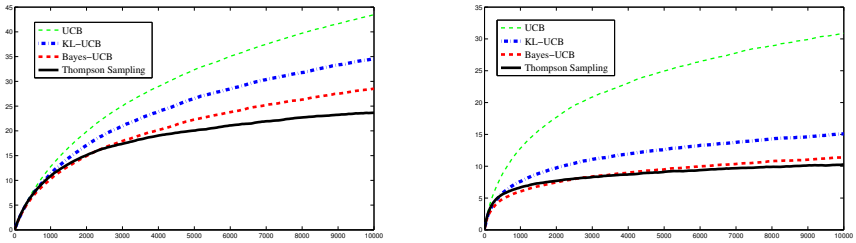


FIG. 7: $R_\mu(T)$ en fonction de T pour $\mu = [0.2\ 0.25]$ (gauche) et $\mu = [0.8\ 0.9]$ (droite). Le regret est estimé à l'aide de $N = 20000$ simulations d'un jeu de bandit jusqu'à l'horizon $T = 10000$.

Enfin, l'intérêt principal des algorithmes bayésiens réside dans leur pouvoir de généralisation. Alors que l'algorithme KL-UCB est construit spécifiquement pour des bandits à récompenses binaires (il peut en fait se généraliser à d'autres types de distributions paramétrées par leur moyenne, en adaptant la divergence d utilisée, voir [6]), le principe de Bayes-UCB et Thompson Sampling est très général, est peut-être mis en œuvre dans des modèles plus complexes, dès lors qu'on est capable de définir une loi a priori sur le modèle pour lequel on peut échantillonner les lois a posteriori associées, ce qui permet aussi d'approximer les quantiles, si ceux-ci ne sont pas explicitement calculables. Dans le Chapitre 4 de [13], nous expliquons ainsi comment mettre en œuvre Bayes-UCB et Thompson Sampling dans des modèles dit contextuels, pertinents pour décrire les systèmes de recommandation. Toutefois, la compréhension théorique de ces algorithmes bayésiens dans des modèles structurés est encore très partielle, et son amélioration constitue une direction de recherche future.

Bibliographie

[1] S. Agrawal and N. Goyal. Analysis of Thompson Sampling for the multi-armed bandit problem. In *Proceedings of the 25th Conference On Learning Theory*, 2012.

[2] P. Auer, N. Cesa-Bianchi, and P. Fischer. Finite-time analysis of the multiarmed bandit problem. *Machine Learning*, 47(2) :235–256, 2002.

[3] R. Bellman. The theory of dynamic programming. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 60(6) :503–515, 1954.

[4] D.A. Berry and B. Fristedt. *Bandit Problems. Sequential allocation of experiments*. Chapman and Hall, 1985.

[5] R.N Bradt, S.M. Johnson, and S. Karlin. On sequential designs for maximizing the sum of n observations. *Annals of Mathematical Statistics*, 27(4) :1060–1074, 1956.

[6] O. Cappé, A. Garivier, O-A. Maillard, R. Munos, and G. Stoltz. Kullback-Leibler upper confidence bounds for optimal sequential allocation. *Annals of Statistics*, 41(3) :1516–1541, 2013.

[7] O. Chapelle and L. Li. An empirical evaluation of Thompson Sampling. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2011.

[8] D. Feldman. Contributions to the "two-armed bandit". *The Annals of Mathematical Statistics*, 33(3) :947–956, 1962.

[9] J. Gittins, K. Glazebrook, and R. Weber. *Multi-armed bandit allocation indices (2nd Edition)*. Wiley, 2011.

[10] J.C. Gittins. Bandit processes and dynamic allocation indices. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 41(2) :148–177, 1979.

[11] O.C. Granmo. Solving two-armed Bernoulli Bandit Problems using a Bayesian Learning Automaton. *International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics*, 3(2) :207–234, 2010.

[12] W. Jouini, D. Ernst, C. Moy, and J. Palicot. Multi-armed bandit based policies for cognitive radio's decision making issues. In *ICC*, 2010.

[13] E. Kaufmann. *Analyse de stratégies bayésiennes et fréquentistes pour l'allocation séquentielle de ressources*. PhD thesis, 2014.

[14] E. Kaufmann. On bayesian index policies for sequential resource allocation. *Preprint arXiv :1601.01190*, 2016.

[15] E. Kaufmann, O. Cappé, and A. Garivier. On Bayesian Upper-Confidence Bounds for Bandit Problems. In *Proceedings of the 15th conference on Artificial Intelligence and Statistics*, 2012.

[16] E. Kaufmann, N. Korda, and R. Munos. Thompson Sampling : an Asymptotically Optimal Finite-Time Analysis. In *Proceedings of the 23rd conference on Algorithmic Learning Theory*, 2012.

[17] Levente Kocsis and Csaba Szepesvári. Bandit based monte-carlo planning. In *Proceedings of the 17th European Conference on Machine Learning*, 2006.

[18] T.L. Lai and H. Robbins. Asymptotically efficient adaptive allocation rules. *Advances in Applied Mathematics*, 6(1) :4–22, 1985.

[19] L. Li, W. Chu, J. Langford, and R. Schapire. A contextual-bandit approach to personalized news article recommendation. In *WWW*, 2010.

[20] J. Nino-Mora. Computing a Classic Index for Finite-Horizon Bandits. *INFORMS Journal of Computing*, 23(2) :254–267, 2011.

[21] H. Robbins. Some aspects of the sequential design of experiments. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 58(5) :527–535, 1952.

[22] S.L. Scott. A modern Bayesian look at the multi-armed bandit. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 26 :639–658, 2010.

[23] W.R. Thompson. On the likelihood that one unknown probability exceeds another in view of the evidence of two samples. *Biometrika*, 25 :285–294, 1933.

Résumés de thèses

par Cécile LOUCHET

Il est rappelé aux personnes qui souhaitent faire apparaître un résumé de leur thèse ou de leur HDR que celui-ci ne doit pas dépasser une trentaine de lignes. Le non-respect de cette contrainte conduira à une réduction du résumé (pas forcément pertinente) par le rédacteur en chef, voire à un refus de publication.

HABILITATIONS À DIRIGER DES RECHERCHES

Marianne CLAUSEL

Quelques contributions à l'étude de la modélisation de l'anisotropie et à l'estimation des propriétés de mémoire d'une série temporelle

Soutenue le 24 novembre 2015
Laboratoire Jean Kuntzmann et Université de Grenoble

Dans la première partie de ce mémoire, je m'intéresse à la modélisation de l'anisotropie dans les textures et plus précisément au cas où l'on doit tenir compte simultanément de l'anisotropie et de l'invariance d'échelle. Je m'intéresse tout d'abord à un modèle de champ aléatoire gaussien tout à la fois autosimilaire et anisotrope dont j'étudie les propriétés de régularités. Ceci permet d'introduire une procédure d'estimation de l'anisotropie et de l'indice d'autosimilarité. Je regarde ensuite deux extensions de la notion d'autosimilarité dans le contexte anisotrope : l'autosimilarité par rapport à un groupe qui permet de définir des champs aléatoires anisotropes vérifiant simultanément plusieurs relations d'autosimilarité et l'analyse multifractale anisotrope, qui permet de définir des notions plus large d'invariance d'échelle.
Une seconde partie est dédiée à l'estimation du paramètre de mémoire via les ondelettes dans le cas de séries temporelles non linéaires, fonctions non linéaires d'une série temporelle gaussienne stationnaire. Je mets d'abord en évidence la diversité des comportements asymptotiques possibles de cet estimateur, montrant notamment qu'on peut avoir des non-théorèmes central limites et ainsi des limites non gaussiennes. Je donne ensuite des conditions suffisantes, pour pouvoir appliquer le reduction principle, c'est à dire pour pouvoir considérer que le comportement asymptotique de l'estimateur est le même que celui dans le cas où la série temporelle non linéaire étudiée serait remplacée par son premier terme dans son développement en chaos de Wiener. J'ai appliqué ces résultats pour tester la valeur du paramètre de mémoire.

Les deux dernières parties présentent deux autres travaux. Un portant sur la définition d'un synchrosqueezing bidimensionnel, permettant de retrouver les composantes d'images superposition de textures orientés. Un autre portant sur la définition d'un estimateur superefficace de l'intensité d'un processus ponctuel qui est construit via la méthode de Stein.

Mots-Clés : ondelettes, anisotropie, séries temporelles, paramètre de mémoire.

Laurent DEBREU

Modélisation numérique de l'océan

Soutenue le 17 décembre 2015
Laboratoire Jean Kuntzmann et Université de Grenoble

Le sujet des travaux de recherche présenté est la modélisation de l'océan. Je commencerai par décrire les spécificités de cette thématique applicative et leurs implications sur la dérivation de modèles numériques. Je détaillerai ensuite certaines de mes contributions en méthodes numériques (raffinement de maillage, diffusion numérique) et en optimisation multigrille pour le contrôle optimal. Finalement je donnerai quelques éléments d'un projet de recherche centré sur les mécanismes physiques et numériques de dissipation.

Mots-Clés : méthodes numériques, optimisation multigrille, océanographie.

Youcef MAMMERI

Équations dispersives et dissipatives et quelques applications en écologie

Soutenue le 25 novembre 2015
LAMFA, Université de Picardie Jules Verne

Ce mémoire d'habilitation présente mes principaux résultats en trois chapitres distincts.
Le premier concerne les équations aux dérivées partielles non-linéaires dispersives de la forme

$$u_t + f(u)_x - (-\partial_x^2)^{\alpha/2} u = 0.$$

Le problème de Cauchy y est étudié à travers une méthode de forme normale et des inégalités de dispersion. Deux propriétés de prolongement unique sont quant à elles établies via une inégalité de Carleman et une estimée de Bourgain.
La prise en compte de la viscosité et de la visco-élasticité fait l'objet du second chapitre. Décrite mathématiquement par un opérateur $\mathcal{A}$ tel que $\langle \mathcal{A}u, u\rangle > 0$, on y démontre la dissipation ainsi que la stabilité de l'énergie. La convergence vers la solution entropique de la loi de conversion hyperbolique

$$u_t + f(u)_x = 0,$$

est également prouvée.
Dans le troisième chapitre, complétement indépendant des deux premiers, on se focalise sur la modélisation des plantes et de leur environnement. Du phloème jusqu'au paysage, les interactions entre les plantes, les pathogènes et les ravageurs y sont dressées.

