Sommaire

Éditorial 3
Comptes rendus des CA et bureaux de la SMAI 9
Quelques nouvelles de l'Insmi 27
Nash et les équations aux dérivées partielles 35
Vie de la communauté 55
Le zèbre 55
Invités 58
La loi sur le numérique concerne le monde de la recherche 59
Des revues avec abonnements aux articles en accès libre, où allons-nous ? 63
MaiMoSiNE 67
Comptes rendus de manifestations 79
Un tour d'horizon du congrès ICIAM 2015 79
Partial Differential Equations on Multistructures 83
Compte-rendu du semestre thématique 2015 83
A propos des tests anti pollution de voitures automobiles 91
Financement de la recherche dans nos régions 95
Merveilles du monde unidimensionnel 103
Analyse asymptotique en électrophysiologie cardiaque. Applications à la modélisation et à l'assimilation de données 123
Résumés de thèses 147
Annonces de colloques 169
Liste des correspondants locaux 172

Date limite de soumission des textes pour le Matapli 109 :
15 février 2016

Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05
Tél : 01 44 27 66 62 – Télécopie : 01 44 07 03 64
MATAPLI - ISSN 0762-5707
smai@emath.fr - http : //smai.emath.fr

PRIX DES PUBLICITÉS ET ENCARTS DANS MATAPLI POUR 2015

- 150 € pour une demi-page intérieure
- 250 € pour une page intérieure
- 400 € pour la 3e de couverture
- 450 € pour la 2e de couverture
- 500 € pour la 4e de couverture
- 300 € pour le routage avec Matapli d'une affiche format A4 (1500 exemplaires)

(nous consulter pour des demandes et prix spéciaux)

Envoyer un bon de commande au secrétariat de la Smai

Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05
Tél : 01 44 27 66 62 – Télécopie : 01 44 07 03 64
smai@emath.fr

Site internet de la SMAI :
http://smai.emath.fr/

Editorial

par Fatiha Alabau
Présidente de la SMAI

Chers membres de la SMAI,

Vous trouverez dans ce numéro de début de l'année universitaire et dans cet éditorial, une actualité très riche : des nouvelles de l'Insmi, un article de Cédric Villani sur Nash, une tribune[1] sur la loi sur le numérique, un article de Frédéric Hélein sur les mutations en cours en terme d'édition scientifique, le système auteur-payeur et sur les APC (Article Processing Charges), un article sur le déroulement de l'ICIAM 2015, et la cérémonie organisée par l'Ambassade de France à Pékin en l'honneur de la SMAI, co-écrit par Maria Esteban, présidente de l'ICIAM, Claude-Michel Brauner, notre correspondant international SMAI pour la Chine et moi-même, un article de présentation de MaiMoSiNe rédigé par Stéphane Labbé et Emmanuel Maître, un article de Joseph Frédéric Bonnans qui analyse certains aspects techniques de l'optimisation du réglage de voitures dans le contexte des normes anti-pollution, ainsi que des considérations sur la loi sur le numérique et les évolutions structurelles dans le monde de la recherche. Nous avons aussi appris une très triste nouvelle, celle du décès de notre collègue et ami Bernard Prum, survenu le mercredi 21 octobre à l'âge de 69 ans. Bernard Prum a été secrétaire général de la SMAI de 1995 à 1998, responsable du groupe MAS de 2002 à 2006, membre du Conseil d'administration de la SMAI plusieurs années et un membre très actif et très apprécié de notre communauté. Un article de Grégory Nuel, ancien doctorant de Bernard Prum, nous parlera de Bernard, de sa conception des mathématiques et des applications, et de l'homme.