Nicolas PAPADAKIS

Transport optimal pour le traitement d'images

Soutenue le 17 décembre 2015
Université de Bordeaux

Le Transport Optimal est une théorie mathématique très développée permettant de définir des métriques robustes entre distributions de probabilité. Le calcul du déplacement optimal entre densités par le plan de transport associé rend cette théorie attractive du point de vue applicatif. En traitement d'images, le plan de transport peut par exemple être utilisé pour calculer des géodésiques entre images ou encore transférer des caractéristiques d'une image vers une autre. Dans ce contexte, il est important de préserver le nature des objets observés afin de synthétiser des images physiquement et visuellement plausibles. Dans ce document, des distances de Transport Optimal généralisées sont considérées pour améliorer la modélisation de problèmes de traitement d'images.De nouveaux modèles et algorithmes sont présentés pour les formulations continues et discrètes du Transport Optimal. Dans le cas continu, l'intégration de régularisation physique du plan de transport permet alors d'interpoler des images d'océan contenant des structures complexes. Dans la formulation discrète, la régularisation du plan de transport est considérée pour le transfert de couleurs entre images. Des modèles convexes et non-convexes sont proposés pour définir des méthodes automatiques adaptant la proportion de couleur nécéssaire pour un transfert visuellement plausible. Ces méthodes sont également étendues aux barycentres afin d'aborder le problème de normalisation de couleurs entre plus de deux images. La régularisation entropique du Transport Optimal discret est finalement utilisée pour la segmentation d'image. Un modèle convexe et rapide est proposé pour segmenter des images tout en respectant des contraintes globales sur les distributions de couleurs.

Antoine ROUSSEAU

Modélisation mathématique et numérique de quelques problèmes issus des sciences de l'environnement

Soutenue le 3 décembre 2015
Université de Montpellier

Ce manuscrit présente une synthèse de mes travaux de recherche en modélisation pour l'environnement, effectués depuis 2005 et la soutenance de ma thèse à l'université Paris Sud (Orsay).
Le document est organisé en cinq parties largement indépendantes qui correspondent aux différents sujets que j'ai pu traiter sur cette période de 10 ans, avec des collaborateurs variés. Dans chacune de ces parties, je présente une courte synthèse de mes travaux avant d'en effectuer une présentation plus détaillée, m'appuyant à la fois sur mes propres travaux et sur ceux d'autres auteurs.
Je termine chacune de ces parties par une mise en perspective issue de mon expérience personnelle, en tâchant de présenter à la fois les aspects méthodologiques et les applications industrielles potentielles.

La liste des cinq parties a été constituée en respectant l'ordre chronologique de la première publication se rapportant au sujet :

1. autour des équations primitives de l'océan [2002-2008]
2. modélisation hybride pour le calcul du vent à fine échelle [2006-2015]
3. modélisation quasi-hydrostatique en océanographie [2008-2015]
4. couplage de modèles en hydrodynamique [2008-2015]
5. vers la modélisation fluide-vivant pour l'environnement côtier [2012-2015]

Cette synthèse de 50 pages effectue des renvois à mes publications, qui sont toutes librement accessibles sur HAL (liens fournis).

Faouzi TRIKI

Nano-optics modeling and inverse problems

Soutenue le 14 décembre 2015
Laboratoire Jean Kuntzmann et Université de Grenoble

My research works can be resumed into two main topics : the first is modelling and asymptotic analysis in nano-optics which is a continuation of my PhD thesis at École Polytechnique ; the second is inverse problems that has been initiated during my post-doctoral position at Michigan State University. In the presentation I will focus on few recent results concerning the spectrum of the Neumann-Poincaré operator and its applications in plasmonic, multifrequency inverse scattering problems, and multiwave inverse problems.

THÈSES DE DOCTORAT D'UNIVERSITÉ

Amel ABUDAWIA
Directrice de thèse : Carole Rosier (Université du Littoral Côte d'Opale).

Analyse numérique d'une approximation élément fini pour un modèle d'intrusion saline dans les aquifères côtiers

Soutenue le 15 décembre 2015
Université du Littoral Côte d'Opale

Dans ce travail, nous étudions un schéma élément fini que nous appliquons à un modèle décrivant l'intrusion saline dans les aquifères côtiers confinés et libres. Le modèle est basé sur l'approche hydraulique qui consiste à moyenner verticalement le problème initial $3D$, cette approximation repose sur une hyphothèse d'écoulement quasi-hydrostatique qui, loin des épontes et des sources, est vérifiée. Pour modéliser les interfaces entre l'eau douce et l'eau salée (respectivement entre la zone saturée et la zone sèche), nous combinons l'approche "interface nette" à l'approche avec "interface diffuse" ; cette approche utilise une fonction de phase décrivant l'interface et vérifiant une équation de type Allen-Cahn. Compte tenu de ces approximations, le problème consiste en un système fortement couplé d'edps quasi-linéaires de type parabolique dans le cas des aquifères libres décrivant l'évolution des profondeurs des 2 surfaces libres et de type elliptique-parabolique dans le cas des aquifères confinés, les inconnues étant alors la profondeur de l'interface eau salée/eau douce et la charge hydraulique de l'eau douce.
Dans un premier temps, nous donnons, dans les cas d'un aquifère confiné et d'un aquifère libre, des résultats d'estimation d'erreur pour des schémas semi-implicites en temps combinés à une discrétisation en espace de type élément fini P_k Lagrange. Ces résultat utilisent, entre autre, un résultat de régularité du gradient de la solution exacte dans l'espace $L^r((0,T)\times\Omega)$, $r > 2$, Ω étant le domaine d'étude $2D$. Ce résultat permet de traiter la non-linéarité et de montrer que les schémas sont d'ordre 1 en temps et k en espace.
Puis nous présentons des simulations numériques dans différents contextes (impact de la porosité et de la conductivité hydraulique sur l'évolution des interfaces, pompage et injection d'eau douce, effet des marées) validant ainsi le modèle et le schéma. Enfin nous comparons les résultats à ceux obtenus avec un schéma volume fini construit à partir d'un maillage structuré.

Yalçin AKTAR
Directeurs de thèse : Erik Taflin (EISTI, Cergy) et Nizar Touzi (École Polytechnique, CMAP).

Duplication et optimisation de portefeuille dans des modèles de dimension infinie de volatilité stochastique

Soutenue le 15 décembre 2015
CMAP, École Polytechnique

L'objectif de cette thèse a été l'étude et la résolution de la duplication et l'optimisation de portefeuille dans les modèles de dimension infinie de volatilité stochastique, de type "variance forward instantanée" (à la Bergomi).
Premièrement on s'intéresse (Aktar-Taflin, 2014), en dimension finie, aux marchés financiers incomplets, définis par un processus de diffusion multidimensionnel non-homogène $Z = (X, Y)$ où X est un processus d'Itô (le processus prix) et Y un processus de diffusion non-homogène. La dérive et la matrice de la volatilité du processus de prix X sont locaux en (t, Z_t).
Dans le contexte de tels marchés, qui généralisent ceux considérés dans (Pham, 2002), nous prouvons, en considérant un ensemble de fonctions d'utilité puissance, que le problème de contrôle stochastique a une solution classique $C^{1,2}$.
Par la suite, on a pris cette méthode, en considérant un modèle de marché incomplet à volatilité stochastique, constitué d'une action et d'une variance forward. Ce modèle est défini par une EDPS qui est similaire à l'EDPS obtenue dans la représentation de Musiela de modèle de marché d'obligation de type HJM.
Grâce à une transformation que nous appellons "transformation de roll-over", l'étude de l'EDPS se réduit à une étude d'une EDS. Ensuite dans cette représentation, le problème d'optimisation de départ en dimension infinie est réduit, sous certaines conditions, à un problème d'optimisation dans un marché de dimension finie. Dans le cas de fonctions d'utilité puissance, ce nouveau problème d'optimisation dans un marché de dimension finie est résolu par les travaux faites sur les solutions régulières de certaines EDPS semi-linéaires paraboliques (Aktar-Taflin, 2014 et Pham, 2002).
Enfin nous considérons le cas particulier des modèles de variance forward avec volatilité locale, en essayant de résoudre explicitement le problème dual du minimisateur et ensuite de résoudre le problème de couverture avec le calcul de Malliavin en s'inspirant de (Ringer-Tehranchi, 2006).

Adela BARBULESCU
Directeurs de thèse : Rémi Ronfard (INRIA) et Gérard Bailly (CNRS).

Génération de la prosodie audio-visuelle pour les acteurs virtuels expressifs

Soutenue le 23 novembre 2015
Laboratoire Jean Kuntzmann, Gipsa-Lab et Université de Grenoble

Le travail présenté dans cette thèse adresse le problème de génération des performances expressives audio-visuelles pour les acteurs virtuels. Un acteur virtuel est réprésenté par une tête parlante en 3D et une performance audio-visuelle contient les expressions faciales, les mouvements de la tête, la direction du regard et le signal de parole. Si une importante partie de la littérature a été dédiée aux émotions, nous explorons ici les comportements expressifs verbaux qui signalent les états mentaux, c'est-à-dire "ce que le locuteur sent par rapport à ce qu'il dit". Nous explorons les caractéristiques de ces attitudes dites dramatiques et la manière dont elles sont encodées par des signatures prosodiques spécifiques pour une personne, c'est-à-dire des motifs spécifiques à l'état mental de trajectoires de paramètres prosodiques audio-visuels.

Mots-Clés : attitudes, acteurs virtuels, prosodie audio-visuelle.

Mohamed Amine BEY
Directeur de thèse : Olivier Lafitte (Université Paris 13).

Modélisation mathématique et simulations numériques des écoulements sanguins dans des artères avec ou sans stents

Soutenue le 8 octobre 2015
Université Paris 13 - Sorbonne Paris Cité

Cette thèse est consacrée à la modélisation mathématique et simulations numériques des écoulements sanguins dans des artères en présence d'une endoprothèse vasculaire de type stent. La présence de stent peut être considérée comme une perturbation locale d'un bord lisse d'écoulement, plus précisément les parois de l'artère sont assimilées à une surface fortement rugueuse. Nous nous sommes principalement intéressés au contrôle de la régularité H^2 sur un modèle simplifié permettant de prendre en compte l'effet de ces stents lorsque le flux sanguin est gouverné par une équation de Laplace (en lien avec la composante axiale de la vitesse d'écoulement) avec une condition aux limites de type Dirichlet, dans un domaine à bord rugueux (en fonction d'un petit paramètre ε). Dans une première partie, nous soulevons la question d'existence et d'unicité de la solution de ce modèle d'écoulement sanguin et nous traitons la régularité H^2 par des techniques d'analyse variationnelle. Une étude minutieuse permet de contrôler la régularité H^2 en $\mathcal{O}(\varepsilon^{-1})$. Le deuxième axe est dédié à l'étude de la régularité H^2 par des analyses asymptotiques multiéchelles. Nous montrons que la norme H^2 de la solution de ce modèle d'écoulement sanguin est singulière en $\mathcal{O}(\varepsilon^{-\frac{1}{2}})$. D'autre part, nous améliorons les ordres de convergence des résultats existants concernant la construction des approximations multiéchelles. Dans un troisième temps, nous présentons des estimations d'erreur et des résultats numériques. Ces résultats illustrent le bien fondé des estimations d'erreur sur le plan pratique. Nous montrons bien l'importance des méthodes asymptotiques qui se révèlent plus efficaces qu'un calcul direct.

Mots-clés : Domaine rugueux, régularité H^2, écoulement sanguin, tuteur vasculaire, artère, anévrisme, lois de paroi, opérateur de Laplace, analyse asymptotique, approximation couche limite, méthodes d'éléments finis.

François CORNÉLIS
Directeurs de thèse : Thierry Colin et de Olivier Saut (Université de Bordeaux).

Imagerie oncologique et modélisation mathématique : développement, optimisation et perspectives

Soutenue le 1er octobre 2015
IMB, Université de Bordeaux

Ce travail de thèse, réalisé à l'Institut Mathématiques de Bordeaux (IMB) de 2010 à 2015 sous la direction de Thierry Colin et Olivier Saut, décrit la création et le développement progressif d'un ensemble de théories, de techniques et d'outils liant l'imagerie médicale aux mathématiques appliquées dans le but d'envisager leur application clinique à courte échéance en oncologie. Cette thèse a tout d'abord consisté à optimiser les modèles spatiaux de croissance tumorale développés à l'IMB incluant des éléments microscopiques et macroscopiques obtenus par analyse des informations disponibles des examens d'imagerie. Plusieurs étapes ont été réalisées permettant de mieux appréhender la modélisation in vivo. Différents organes et types tumoraux ont été explorés, en particulier au niveau du poumon, du foie, et du rein. Ces localisations ont été successivement étudiées afin d'enrichir progressivement les modèles par les réponses qu'elles apportaient et répondre ainsi à la réalité clinique. De façon concomitante, des outils ont été intégrés au fur et à mesure afin de standardiser la démarche de recueil de données et permettre d'affiner l'évaluation thérapeutique par l'imagerie à l'aide de marqueurs numériques. L'implémentation de l'imagerie fonctionnelle dans une pratique clinique est ainsi devenue une réalité. Le but est à terme d'appliquer de façon prospective ces outils d'assistance en pratique quotidienne. La modélisation a été aussi appliquée en oncologie interventionnelle par l'étude de la distribution du champ électrique lors des électroporations de prostate et bientôt du foie. Ceci permettra de mieux contrôler les zones d'ablation et ainsi améliorer la sécurité et l'efficacité de ces traitements. Tout cela a permis d'envisager des projets cliniques combinant une part exploratoire impliquant la modélisation. Ces développements et leurs perspectives sont rapportés successivement dans ce manuscrit.

Alexia DE BRAUER
Directeurs de thèse : Angelo Iollo et Thomas Milcent (Université de Bordeaux).

Simulation de modèles multi-matériaux sur maillage cartésien

Soutenue le 8 octobre 2015
IMB, Université de Bordeaux

On s'intéresse à la simulation d'écoulements compressibles multi-matériaux et, notamment, aux interactions fluide/structure dans les régimes transitoires et en dynamique rapide. Le but est de pouvoir décrire l'évolution de matériaux de lois

de comportement très différentes à l'aide d'un modèle unique. Les milieux sont seulement différenciés par leurs équations d'état et sont séparés par une interface dite sharp. Les matériaux peuvent être des fluides ou des solides élastiques et sont soumis à de grandes déformations. Le modèle est écrit dans le formalisme eulérien. Le schéma numérique est résolu sur des grilles cartésiennes pour des simulations en trois dimensions. Une extension du modèle permet de décrire les déformations plastiques des solides.

Jeanne DEMGNE
Directrice de thèse : Sophie Mercier (Université de Pau et des Pays de l'Adour).

Modélisation d'actifs industriels pour l'optimisation robuste des stratégies de maintenance

Soutenue le 16 octobre 2015
Université de Pau et des Pays de l'Adour

Ce travail propose de nouvelles méthodes d'évaluation d'indicateurs de risque associés à une stratégie d'investissements, en vue d'une optimisation robuste de la maintenance d'un parc de composants. La quantification de ces indicateurs nécessite une modélisation rigoureuse de l'évolution stochastique des durées de vie des composants soumis à maintenance. Pour ce faire, nous proposons d'utiliser des processus markoviens déterministes par morceaux, qui sont généralement utilisés en Fiabilité Dynamique pour modéliser des composants en interaction avec leur environnement. Les indicateurs de comparaison des stratégies de maintenance candidates sont issus de la Valeur Actuelle Nette (VAN). La VAN représente la différence entre les flux financiers associés à une stratégie de référence et ceux associés à une stratégie de maintenance candidate. D'un point de vue probabiliste, la VAN est la différence de deux variables aléatoires dépendantes, ce qui en complique notablement l'étude. Dans cette thèse, les méthodes de Quasi Monte Carlo sont utilisées comme alternatives à la méthode de Monte Carlo pour la quantification de la loi de la VAN. Ces méthodes sont dans un premier temps appliquées sur des exemples illustratifs. Ensuite, elles ont été adaptées pour l'évaluation de stratégie de maintenance de deux systèmes de composants d'une centrale de production d'électricité. Le couplage de ces méthodes à un algorithme génétique a permis d'optimiser une stratégie d'investissements.

Mots clés : fiabilité, stratégie de maintenance, valeur actuelle nette, méthodes de quasi Monte Carlo, processus markoviens déterministes par morceaux.

Burak EKICI
Directeurs de thèse : Jean-Guillaume Dumas et Dominique Duval (Université Joseph Fourier).

Certification de programmes avec des effets calculatoires

Soutenue le 9 décembre 2015
Laboratoire Jean Kuntzmann et Université de Grenoble

Dans cette thèse, nous visons à formaliser les effets calculatoires. En effet, les langages de programmation les plus utilisés impliquent différentes sortes d'effets de bord : changement d'état, exceptions, entrées/sorties, non-déterminisme, etc. Ils peuvent apporter facilité et flexibilité dans le processus de codage. Cependant, le problème est de prendre en compte les effets lorsque l'on veut prouver des propriétés de programmes. La principale difficulté dans ce genre de preuve de programmes est le décalage entre la syntaxe des opérations avec effets de bord et leur interprétation. Typiquement, un fragment de programme avec des arguments de type X qui retourne une valeur de type Y n'est pas interprété comme une fonction de X vers Y, à cause des effets. L'approche algébrique la plus connue pour ce problème permet une interprétation des programmes, y compris ceux comportant des effets, en utilisant des monades : l'interprétation est une fonction de X vers $T(Y)$ où T est une monade. Cette approche a été étendue aux théories de Lawvere et aux "gestionnaires algébriques" (algebraic handlers). Une autre approche, appelée logique décorée, fournit une sémantique équationnelle pour ces programmes. Nous spécialisons l'approche de la logique décorée pour les effets liés à l'état de la mémoire et à la gestion des exceptions en définissant la logique décorée pour les états (L_{st}) et la logique décorée pour les exceptions (L_{exc}), respectivement. Elles nous permettent de prouver des propriétés de programmes impliquant de tels effets. Ensuite, nous formalisons ces logiques en Coq et certifions les preuves associées. Ces logiques sont construites de manière à être correctes. En outre, nous introduisons une notion de complétude syntaxique relative d'une théorie dans une logique donnée par rapport à une sous-logique. Nous montrons que la théorie décorée pour les états globaux ainsi que deux théories décorées pour les exceptions sont relativement complets relativement à leur sous-logique pure. Non seulement nous pouvons utiliser le système développé pour prouver des programmes comportant des effets, mais également nous utilisons cette formalisation pour certifier les résultats de complétude obtenus.

Mots-Clés : effets calculatoires, état, exceptions, preuves de programmes, sémantique équationnelle, logique décorée, certification de programmes, Coq.

Hammou El-OTMANY
Directeurs de thèse : Daniela Capatina et Didier Graebling (Université de Pau et des Pays de l'Adour).

Approximation par la méthode NXFEM des problèmes d'interface et d'interphase dans la mécanique des fluides

Soutenue le 9 décembre 2015
Université de Pau et des Pays de l'Adour

Cette thèse porte sur l'approximation des problèmes d'interface et d'interphase dans la mécanique des fluides. Pour cela, nous avons choisi la méthode NXFEM (Nitsche's eXtended Finite Element Method) qui permet de prendre en compte de façon précise une discontinuité non alignée avec le maillage. Cette méthode utilise des espaces d'éléments finis standard, enrichis sur les cellules coupées ; les conditions d'interface sont traitées de manière faible via la méthode de Nitsche. Le mémoire de thèse se divise en trois parties.
La première partie porte sur le développement de la méthode NXFEM pour des éléments finis non-conformes pour prendre en compte l'interface séparant deux milieux. Nous considérons les équations de Darcy, puis celles de Stokes et dans les deux cas, nous proposons deux approches. La première consiste à modifier les fonctions de base de Crouzeix-Raviart sur les cellules coupées, afin d'obtenir un opérateur d'interpolation qui permet de majorer l'erreur de consistance sur les arêtes coupées. La deuxième consiste à rajouter des termes de stabilisation sur les arêtes coupées afin de compenser l'erreur de consistance due à l'utilisation des éléments finis non-conformes. Ces deux méthodes ont été étudiées d'un point de vue théorique et validées numériquement pour les deux problèmes modèle traités.
La deuxième partie est dédiée à la modélisation asymptotique et à l'approximation numérique des problèmes d'interphase, faisant apparaître une couche mince comprise entre deux milieux. Nous considérons d'abord les équations de Darcy en présence d'une faille (i.e. d'une couche mince fortement perméable) et, en passant à la limite dans la formulation faible, nous obtenons un modèle asymptotique où la faille est décrite par une interface, avec des conditions de transmission non-standard. Pour ce problème limite, nous développons ensuite une méthode numérique basée sur NXFEM avec éléments finis conformes. On montre sa consistance et stabilité uniforme et on vérifie numériquement l'ordre optimal de convergence. Des tests numériques, incluant une comparaison avec la littérature, sont présentés. La modélisation asymptotique est enfin étendue aux équations de Stokes, pour lesquelles nous justifions le modèle limite obtenu.
La dernière partie est consacrée à la modélisation de la membrane d'un globule rouge par un fluide non-newtonien viscoélastique de Giesekus. Nous nous intéressons au comportement mécanique des globules rouges dans le but de mieux appréhender la rhéologie du sang. Pour un problème d'inter-phase composé de deux fluides newtoniens (l'extérieur et l'intérieur du globule) et d'un liquide de Giesekus (la membrane du globule), nous dérivons formellement le problème limite, dans lequel les équations dans la membrane sont remplacées par des conditions de transmission sur une interface.