Les enjeux de la future loi sur le numérique sur nos pratiques de recherche et nos modes de diffusion, de publication et d'accès aux résultats de recherche et les questions soulevées sur l'accès, la diffusion, la dissémination et la valorisation des travaux de recherche, sont vitaux. La préservation du droit à déposer nos travaux de recherche sur des archives ouvertes publiques en garantissant la libre circulation des idées de la recherche, le droit à la fouille de données, les

[1] Valérie Berthé (informatique), François Bonnarel (astronomie), Peggy Cénac-Guesdon (mathématiques), Maria J. Esteban (mathématiques), Claire Lemercier (histoire), Sophie Pochic (sociologie), membres du Conseil scientifique du CNRS

questions d'embargo ou l'exploitation secondaire de nos travaux en font partie. D'autres enjeux y sont intimement liés, ils concernent les évolutions des modèles économiques de l'édition scientifique, les grands éditeurs commerciaux tentant d'imposer unilatéralement des modèles économiques rendant captifs les auteurs par le système auteur-payeur (sous couvert d'open access), ou les lecteurs et les acteurs publics (Services Communs de la Documentation, bibliothèques de recherche...) par l'évolution drastique du coût des abonnements. Il est important aussi de lever les ambiguités sur les confusions de langage actuelles sur l'open access : le système auteur-payeur ou le "gold open access" n'est pas un archivage ouvert public. Ces confusions faussent les vrais débats sur la question de fond du choix des modèles économiques et institutionnels en matière d'édition scientifique, choix qui doivent garantir la préservation des produits communs de la recherche comme biens immatériels de notre patrimoine national et international. D'autres questions, liées à notre "identité" de chercheurs, se posent. Elles concernent les modes de sélection des articles lors des soumissions et l'évaluation de la qualité scientifique des revues. Dans une logique purement économique et comptable, les nombres, les "rankings", les facteurs d'impact, le nombre de citations, les index de toutes sortes et la durée toujours plus courte d'expertise se substituent progressivement à une évaluation rigoureuse des travaux soumis pour un nombre grandissant de revues et ce phénomème est préoccupant. Les questions ne sont donc pas uniquement économiques, elles concernent aussi notre identité collective. Il est fondamental pour nos communautés de chercheurs de nous exprimer collectivement sur ces questions et ces enjeux si nous voulons rester acteurs de nos choix quant aux modes, aux supports, à nos conditions d'accès à la publication comme auteurs ou comme lecteurs, et à la qualité de la production scientifique.

Je vous remercie toutes et tous, membres de la SMAI, que j'ai sollicités pour lire les explications et appuyer, si vous étiez d'accord, les propositions transmises par le responsable scientifique du RNBM dans le cadre de la consultation du gouvernement sur le futur projet de loi sur le numérique, d'avoir répondu à l'appel. Une synthèse du gouvernement est en cours. Nous verrons si les amendements proposés par nos communautés seront bien pris en compte.

Être acteurs encore, dans les évolutions actuelles pour inscrire la structuration de la recherche et de l'innovation française dans le schéma mondial. Les maître-mots que sont : fusion, rationalisation, mutualisation, innovation, excellence, n'ont jamais été autant utilisés. Pourtant un seul mode de lecture et de mesure est devenu la règle, constant, inflexible : le mode comptable, pour estimer les coûts, les réduire sans cesse en n'injectant pas l'effort nécessaire, financier et humain, pour

soutenir et développer la formation, et soutenir la recherche et la formation à la recherche et en amont la formation des générations de demain dans le primaire et le secondaire, qui sont les vrais paris pour l'innovation. Compter est important, mais ne peut rendre compte, même sous l'angle économique, de ce qui est important pour les enjeux de la recherche et de la formation. Jamais les divorces n'auront été aussi grands : entre le langage déclaré et la réalité qui est à l'ouvrage, entre le discours des "chefs" et celui des acteurs de terrain. Réformes décidées sans écoute, ou une écoute mimée, sans accompagnement, sans respect des acteurs de terrain qui sont pourtant les garants que notre système universitaire puisse perdurer. Si ce système peut encore fonctionner, c'est parce que beaucoup d'entre nous travaillent souvent bien au delà de leurs missions "officielles", dans un contexte de pénurie de moyens mais aussi de perte de sens. Chercher, créer, innover, et en amont réfléchir, dispenser des formations de qualité ne s'évalue pas qu'en chiffres, données brutes mesurées hors contexte de leur objet de mesure, maîtres-chiffres qui ne peuvent pourtant se substituer à une pensée plus élaborée qui accompagne et évalue, ni décrire une réalité bien plus complexe, maîtres-chiffres encore sans la dimension d'un temps qui ne peut pas n'être que linéaire. A nous de réaffirmer la nécessité, si l'on souhaite réformer, de le faire en sollicitant et en associant en amont les acteurs de terrain de l'enseignement supérieur et de la recherche et des EPST à travers leurs représentants en toute confiance pour prendre au mieux les virages en jeu ces dernières années.