Mots clés : interface, NXFEM, équations de Darcy/Stokes, éléments finis non-conformes, analyse d'erreur a priori, modélisation de couche mince, conditions de transmission non-standard, modèle de Giesekus, globule rouge.

Fajwel FOGEL
Directeurs de thèse : Alexandre d'Aspremont (CNRS/ENS), Francis Bach (Inria/ENS).

Convex and spectral relaxations for phase retrieval, seriation and ranking

Soutenue le 18 novembre 2015
CMAP/Ecole Polytechnique

L'optimisation s'avère souvent essentielle dans de nombreuses disciplines : statistiques, biologie, physique, finance ou encore économie. De nombreux problèmes d'optimisation peuvent être directement formulés dans le cadre de l'optimisation convexe, un domaine très bien étudié. Pour les problèmes non convexes, il est souvent possible d'écrire des relaxations convexes ou spectrales, i.e., d'établir des schémas d'approximations utilisant des techniques convexes ou spectrales. Les relaxations convexes et spectrales fournissent en général des garanties sur la qualité des solutions associées. Cela se traduit souvent par de meilleures performances et une plus grande robustesse dans les applications, par rapport à des méthodes gloutonnes naïves. Dans ce manuscrit de thèse, nous nous intéressons aux problèmes de reconstruction de phase, de sériation, et de classement à partir de comparaisons par paires. Nous formulons pour chacun de ces problèmes des relaxations convexes ou spectrales à la fois robustes, flexibles, et adaptées à de grands jeux de données.

Anthony GRISEY
Directrice de thèse : Pauline Lafitte (MICS, CentraleSupélec). Co-encadrement : Sylvain Yon et Véronique Letort.

Modélisation et optimisation de la déposition de chaleur pour les ablations thermiques par ultrasons focalisés

Soutenue le 7 décembre 2015
CentraleSupélec, campus de Châtenay

L'objectif de ce manuscrit est de présenter mes travaux concernant la modélisation des ablations thermiques par ultrasons focalisés. La méthode de simulation du faisceau acoustique, fondée sur l'utilisation de la bibliothèque k-Wave, est appliquée à un cas concret de propagation des ultrasons à travers une couche de tissu superficiel. Des mesures à l'hydrophone réalisées dans différentes configurations sur des échantillons biologiques fournissent une validation en régime linéaire. À partir de ces résultats, l'influence des tissus superficiels sur la focalisa-

tion est évaluée en fonction de la géométrie du problème grâce à des simulations non linéaires.
La modélisation thermique des traitements est ensuite discutée avec la volonté de réaliser des simulations thermiques réellement quantitatives. En particulier, un modèle équivalent de la déposition de chaleur en présence d'ébullition est proposé et validé grâce à l'utilisation de données expérimentales originales, diversifiées et peu coûteuses à acquérir.
Finalement, un algorithme d'optimisation fondé sur le principe du maximum de Pontryagin est proposé afin d'optimiser la durée des traitements. L'approche étudiée consiste à optimiser la trajectoire du point focal pour maximiser l'efficacité de la déposition de chaleur. À travers une série d'exemples, les avantages et les limites de l'algorithme proposé sont discutés.

Antoine HOCQUET
Directeurs de thèse : Anne de Bouard (CNRS - École Polytechnique) et Francois Alouges (École Polytechnique).

L'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert stochastique avec bruit gaussien

Soutenue le 7 décembre 2015
CMAP, École Polytechnique

Nous étudions l'influence d'un bruit gaussien dans l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert Stochastique. Il s'agit d'une EDP stochastique d'inconnue $u = u(t,x)$, vérifiant une contrainte non convexe sur le module des solutions, et s'écrivant comme l'équation d'évolution dans l'espace $\mathbf{L}^2 \equiv L^2(\mathbb{T}^d;\mathbb{R}^3)$, $d = 2, 3$:

$$\begin{cases} \mathrm{d}u = \alpha\left(\Delta u + u|\nabla u|^2\right)\mathrm{d}t + \beta u \times \Delta u \mathrm{d}t + u \times \circ \mathrm{d}W \ , t > 0\,,\ x \in \mathbb{T}^d\,, \\ u|_{t=0} = u_0 \ \text{ dans l'espace d'énergie } \ \mathbf{H^1} \equiv H^1(\mathbb{T}^d;\mathbb{R}^3), \\ |u(t,x)| = 1 \ \text{ pour presque tous } \ t\,,\ x\,, \end{cases} \tag{SLLG}$$

(sens Stratonovitch), où W est un processus de Wiener sur $\mathbf{L}^2$, dont la covariance est à trace dans $\mathbf{H}^1$, et $\alpha > 0$ est la constante d'amortissement, tandis que $\beta \in \mathbb{R}$ est le ratio gyromagnétique. La notation "$\times$" désigne ici le produit vectoriel.
Le chapitre 1 est consacré à la solvabilité locale. Nous proposons une formulation *mild* et prouvons l'existence et l'unicité lorsque $\beta = 0$.
Une étude spécifique de la 2D est faite dans les trois chapitres suivants. Une solution forte (sens probabiliste), globale, est obtenue au chapitre 2, via une méthode de compacité. Le chapitre 3 s'intéresse à l'unicité : un résultat déterministe donnait l'unicité en supposant l'énergie décroissante au cours du temps, hypothèse impossible dans le cas bruité. Nous montrons l'unicité des solutions dont l'énergie vérifie une propriété de *sur-martingale*. Le chapitre 4 donne l'existence de solutions explosives en temps fini quand $\beta = 0$: une singularité apparaît avec probabilité positive, *quelle que soit la donnée initiale choisie*.
Revenant ensuite au cas d'une dimension quelconque, nous proposons au chapitre 5 un nouveau schéma numérique semi-discrétisé en temps, préservant de

manière *exacte* le module des solutions, et nous montrons sa convergence en loi. Ce travail a fait l'objet d'un article, écrit en collaboration avec F. Alouges et A. De Bouard. Ce schéma est ensuite implémenté dans le chapitre 6 à l'aide d'éléments finis. Nous donnons une méthode pratique pour approcher un bruit régulier en espace, et nous testons numériquement la stabilité du phénomène de blow-up.

Julien JOUGANOUS
Directeur de thèse : Olivier Saut (Université de Bordeaux).

Modélisation et simulation de la croissance de métastases pulmonaires

Soutenue le 23 septembre 2015
IMB, Université de Bordeaux

Cette thèse présente des travaux de modélisation mathématique de la croissance tumorale appliqués aux cas de métastases pulmonaires. La première partie de cette thèse décrit un premier modèle d'équations aux dérivées partielles permettant de simuler la croissance métastatique mais aussi la réponse de la tumeur à certains types de traitements. Une méthode de calibration du modèle à partir de données cliniques issues de l'imagerie médicale est développée et testée sur plusieurs cas cliniques. La deuxième partie de ces travaux introduit une simplification du modèle et de l'algorithme de calibration. Cette méthode, plus robuste, est testée sur un panel de 36 cas test et les résultats sont présentés dans le troisième chapitre. La quatrième et dernière partie développe un algorithme d'apprentissage automatisé permettant de tenir compte de données supplémentaires à celles utilisées par le modèle afin d'affiner l'étape de calibration.

Amaury LABENNE
Directeurs de thèse : Marie Chavent et Jérôme Saracco (Université de Bordeaux).

Méthodes de réduction de dimension
pour la construction d'indicateurs de qualité de vie

Soutenue le 20 novembre 2015
IMB, Université de Bordeaux

L'objectif de cette thèse est de développer et de proposer de nouvelles méthodes de réduction de dimension pour la construction d'indicateurs composites de qualité de vie à l'échelle communale. La méthodologie statistique développée met l'accent sur la prise en compte de la multidimensionnalité du concept de qualité de vie, avec une attention particulière sur le traitement de la mixité des données (variables quantitatives et qualitatives) et l'introduction des conditions environnementales. Nous optons pour une approche par classification de variables et pour une méthode multi-tableaux (analyse factorielle multiple pour données mixtes). Ces deux méthodes permettent de construire des indicateurs composites que nous proposons comme mesure des conditions de vie à l'échelle communale. Afin de faciliter l'interprétation des indicateurs composites construits, une mé-

thode de sélection de variables de type bootstrap est introduite en analyse factorielle multiple. Enfin nous proposons la méthode hclustgeode classification d'observations qui intègre des contraintes de proximité géographique afin de mieux appréhender la spatialité des phénomènes mis en jeu.

Guillaume LEFEBVRE
Directeur de thèse : Thierry Colin (Université de Bordeaux, INRIA).

Résistance aux traitements : modélisation et analyse de l'hétérogénéité tumorale dans le cas de métastases hépatiques de GIST

Soutenue le 3 décembre 2015
IMB, Université de Bordeaux

Cette thèse présente les travaux menés sur l'analyse et la modélisation de l'hétérogénéité tumorale lors de résistance aux traitements. Nous présentons ici un modèle EDP, dépendant de chaque patient, et prenant en compte deux types de traitements différents. Il reproduit qualitativement et quantitativement les différentes étapes de la croissance d'une tumeur soumise à ces traitements. Afin de pallier une instabilité numérique liée à ce type de modélisation, un nouveau schéma numérique est construit : le twin-WENO5. Nous développons ensuite une méthode de synthèse d'images scanners de sorte à rendre meilleure la comparaison entre les résultats numériques et les données cliniques. Enfin un critère robuste permettant de quantifier l'hétérogénéité à la fois des images cliniques et des images de synthèse, est construit.

Ji LI
Directrice de thèse : Carole Rosier (Université du Littoral Côte d'Opale) .