La Société mathématique européenne a 25 ans cette année et elle a décidé de fêter cet anniversaire à Paris, à l'Institut Henri Poincaré par une journée de science et de discussions qui s'est déroulée de 9h à 21h. La SMAI était bien sûr conviée à cet événement, ainsi que d'autres acteurs importants des mathématiques françaises et européennes. Pavel Exner, le président de l'EMS a brossé un portrait de la naissance de l'EMS, et de ce que l'EMS est devenue aujourd'hui, au travers de ses activités, ses projets et son envergure riche d'une soixantaine de société savantes nationales membres, environ une quarantaine d'instituts ou centres de recherches membres, et plus de trois mille membres individuels. Plus qu'un récit historique, il s'est agit d'une photographie du moment et d'une vision du futur. Quatre belles conférences de mathématiques ont été ensuite données par Hendrik Lenstra, Laure Saint-Raymond, László Lovász et Andrew Stuart. Variété thématique donc pour quatre beaux exposés. La fin du programme de la journée consistait en une table ronde, animée par Jean-Pierre Bourguignon et avec la participation de Peter Bühlmann (sur les mathématiques et le Big Data), Maria J. Esteban (sur les mathématiques et société), Ari Laptev (sur les mathématiques et enseignement) et Roberto Natalini (sur la communication des mathématiques).

Les échanges se sont faits selon quatre grands axes : comment les mathématiciens apprennent et enseignent, comment les mathématiciens font, communiquent et publient les mathématiques, comment les mathématiciens interagissent avec le "monde" sur leur discipline et avec les autres disciplines, et comment les mathématiciens prennent la mesure, traitent et négocient les virages amenés par les nouvelles tendances comme par exemple le traitement des données massives ? La table ronde a suscité beaucoup d'interventions et d'échanges. Elle aurait pu durer bien plus longtemps si l'agenda l'avait permis. A la suite de ces activités scientifiques, une réception était organisée à la Mairie du 5ème arrondissement, où après de brèves interventions de Mme la Maire Florence Berthout, de Maria J. Esteban et Pavel Exner, les participants de la journée ont pu discuter, partager commentaires, nouvelles et souvenirs autour d'un buffet.

Plusieurs lauréats de prix de l'Académie des Sciences, notamment en mathématiques appliquées, ont été honorés sous la coupole le 13 octobre, Benoît Perthame pour le Grand Prix Inria - Académie des Sciences, Marc Lavielle pour le prix de l'innovation Inria - Académie des Sciences- Dassault Systèmes, Ildefonso Diaz pour le prix Jacques-Louis Lions, Clémentine Prieur pour le prix Blaise Pascal du GAMNI-SMAI, Luc Robbiano pour le Prix Langevin. Qu'ils recoivent ici toutes nos félicitations.

Le processus pour lancer le prix Louis Bachelier en partenariat avec la London Mathematical Society (LMS) et la Fondation Natixis a été lancé, il débute par la constitution du comité du prix Louis Bachelier, pour un prix devant être attribué en 2016.

Le CANUM 2016, organisé par l'Institut Élie Cartan de Lorraine, aura lieu du 9 au 13 mai 2016 au VVF d'Obernai. La 17ème École franco-espagnole Jacques-Louis Lions sur la Simulation Numérique en Physique et Ingénierie aura lieu à Gijón (Espagne) du 6 au 10 juin 2016. Un autre rendez-vous important pour notre communauté de mathématiciens appliqués et industriels aura aussi lieu en 2016, il s'agit du "IHP quarter on Numerical Methods for PDEs" organisé par D. A. Di Pietro, A. Ern, et L. Formaggia qui se déroulera du 5 septembre au 16 décembre 2016. La SMAI est partenaire, avec Amies et les organisateurs, d'un des programmes de ce "quarter", le Workshop "Industrie et Mathématiques", qui se tiendra du 21 au 25 novembre 2016 à l'Institut Henri Poincaré. La cérémonie de remise des prix de thèse Math-Entreprise 2015 aura lieu le 24 novembre à l'IHP, les prix seront remis à cette occasion aux deux lauréats 2015 : Nicole Spillane et Matthieu Aussal. Nous leur transmettons toutes nos félicitations et nos meilleurs voeux pour la poursuite de leur carrière.

Une enquête Amies/Emploi 2015 sur l'emploi des docteurs en mathématiques, commandée par Amies à Adoc Talent Management, a été réalisée sur la population des docteurs en Mathématiques diplômés en 2014 dans toute la France. Elle est disponible sur le site d'Amies (et sur le site de la SMAI). Nous vous invitons à la consulter, elle donne des informations très intéressantes.

Nous souhaitons avoir une articulation plus suivie avec les correspondants locaux de la SMAI pour une meilleure connaissance et diffusion de nos actions mais aussi pour en retour mieux connaître le maillage des mathématiciens appliqués en France. Pour cela, nous avons demandé à Simona Mancini, membre du CA de la SMAI, d'être responsable des actions vers les correspondants locaux de la SMAI, fonction qu'elle a bien voulu accepter.

Les résultats 2015 de l'ANR, notamment dans le défi de tous les savoirs (défi 10), sortis à la rentrée sont préoccupants, très peu de projets en mathématiques appliquées sont présents, aucun sur le programme "Jeunes Chercheurs Jeunes Chercheuses" (trois projets JCJC retenus en mathématiques fondamentales sur 26 dossiers retenus toutes disciplines confondues), et deux en mathématiques appliquées sur le programme Projet de Recherche Collaboratif (PRC) sur 9 projets retenus en mathématiques (sur un total de 66 dossiers retenus toutes disciplines confondues). Les moyens de l'ANR n'ont cessé de se réduire et le nombre de projets retenus s'est lui aussi réduit. Il reste que les mathématiques appliquées devraient être mieux représentées dans le défi 10, elles y ont toute leur place.

La campagne des adhésions va débuter. Nous vous invitons à ré-adhérer, et à faire adhérer à la SMAI les jeunes recrutés qui ne connaissent pas forcément les actions de la SMAI, et les personnes morales que vous connaissez comme laboratoire ou entreprise. Nous avons besoin de vous, pour être représentatif de la communauté des mathématiques appliquées et industrielles, pour la promouvoir au travers d'actions de diffusion nationales et internationales, et pour faire valoir ses positionnements de manière collective. Nous continuerons à développer nos actions de soutien envers les jeunes au travers des projets BOUM notamment qui commencent à très bien diffuser dans notre communauté et de diverses autres actions de soutien (bourses pour les congrès SMAI et CANUM, bourses pour les Écoles récurrentes...).

A très bientôt,
Bien amicalement,
Fatiha Alabau
Présidente de la SMAI

RAIRO
ESAIM
M2AN
ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis
ESAIM
COCV
ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations
ESAIM
PS
ESAIM: Probability and Statistics
edp sciences
RAIRO
OPERATIONS RESEARCH
Vol. 46 • 2 • April/June • 2012
RAIRO
THEORETICAL INFORMATICS AND APPLICATIONS
Vol. 47 • 1 • January/March • 2013
INFORMATIQUE THÉORIQUE ET APPLICATIONS
Mathematical Modelling of Natural Phenomena
Volume 8 - Number 1 - 2013
Harmonic analysis

Comptes rendus des AG, CA et bureaux de la SMAI

par Christophe Chalons,
Secrétaire Général de la SMAI

Compte rendu — Conseil d'Administration
3 juillet 2015

Présents : F. Alabau, P. Barbillon, J.-B. Caillau, C. Chalons, T. Champion, J.-S. Dhersin, V. Dolean, E. Gobet, F. Hubert, S. Kokh, A. Lejay, M. Lewin, V. Louvet, S. Mancini, Y. Penel, V. Perrier, C. Scheid, M. Zani.
Representés : A. Ambroso, Z. Belhachmi, A. Cohen, F. Issard-Roch, T. Lelièvre, J. Le Rousseau.
Excusés : T. Goudon, F. Lagoutière, A. Lisser, B. Nkonga.