Analyse mathématique de modèles d'intrusion marine dans les aquifères côtiers

Soutenue le 20 octobre 2015
Université du Littoral Côte d'Opale

Le thème de cette thèse est l'analyse mathématique de modèles décrivant l'intrusion saline dans les aquifères côtiers. La modélisation repose sur une intégration verticale du problème initial $3D$, découlant de l'approche hydraulique. Pour modéliser les interfaces entre l'eau douce et l'eau salée (respectivement entre la zone saturée et la zone sèche), nous combinons l'approche "interface nette" à l'approche avec "interface diffuse" ; cette dernière approche résulte de la théorie de champ de phase, introduite par Allen-Cahn, pour décrire les phénomènes de transition de phase entre deux zones.
Le problème d'origine est alors réduit à un système fortement couplé d'edps de type parabolique dans le cas des aquifères libres décrivant l'évolution des profondeurs des 2 surfaces libres et de type elliptique-parabolique dans le cas des

aquifères confinés, les inconnues étant alors la profondeur de l'interface eau salée/eau douce et la charge hydraulique de l'eau douce.
Dans la première partie de la thèse, des résultats d'existence globale en temps sont démontrés montrant que l'approche couplée interface nette – interface diffuse est plus pertinente puisqu'elle permet d'établir un principe du maximum plus physique (plus précisèment une hiérarchie entre les 2 surfaces libres). En revanche, dans le cas de l'aquifère confiné, nous montrons que les deux approches conduisent à des résultats similaires.
Dans la seconde partie de la thèse, nous prouvons l'unicité de la solution dans le cas non dégénéré, la preuve reposant sur un résultat de régularité du gradient de la solution dans l'espace $L^r(\Omega_T)$, $r > 2$, Ω étant le domaine d'étude $2D$. Puis nous nous intéressons à un problème d'identification de la conductivité hydraulique dans le cas instationnaire. Ce problème est formulé par un problème d'optimisation dont la fonction coût mesure l'écart quadratique entre les charges hydrauliques expérimentales et celles données par le modèle.

Jordane MATHÉ
Directeurs de thèse : Laurent Chupin (Université de Clermont-Ferrand) et Karim Kelfoun (Université de Clermont-Ferrand).

Modélisation d'écoulements gravitaires fluidisés et application à la volcanologie

Soutenue le 11 décembre 2015
Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand

Ce mémoire présente des résultats dans le domaine de la modélisation d'écoulements granulaires denses fluidisés. Ils consistent à développer un nouveau modèle mathématique et son étude théorique et numérique. Sur la base d'observations faites lors d'expériences de laboratoire, nous proposons une façon de modéliser le changement comportemental d'un écoulement granulaire initialement fluidisé au travers de la définition de sa rhéologie viscoplastique à seuil variable. Du point de vue mathématique, une étude théorique du modèle a été menée. D'autre part, dans le but de reproduire numériquement des expériences de laboratoire de chute de colonne granulaire fluidisée, nous avons développé un code de simulation numérique incluant une nouvelle méthode de résolution des équations d'écoulement de fluides à seuil.

Matthias RABATEL
Directeurs de thèse : Stéphane Labbé (Université Joseph Fourier) et Jérôme Weiss (CNRS).

Modélisation dynamique d'un assemblage de floes rigides

Soutenue le 23 novembre 2015
Laboratoire Jean Kuntzmann, LEGI et Université de Grenoble

Dans cette thèse, nous présentons un modèle granulaire décrivant la dynamique d'un assemblage de floes rigides de tailles et de formes diverses, soumis aux forces de traînée dues aux courants atmosphérique et océanique. Ce modèle est basé sur les équations des moments linéaire et angulaire pour décrire la dynamique régulière des floes et sur la résolution de problèmes linéaires de complémentarité pour traiter les collisions entre les floes. Entre les collisions, le mouvement d'un floe isolé satisfait la conservation des équations des moments linéaire et angulaire écrites à partir des formulations classiques des traînées dues au vent et à l'océan. Nous décrivons les collisions entre les floes comme des événements instantanés et les traitons avant qu'elles n'entraînent une interpénétration. Cela implique la notion d'impulsion de contact et la mise sous la forme de problèmes linéaires de complémentarité basés sur la condition de Signorini pour la non interpénétration et la loi de Coulomb. La nature du contact est représentée à travers un coefficient de friction et un coefficient de restitution décrivant la perte d'énergie cinétique durant la collision. Dans cette présente version du modèle, le coefficient de restitution est fixé. Le modèle a été validé en utilisant des données obtenues du mouvement de disques de bois évoluant en bassin de test aussi bien qu'en comparant le comportement des floes simulés avec un comportement attendu dans des scénarios classiques de dérive de glace et de collisions entre des solides rigides. Les résultats de simulations comprenant différents assemblages contenant des floes de tailles et de formes variées, soumis à différents scénarios de forçage, sont aussi discutés. Ils montrent tout le potentiel de notre approche sans qu'une analyse détaillée et complète n'ait encore été proposée.

Mots-Clés : modélisation mécanique, contact inélastique avec friction, problèmes linéaires de complémentarité, forces de traînée.

Lalaina RAKOTONINDRAINY

Directeurs de thèse : Jean-Marc Bonnisseau (Université Paris 1 Panthéon–Sorbonne), Christiane Clemens (Universität Bielefeld).

Contributions aux modèles à générations imbriquées : rendements croissants, biens durables et optimalité

Soutenue le 22 octobre 2015

CES, Université Paris 1 Panthéon–Sorbonne

Cette thèse s'inscrit dans l'étude des modèles à générations imbriquées qui a aujourd'hui un rôle central pour étudier de nombreux sujets en économie, comme les systèmes de retraite, le rôle de la monnaie, la politique monétaire, les taux d'intérêts, la dette, les taux d'échange, la croissance. Une des limitations des nombreux travaux sur les modèles à générations provient de la modélisation du secteur productif, à savoir les hypothèses standards de convexité, les rendements d'échelle constants ou décroissants. Mais certaines productions sont concernées par des révolutions technologiques impliquant des économies d'échelle.
Notre première attention est alors de considérer un modèle à générations imbriquées avec production, mais au-delà de l'hypothèse classique de rendements constants. Les capacités de production sont modélisées par une suite de fonctions

multivoques de production, de plus, nous ne faisons aucune hypothèse sur les rendements d'échelles, ainsi les rendements croissants sont permis. Les comportements des producteurs sont plus généraux que les comportements compétitifs à prix donnés et sont décrits par des règles de tarification sans perte. Nous établissons l'existence d'équilibre sous des hypothèses aussi générales que celles des modèles d'échange pur. Ensuite, nous proposons d'étudier la possibilté et le mécanisme de transfert entre les générations. Pour cela, nous introduisons des biens durables qui peuvent être stockés entre deux périodes successives, grâce à une technologie linéaire. Nous démontrons l'existence d'équilibre via une économie équivalente sans bien durable, dans laquelle la période de vie de chaque consommateur est artificiellement étendue sur trois périodes. Un résultat additionnel concernant la relation entre les prix permet de faire le lien avec les conditions d'optimalité. En effet, dans les modèles à générations, les allocations d'équilibre ne sont pas nécessairement optimaux, et une caractérisation est alors requise. Nous reprenons alors les caractérisations vues dans Balasko et Shell (JET 1980), mais avec une approche ensembliste et géométrique. Chaque consommateur est caractérisé par son ensemble de consommation, son ensemble d'allocations préférées et le cône normal correspondant. Cette approche tient compte des préférences non-complètes et non-transitives et permet de donner une forme explicite d'un transfert améliorant en cas de non-optimalité.

Tobias RIENMUELLER
Directeurs de thèse : Houssem Haddar (INRIA, École Polytechnique), Armin Lechleiter (Universität Bremen).

Équations intégrales volumiques pour l'acoustique sous marine avec vitesse dépendant de la profondeur

Soutenue le 30 septembre 2015
CMAP, École Polytechnique

On s'intéresse à la propagation d'une onde acoustique en régime harmonique dans un milieu océanique où la vitesse du son dépend de la profondeur et qui peut être modélisée par l'équation de Helmholtz dans un milieu infini en dimensions transverses mais à hauteur finie. Dans un premier temps, à fin de construire l'opérateur Dirichlet-Neumann permettant de borner le domaine de calcul, nous étudions le problème aux valeurs propres de Liouville qui intervient sur l'axe vertical et sa discrétisation par des approches éléments finis ou spectrales. Nous étudions ensuite à l'aide de méthodes variationnelles le problème de diffraction par une inhomogénéité à support borné incluse dans l'océan en utilisant l'opérateur Dirichlet-Neumann extérieur. Nous démontrons que dans des espaces de fonctions adaptés, l'opérateur de diffraction est borné, coercitif et dépend holomorphiquement de la fréquence. La théorie de Fredholm analytique implique alors l'existence et l'unicité de la solution du problème de diffraction pour toutes les fréquences sauf pour une suite discrète de valeurs ayant l'infini comme seul point d'accumulation. Après l'introduction de la fonction de Green du guide d'onde océanique, nous reformulons le problème de diffraction à l'aide d'une équation

intégrale de Lippmann-Schwinger. Cette équation est ensuite périodisée dans les directions transverses. En considérant l'espace d'approximation engendré par les vecteurs propres (du problème de Liouville) suivant l'axe vertical et des polynômes trigonométriques suivant les directions transverses, nous obtenons deux schémas de collocation différents de l'équation volumique (suivant la manière de projeter l'opérateur intégral). Le taux de convergence algébrique qui dépend de la régularité d'inhomogénéité et de la source, ainsi qu'un résultat d'interpolation non-polynomial de Sloan [J.Approx Theory, 39 :97117, 1983], nous permettent de démontrer la convergence (et sa vitesse) pour les deux schémas de collocation. La méthode est ensuite testée et validée numériquement sur des exemples synthétiques. La dernière partie s'intéresse au cas d'un guide contenant plusieurs objets diffractants très espacés. Dans le cas de dimension trois, nous pouvons reformuler l'équation intégrale de Lippmann-Schwinger en un système couplé de plusieurs équations posées sur des (petits) domaines contenant chacun un seul objet. Cette technique permet de réduire drastiquement le coût numérique.

Julien STOEHR
Directeurs de thèse : Jean-Michel Marin, Pierre Pudlo, Lionel Cucala (Université de Montpellier).