1 Bilan du conseil scientifique et de l'évolution du Prix Bachelier

Denis Talay, Président du Conseil Scientifique de la SMAI, a fait un point sur l'évolution du Prix Louis Bachelier.
Le Grand Prix Louis Bachelier est un prix Européen de la Fondation Natixis, parrainé par la SMAI et décerné jusqu'à présent par l'Académie des Sciences. L'Académie des Sciences ayant décidé de ne plus être associée à ce prix, il a été envisagé un transfert de ce prix à la London Mathematical Society (LMS) qui s'est montrée très intéressée pour accueillir ce prix.
Denis Talay a présenté les grandes lignes du document rédigé conjointement par la SMAI, la LMS et la Fondation Natixis dans le but de préciser les règles et la mise en place du nouveau prix. Ces documents peuvent être consultés sur la page correspondante du site de la SMAI (voir http ://smai.emath.fr/spip.php ?article119).
Le prix sera décerné pour la première fois en 2016.
Le CA a validé à l'unanimité moins une abstention les textes qui régissent l'évolution du Prix Louis Bachelier avec la LMS.
Denis Talay a ensuite fait un point sur l'action du Conseil Scientifique de la SMAI qui est intervenu sur demande de la Présidente de la SMAI pour former par

exemple des comités scientifiques de conférences, des comités éditoriaux de journaux, ou pour réfléchir à l'évolution des publications ou des prix de la SMAI comme le prix Louis Bachelier.
Denis Talay suggère que le Conseil Scientifique de la SMAI puisse devenir une force de proposition plus générale dans les actions de la SMAI et puisse participer par exemple au Conseil Scientifique des congrès SMAI.

2 Reconnaissance d'Utilité Publique (RUP)

La SMAI a été reconnue d'utilité publique par décret du 2 juin 2015.

2.1 Principaux changements liés à la RUP

La Reconnaissance d'Utilité Publique est tout d'abord une reconnaissance de l'intérêt de la SMAI, ce qui peut être utile pour les actions grand public ou dans les discussions avec des administrations et des institutions.
La RUP ouvre la possibilité de recevoir des dons et legs à des conditions fiscales avantageuses.
La RUP permet plus globalement de disposer d'une capacité juridique élargie par rapport aux possibilités d'aller en justice ou de gérer des biens.
La RUP ouvre la possibilité de défiscaliser au moins partiellement les adhésions par les adhérents, selon que l'administration fiscale considère ou non les avantages consentis aux membres comme des contreparties du montant de l'adhésion. Les bulletins d'informations (type Matapli) ne sont pas considérés comme des avantages, au contraire (a priori) des tarifs réduits lors des congrès SMAI. Un avis sera demandé à l'administration fiscale sur cette question. Il est prévu de proposer une partie don dans l'adhésion 2016 avant d'étudier plus en profondeur la défiscalisation de la partie adhésion.
La RUP a nécessité quelques changements dans les statuts de la SMAI (les nouveaux statuts ont été votés lors de l'AG 2014) et son organisation, notamment le passage de 27 à 24 du nombre de membres du Conseil d'Administration. Le règlement intérieur doit également être modifié pour se mettre en accord avec les nouveaux statuts et le mode de fonctionnement de la SMAI. Le réglement intérieur doit passer devant le Ministère et la Préfecture, et être préalablement voté en Assemblée Générale. L'objectif est de voter le nouveau réglement lors de l'Assemblée Générale de 2016.
La RUP prévoit également la création d'un fond de dotation qui commence à 100 euros et qui doit être augmenté de 10% des revenus nets chaque année.