Statistical inference methods for Gibbs random fields

Soutenue le 29 octobre 2015
Université de Montpellier

Due to the Markovian dependence structure, the normalizing constant of Markov random fields cannot be computed with standard analytical or numerical methods. This forms a central issue in terms of parameter inference or model selection as the computation of the likelihood is an integral part of the procedure. When the Markov random field is directly observed, we propose to estimate the posterior distribution of model parameters by replacing the likelihood with a composite likelihood, that is a product of conditional distributions of the model easy to compute. Our first contribution is to correct the posterior distribution resulting from using a misspecified likelihood function by modifying the curvature at the mode in order to avoid overly precise posterior parameters.
In a second part we suggest to perform model selection between hidden Markov random fields with approximate Bayesian computation (ABC) algorithms that compare the observed data and many Monte-Carlo simulations through summary statistics. To make up for the absence of sufficient statistics with regard to this model choice, we introduce summary statistics based on the connected components of the dependency graph of each model in competition. We assess their efficiency using a novel conditional misclassification rate that evaluates their local power to discriminate between models. We set up an efficient procedure that reduces the computational cost while improving the quality of decision and using this local error rate we build up an ABC procedure that adapts the summary statistics to the observed data.
In a last part, in order to circumvent the computation of the intractable likelihood in the *Bayesian Information Criterion* (BIC), we extend the mean field approaches

by replacing the likelihood with a product of distributions of random vectors, namely blocks of the lattice. On that basis, we derive BLIC (*Block Likelihood Information Criterion*) that answers model choice questions of a wider scope than ABC, such as the joint selection of the dependency structure and the number of latent states. We study the performances of BLIC in terms of image segmentation.

Camille SUTOUR

Directeurs de thèse : Jean-François Aujol et Jean-Philippe Domenger (Université de Bordeaux).

Vision nocturne numérique : restauration automatique et recalage multimodal des images à bas niveau de lumière

Soutenue le 10 juillet 2015

IMB, Université de Bordeaux

La vision de nuit des pilotes d'hélicoptère est artificiellement assistée par un dispositif de vision bas niveau de lumière (BNL) constitué d'un intensificateur de lumière (IL) couplé à une caméra numérique d'une part, et d'une caméra infrarouge (IR) d'autre part. L'objectif de cette thèse est d'améliorer ce dispositif en ciblant les défauts afin de les corriger. Une première partie consiste à réduire le bruit dont souffrent les images IL. Cela nécessite dans un premier temps d'évaluer la nature du bruit qui corrompt ces images. Pour cela, une méthode d'estimation automatique du bruit est mise en place. L'estimation repose sur la détection automatique de zones homogènes de l'image, effectuée à l'aide du test non paramétrique de Kendall. Les statistiques du bruit peuvent être alors être estimées à partir de ces régions homogènes à l'aide d'une méthode d'estimation robuste de la fonction de niveau de bruit par minimisation ℓ^1. Grâce à l'estimation du bruit, les images IL peuvent alors débruitées. Nous avons pour cela développé dans la seconde partie un algorithme de débruitage d'images qui associe les moyennes non locales aux méthodes variationnelles en effectuant une régularisation adaptative pondérée par une attache aux données non locale. Une adaptation au débruitage de séquences d'images permet ensuite de tenir compte de la redondance d'information apportée par le flux vidéo, en garantissant stabilité temporelle et préservation des structures fines. Enfin, dans la troisième partie les informations issues des capteurs optique et infrarouge peuvent être combinées en fusionnant les deux modalités. En raison des différences d'angle de vue entre les deux caméras, un recalage préalable des images doit être effectué. Nous proposons pour cela un critère de recalage multimodal basé sur l'alignement des contours des images. Combiné à une résolution par montée de gradient et à un schéma temporel, l'approche proposée permet de recaler de façon robuste les deux modalités, en vue d'une ultérieure fusion.

Nicollò TORRI
Directeurs de thèse : Francesco Caravenna (Università di Milano-Bicocca) et Fabio Lucio Toninelli (CNRS, Université Lyon 1).

Phénomènes de localisation et d'universalité pour des polymères aléatoires

Soutenue le 18 septembre 2015
Université Lyon 1

Le modèle d'accrochage de polymère décrit le comportement d'une chaîne de Markov en interaction avec un état donné. Cette interaction peut attirer ou repousser la chaîne de Markov et est modulée par deux paramètres, h et β. Quand $\beta = 0$ on parle de modèle homogène, qui est complètement solvable. Le modèle désordonné, c'est-à-dire, quand $\beta > 0$, est mathématiquement le plus intéressant. Dans ce cas l'interaction dépend d'une source d'aléa extérieur indépendant de la chaîne de Markov, appelée désordre. L'interaction est réalisée en modifiant la loi originelle de la chaîne de Markov par une mesure de Gibbs et la probabilité obtenue définit le modèle d'accrochage de polymère. Le but principal est d'étudier et de comprendre la structure des trajectoires typiques de la chaîne de Markov sous cette nouvelle probabilité.
Dans notre premier travail de recherche nous étudions le modèle d'accrochage de polymère où le désordre a une queue lourde et où le temps de retour de la chaîne de Markov suit une distribution sous-exponentielle. Nous montrons que l'ensemble des temps de retour de la chaîne de Markov, opportunément changé d'échelle, converge vers une limite universelle. Nous montrons aussi que ce modèle a une transition de phase.
Dans notre deuxième résultat nous étudions le modèle d'accrochage de polymère avec un désordre à queue légère et le temps de retour de la chaîne de Markov avec une distribution polynomiale d'exposant $\alpha > 0$. On peut démontrer qu'il existe un point critique, $h(\beta)$, qui sépare deux phases : une localisée et une délocalisée. Notre but est comprendre le comportement du point critique quand $\beta \to 0$. La réponse dépend de la valeur de α. Dans la littérature on a des résultats précises pour $\alpha < 1/2$ et $\alpha > 1$. Nous montrons que pour $\alpha \in (1/2, 1)$ le comportement du modèle dans la limite du désordre faible est universel et le point critique, opportunément changé d'échelle, converge vers la même quantité donnée par un modèle continu.

Xavier VALENTIN
Dir. de thèse : P. Lafitte (MICS, CentraleSupélec). Co-encadrement : C. Enaux.

Analyse mathématique et numérique des modèles Pn pour la simulation de problèmes de transport de photons

Soutenue le 17 décembre 2015, CentraleSupélec, campus de Châtenay

La résolution numérique directe des problèmes de transport de photons en interaction avec un milieu matériel est très coûteuse en mémoire et temps CPU. Pour pallier ce problème, une méthode consiste à construire des modèles réduits dont la résolution est moins coûteuse. La littérature abonde de ce genre de modèles : modèles probabilistes (Monte-Carlo), modèles aux moments (M1, PN), modèles aux ordonnées discrètes (SN), modèles de diffusion... Dans cette thèse, nous nous intéressons aux modèles PN dans lesquels l'opérateur de transport est approché par projections sur une base tronquée d'harmoniques sphériques. Ces modèles ont l'avantage d'être arbitrairement précis sur la dimension angulaire et ne présentent pas les défauts connus des autres méthodes (bruit stochastique, "effets de raies") pouvant briser les éventuelles symétries du problème. Ce dernier point est capital pour la simulation d'expériences de fusion par confinement inertiel (FCI) où la symétrie sphérique joue un rôle important dans la précision des résultats. Nous étudions donc dans cette thèse la structure mathématique des modèles PN ainsi que leur discrétisation dans le cas d'une géométrie 1D sphérique. Nous commençons par le cas du transport linéaire dans le vide. Même dans ce cas simple, les équations du modèle PN contiennent des termes sources d'origine géométrique dont la discrétisation s'avère délicate. Jusqu'à présent, les différents schémas utilisés étaient insatisfaisants pour les raisons suivantes : (1) mauvais comportement au voisinage de $r = 0$ (phénomène de "flux-dip"), (2) non préservation des équilibres stationnaires, (3) pas de preuve formelle de stabilité. À la lumière de récents travaux, nous proposons une nouvelle discrétisation qui capture exactement les états d'équilibres. Nous démontrons en particulier la stabilité en norme L^2 du schéma. Nous étendons par la suite ce schéma au cas du transport de photons dans un milieu matériel figé et nous nous intéressons au comportement du schéma en limite diffusion (propriété "asymptotic-preserving"). Dans un second temps, nous nous intéressons au couplage entre rayonnement et hydrodynamique. Devant l'absence de consensus sur les modèles "transport" d'hydrodynamique radiative issus de la littérature, nous établissons une étude comparative de ceux-ci basée sur leurs propriétés mathématiques. Nous nous intéressons particulièrement aux propriétés suivantes : (1) conservation de l'énergie et de l'impulsion, (2) précision des effets comobiles, (3) existence d'une entropie mathématiques compatible et (4) restitution de la limite diffusion. Notre étude se réduit aux modèles dits "mixed-frame" et une attention particulière est toujours portée sur l'approximation "PN" de l'opérateur de transport. Nous identifions des défauts (conservation ou entropie) sur des modèles existants et proposons une correction entropique conduisant à un modèle PN satisfaisant toutes les propriétés mathématiques listées ci-dessus.

Annonces de Colloques

par Thomas HABERKORN

Mars 2016

JOURNÉES JEUNES EDPISTES FRANÇAIS
du 21 au 23 Mars 2016, à Fréjus
https://indico.math.cnrs.fr/event/941/overview

MASCOT NUM : SENSITIVITY ANALYSIS AND ITS APPLICATIONS
du 23 au 25 Mars 2016, à Toulouse
http://mascot2016.sciencesconf.org/

JOURNÉES SMAI-MODE 2016
du 23 au 25 Mars 2016, à Toulouse
http://mode2016.sciencesconf.org

CONFÉRENCE DE L'INTERNATIONAL NETWORK FOR DIDACTIC RESEARCH IN UNIVERSITY MATHEMATICS
du 31 Mars au 2 Avril 2016, à Montpellier
http://indrum2016.sciencesconf.org

Avril 2016

BOCHUMER STOCHASTIK-TAGE
du 1 au 4 Avril 2016, à Bochum (Allemagne)
http://www.gpsd-2016.de/

HPC DAYS IN LYON
du 6 au 8 Avril 2016, à Lyon
http://hpc-days-lyon.sciencesconf.org/

INTERNATIONAL CONFERENCE ON DIFFERENTIAL GEOMETRY
du 11 au 15 Avril 2016, à Fez (Maroc)
http://www.fsdmfes.ac.ma/ICDGFES/

Mai 2016

CANUM 2016
du 9 au 13 Mai 2016, à Obernai
http://smai.emath.fr/canum2016/

4ÈME ÉCOLE EGRIN
du 23 au 26 Mai 2016, à Piriac sur Mer
http://gdr-egrin.math.cnrs.fr/Confs/EGRIN2016/

COLLOQUE INTER'ACTIONS EN MATHÉMATIQUES 2016
du 23 au 27 Mai 2016, à Lyon
http://interactions16.sciencesconf.org/

WORKSHOP ON "MATHEMATICAL MODELS FOR EPIDEMIOLOGY AND PHYLOGENETICS"
du 30 au 31 Mai 2016, à Lille
http://math.univ-lille1.fr/~tran/journees_epidemio2016.html

CONFÉRENCE DE NEUROSCIENCES MATHÉMATIQUES
du 30 Mai au 1er Juin 2016, à Juan-les-Pins
http://icmns2016.inria.fr/

EMERGING TRENDS IN APPLIED MATHEMATICS AND MECHANICS
du 30 Mai au 3 Juin 2016, à Perpignan
http://etamm2016.univ-perp.fr/

ANALYSE DES EQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES
du 30 Mai au 3 Juin 2016, à Roscoff
http://gdredp.math.cnrs.fr/

Juin 2016

INTERNATIONAL CONFERENCE IN OPTIMIZATION THEORY AND ITS APPLICATIONS
du 6 au 8 Juin 2016, à Carthagène (Espagne)
http://www.um.es/beca/alel2016/

CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL SOCIETY FOR NON-PARAMETRIC STATISTICS
du 11 au 16 Juin 2016, à Avignon
http://www.isnpstat.org/index.php?option=com_content&view=article&id=56&Itemid=188

ECOLE D'ÉTÉ "EXTREME VALUE MODELING AND WATER RESOURCES"
du 13 au 24 Juin 2016, à Lyon
http://math.univ-lyon1.fr/homes-www/mercadier/MULTIRISK/

INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING OPTIMIZATION
du 19 au 23 Juin 2016, aux Chutes d'Iguassu (Brésil)
http://www.engopt.org/

INTERNATIONAL WORKSHOP ON APPLIED PROBABILITY
du 20 au 23 Juin 2016, à Toronto (Canada)
http://iwap2016.com/

CONFÉRENCE "MARCHES ALÉATOIRES ET PROCESSUS DE DUNKL : APPROCHES COMBINATOIRES ET ALGÉBRIQUES"
du 20 au 24 Juin 2016, à Nouan-Le-Fuzelier
http://www.fdpoisson.fr/madaca/conference.html

NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AND APPLICATIONS : A CONFERENCE IN THE HONOR OF JEAN-MICHEL CORON, FOR HIS 60TH BIRTHDAY
du 20 au 24 Juin 2016, à Paris
https://www.ljll.math.upmc.fr/coron60/

INTERNATIONAL CONFERENCE ON STOCHASTIC PROGRAMMING
du 27 Juin au 1er Juillet 2016, à Buzios (Brésil)
http://icsp2016.sciencesconf.org/

OPTIMAL AND RANDOM POINT CONFIGURATIONS - FROM STATISTICAL PHYSICS TO APPROXIMATION THEORY
du 27 Juin au 1 Juillet 2016, à Paris
http://djalil.chafai.net/wiki/ihp2016:start

Juillet 2016

CONFERENCE "STABILITY OF NON-CONSERVATIVE SYSTEMS"
du 4 au 7 Juillet 2016, à Valenciennes
http://www.univ-valenciennes.fr/evenements/stability-systems-conference-2016

ECOLE D'ÉTÉ EDP ET PROBABILITÉS POUR LES SCIENCES DU VIVANT
du 4 au 8 Juillet 2016, à Marseille
http://programme-scientifique.weebly.com/1426.html

INTERNATIONAL WORKSHOP ON STATISTICAL MODELLING
du 4 au 8 Juillet 2016, à Rennes
http://www.lebesgue.fr/content/sem2016-iwsm2016

CEMRACS 2016 "DÉFIS NUMÉRIQUES EN CALCUL SCIENTIFIQUE PARALLÈLE"
du 18 Juillet au 26 août 2016, à Marseille
http://smai.emath.fr/cemracs/cemracs16/

8TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON LÉVY PROCESSES
du 25 au 29 Juillet 2016, à Angers
http://levy2016.math.cnrs.fr

Août 2016

CONFERENCE ON HYPERBOLIC PROBLEMS : THEORY, NUMERICS, APPLICATIONS
du 1 au 5 Août 2016, à Aix-la-Chapelle (Allemagne)
http://www.hyp2016.de

Octobre 2016

CONFERENCE ON COMPLEX DYNAMICAL SYSTEMS IN LIFE SCIENCES : MODELING AND ANALYSIS
du 26 au 28 Octobre 2016, à Agadir (Maroc)
http://www.cosylis.org/iccds2016/

Novembre 2016

INTERNATIONAL CONFERENCE ON SENSITIVITY ANALYSIS OF MODEL OUTPUT
du 30 Novembre au 3 Décembre 2016, Le Tampon (Ile de la Réunion)
http://samo2016.univ-reunion.fr/

CORRESPONDANTS LOCAUX

Amiens *Marion Darbas*
LAMFA
Univ. de Picardie Jules Verne
33 rue Saint Leu
80039 Amiens CEDEX
☎ 03 22 82 75 16
Marion.Darbas@u-picardie.fr

Angers *Loïc Chaumont*
LAREMA
Faculté des Sciences
Univ. d'Angers
2 bd Lavoisier
49045 Angers CEDEX 01
☎ 02 41 73 50 28 – 🖷 02 41 73 54 54
loic.chaumont@univ-angers.fr

Antilles-Guyane *Jacques Laminie*
Univ. des Antilles et de la Guyane
Campus de Fouillole - BP 250
97157 Pointe-à-Pitre Cedex
☎ (590) 590 48 30– 🖷 (590) 590 48 20
Jacques.Laminie@univ-ag.fr

Avignon *Alberto Seeger*
Dépt de Mathématiques
Univ. d'Avignon
33 rue Louis Pasteur
84000 Avignon
☎ 04 90 14 44 93 – 🖷 04 9014 44 19
alberto.seeger@univ-avignon.fr

Belfort *Michel Lenczner*
Lab. Mécatronique 3M
Univ. de Technologie de Belfort-Montbelliard
90010 Belfort CEDEX
☎ 03 84 58 35 34 – 🖷 03 84 58 31 46
Michel.Lenczner@utbm.fr

Besançon *Nabile Boussaid*
Lab. de mathématiques
UFR Sciences et Techniques
16 route de Gray
25030 Besançon CEDEX
☎ 03 81 66 63 37 – 🖷 03 81 66 66 23
boussaid.nabile@gmail.com

Bordeaux *Lisl Weynans*
Institut de Mathématiques
Univ. Bordeaux I
351 cours de la Libération - Bât. A33
33405 Talence CEDEX
☎ 05 40 00 35 36
lisl.weynans@math.u-bordeaux1.fr

Brest *Piernicola Bettiol*
Dép. de Mathématiques
UFR Sciences et Techniques
Université de Bretagne Occidentale
6 av. Victor Le Gorgeu
CS 93837
29238 Brest Cedex 3
☎ 02 98 01 73 86 - 🖷02 98 01 61 75
Piernicola.Bettiol@univ-brest.fr

Cachan ENS *Laure Quivy*
CMLA
ENS Cachan
61 av. du Président Wilson
94235 Cachan CEDEX
☎ 01 47 40 59 12
quivy@clma.ens-cachan.fr

Caen *Alain Campbell*
Groupe de Mécanique, Modélisation Mathématique et Numérique
Lab. Nicolas Oresme
Univ. de Caen
BP 5186
14032 Caen CEDEX
☎ 02 31 56 74 80 – 🖷 02 31 56 73 20
alain.campbell@unicaen.fr

Cergy *Mathieu Lewin*
Dép. de Mathématiques,
Univ. de Cergy-Pontoise / Saint-Martin
2 av. Adolphe Chauvin
95302 Cergy-Pontoise CEDEX
☎ 01 34 25 66 15 – 🖷 01 34 25 66 45
mathieu.lewin@math.cnrs.fr

Chine *Claude-Michel Brauner*
IMB, Université de Bordeaux I
351 cours de la Libération
Bât. A33
33405 Talence CEDEX
☎ 05 40 00 60 50
brauner@math.u-bordeaux.fr

Correspondants locaux

Clermont-Ferrand *Olivier Bodart*
Lab. de Mathématiques Appliquées
Univ. Blaise Pascal
BP 45
63177 Aubière CEDEX
☎ 04 73 40 79 65 – 🖷 04 73 40 70 64
Olivier.Bodart@math.univ-bpclermont.fr

Compiègne *Véronique Hédou*
Équipe de Mathématiques Appliquées
Dept Génie Informatique
Univ. de Technologie
BP 20529
60205 Compiègne CEDEX
☎ 03 44 23 49 02 – 🖷 03 44 23 44 77
Veronique.Hedou@utc.fr

Dijon *Alexandre Cabot*
Institut de Mathématiques
Univ. de Bourgogne
BP 47870
21078 Dijon CEDEX
alexandre.cabot@u-bourgogne.fr

École Centrale de Paris *Anna Rozanova-Pierrat*
École Centrale de Paris
Lab. Mathématiques Appliquées aux Systèmes,
Grande Voie des Vignes,
92295 Châtenay-Malabry CEDEX
☎ 01 41 13 17 19 – 🖷 01 41 13 14 36
anna.rozanova-pierrat@ecp.fr

ENS Paris *Virginie Bonnaillie-Noel*
DMA, Ecole Normale Supérieure
45 rue d'Ulm,
75230 Paris CEDEX
☎ 01 44 32 20 58 – 🖷 01 44 32 20 80
bonnaillie@math.cnrs.fr

États-Unis *Rama Cont*
IEOR, Columbia University
316 S. W. Mudd Building
500 W. 120th Street, New York,
New York 10027 – Etats-Unis
☎ + 1 212-854-1477
Rama.Cont@columbia.edu

Evry *Stéphane Menozzi*
Laboratoire d'Analyse et Probabilités
Univ. Paris VI
4, Place Jussieu
75252 Paris cedex 5
stephane.menozzi@
math.univ-paris-diderot.fr

Evry la Génopole *Laurent Denis*
Dpt de Math.
Univ. du Maine
72085 Le Mans
☎ 01 64 85 34 98
ldenis@univ-lemans.fr

Grenoble *Brigitte Bidegaray*
Lab. de Modélisation et Calcul, IMAG
Univ. Joseph Fourier
BP 53
38041 Grenoble CEDEX 9
☎ 04 76 57 46 10 – 🖷 04 76 63 12 63
Brigitte.Bidegaray@imag.fr

Israël *Ely Merzbach*
Dept of Mathematics and Computer Science
Bar Ilan University Ramat Gan.
Israel 52900
☎ + 972 3 5318407/8 – 🖷 + 972 3 5353325
merzbach@macs.biu.ac.il

La Réunion *Philippe Charton*
Dép. de Mathématiques et Informatique IREMIA
Univ. de La Réunion
BP 7151
97715 Saint-Denis Messag CEDEX 9
☎ 02 62 93 82 81 – 🖷 02 62 93 82 60
Philippe.Charton@univ-reunion.fr

Le Havre *Adnan Yassine*
IUT du Havre
Place Robert Schuman
BP 4006
76610 Le Havre.
☎ 02 32 74 46 42 – 🖷 02 32 74 46 71
adnan.yassine@iut.univ-lehavre.fr

Le Mans *Alexandre Popier*
Dép. de Mathématiques
Univ. du Maine
Av. Olivier Messiaen
72085 Le Mans CEDEX 9
☎ 02 43 83 37 19 – 🖷 02 43 83 35 79
Alexandre.Popier@univ-lemans.fr

Lille *Caterina Calgaro*
Lab. de Mathematiques Appliquees
Univ. des Sciences et Technologies de Lille
Bat. M2, Cité Scientifique
59655 Villeneuve d'Ascq CEDEX
☎ 03 20 43 47 13 – 🖷 03 20 43 68 69
Caterina.Calgaro@univ-lille1.fr

Limoges *Samir Adly*
LACO
Univ. de Limoges
123 av. A. Thomas
87060 Limoges CEDEX
☎ 05 55 45 73 33 – 🖷 05 55 45 73 22
adly@unilim.fr

Littoral Côte d'Opale *Carole Rosier*
LMPA
Centre Universitaire de la Mi-voix
50 rue F. Buisson
BP 699
62228 Calais CEDEX.
☎ 03 21 46 55 83
Carole.Rosier@lmpa.univ-littoral.fr

Lyon *Morgane Bergot*
Institut Camille Jordan,
Univ. Claude Bernard Lyon 1
43 b^{d} du 11 novembre 1918
69622 Villeurbanne CEDEX
bergot@math.univ-lyon1.fr

Marne la Vallée *Alain Prignet*
Univ. de Marne-la-Vallée, Cité Descartes
5 b^{d} Descartes
77454 Marne-la-Vallée CEDEX
☎ 01 60 95 75 34 – 🖷 01 60 95 75 45
alain.prignet@univ-mlv.fr

Maroc *Khalid Najib*
École Nationale de l'Industrie Minérale
B^{d} Haj A. Cherkaoui, Agdal
BP 753, Rabat Agdal 01000
Rabat
Maroc
☎ 00 212 37 77 13 60 – 🖷 00 212 37 77 10 55
najib@enim.ac.ma

Marseille *Guillemette Chapuisat*
LATP
Université Paul Cézanne
Faculté des Sciences et Techniques de St Jérôme, Case Cour A
avenue Escadrille Normandie-Niemen
13397 Marseille Cedex 20, France ☎ 04 91 28 88 40 – 🖷 01 91 28 87 41
guillemette.chapuisat@univ-cezanne.fr

Metz *Jean-Pierre Croisille*
Dépt de Mathématiques
Univ. de Metz
Ile du Saulcy
57405 Metz CEDEX 01
☎ 03 87 31 54 11 – 🖷 03 87 31 52 73
croisil@poncelet.univ-metz.fr

Montpellier *Matthieu Alfaro*
I3M
Dép. de Mathématiques,
Univ. Montpellier II, CC51
Pl. Eugène Bataillon
34095 Montpellier CEDEX 5
☎ 04 67 14 42 04 – 🖷 04 67 14 35 58
malfaro@math.univ-montp2.fr

Nancy *Takéo Takahashi*
Institut Élie Cartan
BP 239
54506 Vandoeuvre-lès-Nancy
☎ 03 83 68 45 95 – 🖷 03 83 68 45 61
takahash@iecn.u-nancy.fr

Nantes *Hélène Mathis*
Université de Nantes
2, rue de la Houssinière - BP92208
44321 Nantes CEDEX 3
☎ 02 51 12 59 86
helene.mathis@ec-nantes.fr

Nice *Claire Scheid*
Lab. Jean-Alexandre Dieudonné
Univ. de Nice
Parc Valrose
06108 Nice CEDEX 2
☎ 04 92 07 64 95 – 🖷 04 93 51 79 74
claire.scheid@unice.fr

Orléans *Cécile Louchet*
Dépt de Mathématiques
Univ. d'Orléans
BP 6759
45067 Orléans CEDEX 2
☎ 02 38 49 27 57 – 🖷 02 38 41 71 93
Cecile.Louchet@univ-orleans.fr

Paris I *Jean-Marc Bonnisseau*
UFR 27 – Math. et Informatique
Univ. de Paris I, CERMSEM
90 rue de Tolbiac
75634 Paris CEDEX 13
☎ 01 40 77 19 40 – 🖷 01 40 77 19 80
jean-marc.bonnisseau@univ-paris1.fr

Paris V *Ellen Saada*
Lab. MAP 5 - UMR CNRS 8145
Univ. Paris Descartes
45 rue des Saints Pères
75270 Paris cedex 06
☎ 01 42 86 21 14 – 🖷 01 42 86 41 44
ellen.saada@mi.parisdescartes.fr

Paris VI *Nicolas Vauchelet*
Lab. Jacques-Louis Lions
Boîte courrier 187
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu
75252 Paris CEDEX 05
☎ 01 44 27 37 72 – 🖷 01 44 27 72 00
vauchelet@ann.jussieu.fr

Paris VI *Noufel Frikha*
Lab. Probabilités et Modèles Aléatoires
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu
75252 Paris CEDEX 05
☎ 01 57 27 91 33
frikha.noufel@gmail.com

Paris XI *Benjamin Graille*
Mathématiques, Bât. 425
Univ. de Paris-Sud
91405 Orsay CEDEX
☎ 01 69 15 60 32 – 🖷 01 69 14 67 18
Benjamin.Graille@math.u-psud.fr

Paris XII *Yuxin Ge*
UFR de Sciences et Technologie
Univ. Paris 12 - Val de Marne
61 av. du Général de Gaulle
94010 Créteil CEDEX
☎ 01 45 17 16 52
ge@univ-paris12.fr

Paris XIII *Jean-Stéphane Dhersin*
Univ. Paris XIII / Paris Nord
Département de Mathématiques Institut Galilée
Université Paris 13
99, Avenue Jean-Baptiste Clément
93430 Villetaneuse
☎ 01 45 17 16 52
dhersin@math.univ-paris13.fr

Paris IX *Julien Salomon*
CEREMADE
Univ. Paris-Dauphine
Pl du M^{al} de Lattre de Tassigny
75775 Paris CEDEX 16
☎ 01 44 05 47 26 – 🖷 01 44 05 45 99
salomon@ceremade.dauphine.fr

Pau *Brahim Amaziane*
Lab. de Math. Appliquées, IPRA,
Univ. de Pau
av. de l'Université
64000 Pau
☎ 05 59 92 31 68/30 47 – 🖷 05 59 92 32 00
brahim.amaziane@univ-pau.fr

Perpignan *Didier Aussel*
Dépt de Mathématiques
Univ. de Perpignan
52 avenue de Villeneuve
66860 Perpignan CEDEX
☎ 04 68 66 21 48 – 🖷 04 68 06 22 31
aussel@univ-perp.fr

Poitiers *Morgan Pierre*
LMA
Univ. de Poitiers
B^{d} Marie et Pierre Curie
BP 30179
86962 Futuroscope Chasseneuil CEDEX
☎ 05 49 49 68 85
Morgan.Pierre@math.univ-poitiers.fr

Polytechnique *Aline Lefebvre-Lepot*
CMAP, École Polytechnique
91128 Palaiseau
☎ 01 69 33 45 61 – 🖷 01 69 33 46 46
aline.lefebvre@polytechnique.edu

Reims *Stéphanie Salmon*
Lab. de Mathématiques
Univ. Reims
UFR Sciences Exactes et Naturelles
Moulin de la Housse – BP 1039
51687 Reims CEDEX 2
☎ 03 26 91 85 89 – 🖷 03 26 91 83 97
stephanie.salmon@univ-reims.fr

Rennes *Rozenn Texier-Picard*
ENS Rennes
Av. Robert Schumann
35170 Bruz
☎ 02 99 05 93 33 – 🖷 02 99 05 93 28
rozenn.texier@ens-rennes.fr

Rouen *Jean-Baptiste Bardet*
LMRS
Univ. de Rouen
av. de l'Université - BP 12
76801 Saint-Étienne-du-Rouvray
☎ 02 32 95 52 34 – 🖷 02 32 95 52 86
Jean-Baptiste.Bardet@univ-rouen.fr

Rouen (INSA) *Anastasia Zakharova*
Lab. de Mathématiques de l'INSA
INSA Rouen - Av. de l'Université
BP 08
76801 St Etienne du Rouvray CEDEX
☎ 02 32 95 65 38 – 🖷 02 32 95 99 03
anastasia.zakharova@insa-rouen.fr

Savoie *Stéphane Gerbi*
Lab. de Mathématiques
Univ. de Savoie
73376 Le Bourget du Lac CEDEX
☎ 04 79 75 87 27 – 🖷 04 79 75 81 42
stephane.gerbi@univ-savoie.fr

Strasbourg *Michel Mehrenberger*
IRMA
Univ. de Strasbourg
7 rue René Descartes
67084 Strasbourg CEDEX
☎ 03 68 85 02 05
mehrenbe@math.unistra.fr

Toulouse *Sébastien Gerchinovitz*
IMT, Univ. Toulouse 3
118 route de Narbonne 31077 Toulouse
CEDEX 4
sebastien.gerchinovitz@math.univ-toulouse.fr

Tours *Vincent Perrollaz*
Lab. Math. et Physique Théorique
Fac. Sciences et Technique de Tours
7 parc Grandmont
37200 Tours
vincent.perrollaz@lmpt.univ-tours.fr

Valenciennes *Juliette Venel*
LAMAV
Univ. de Valenciennes
Le Mont Houy – ISTV2
59313 Valenciennes CEDEX 9
☎ 03 27 51 19 23 – 🖷 03 27 51 19 00
juliette.venel@univ-valenciennes.fr

RENCONTRES SMAI MATH INDUSTRIE
THÈME : ENERGIE

INSA ROUEN **VENDREDI 17 JUIN 2016**

Intervenants prévus :

- ADWEN
- AREELIS
- CEA
- ENGIE - La Compagnie du Vent
- EDF
- Freyssinet
- TOTAL

http ://lmi.insa-rouen.fr/64.html