2.2 RUP et élections 2015 au Conseil d'Administration de la SMAI

Le Conseil d'Administration est renouvelé par tiers tous les ans.

Suite à la reconnaissance d'utilité publique de la SMAI, les nouveaux statuts s'appliquent avec notamment le passage de 27 à 24 du nombre de membres du Conseil d'Administration. Avec l'accord des candidats à l'élection et des membres du CA, 8 nouveaux membres ont été élus cette année au lieu de 9 afin de préparer au mieux cette transition.
Douze adhérents de la SMAI ont déposé leur candidature pour les élections 2015. Les professions de foi sont visibles sur le site de la SMAI.
Au total, 278 votes ont été exprimés, dont 3 blancs et 6 nuls.
Sont élus au Conseil d'Administration, par ordre décroissant de nombre de voix :
- Albert Cohen (sortant), 225 voix
- Valérie Perrier, 219 voix
- Christophe Chalons (sortant), 214 voix
- Simona Mancini, 200 voix
- Marguerite Zani, 176 voix
- Mathieu Lewin, 169 voix
- Thierry Champion, 162 voix
- Yohan Penel, 154 voix

Par ailleurs, le CA a accepté la démission de Virginie Bonnaillie-Noël et Gilles Faÿ, membres du CA élus respectivement en 2014 et 2013, ce qui porte bien à 24 le nombre de membres du CA. Virginie Bonnaillie-Noël et Gilles Faÿ sont membres invités du CA jusqu'à la fin de leur mandat initial.
La SMAI remercie les nouveaux et les anciens membres du CA pour leur implication dans notre association.
Thierry Goudon, appelé à de nouvelles fonctions jugées incompatibles avec le fait d'être membre du CA de la SMAI, a également donné sa démission. Le CA de la SMAI a proposé de contacter, dans l'ordre décroissant de nombre de voix obtenues, les candidats à l'élection des membres du CA 2015 n'ayant pas été élus pour le remplacer jusqu'aux prochaines élections en 2016. Le première personne contactée est donc E. De Rocquigny qui a accepté. Nous le remercions chaleureusement.
Thierry Goudon souhaite également être remplacé pour le parrainage des colloques, mais restera représentant au conseil scientifique du CIRM.

2.3 RUP et élections des membres du Bureau de la SMAI

Le passage à la RUP impose un nombre maximum de 3 vices-présidents (et non plus quatre), mais donne la possibilité d'avoir des secrétaires généraux et trésoriers adjoints.
Sont élus à l'unanimité pour une durée d'un an au Bureau de la SMAI :
Présidente : Fatiha Alabau
Trésorier : Emmanuel Gobet
Secrétaire général : Christophe Chalons
Secrétaire général adjoint aux publications : Albert Cohen

Vice-présidents : F. Issard-Roch (enseignement), F. Hubert (grand public) assistée de V. Louvet et Y. Penel, A. Ambroso (industrie) assistée de S. Kokh.

3 Vote des tarifs des adhésions 2016

Les tarifs d'adhésions sont maintenant votés par l'Assemblée Générale depuis le passage à la Reconnaissance d'Utilité Publique. Les tarifs ne changeront donc pas pour l'année 2016 et leur évolution sera mise à l'ordre du jour de la prochaine Assemblée Générale de 2016.

4 Nouvelles de la SMAI

4.1 Bilan du congrès SMAI 2015

Le congrès s'est très bien déroulé et a réuni environ 315 personnes qui sont majoritairement restées toute la semaine. Les conférences étaient très intéressantes.
Le bilan financier du congrès est légèrement positif.

4.2 Bilan de la restitution des résultats de l'EISEM et de la table ronde organisée au congrès SMAI 2015

Une soirée de restitution des résultats de l'Etude d'Impact Socio-Economique des Mathématiques en France a été organisée lors du congrès SMAI 2015, suivie d'une table ronde sur le thème "Le rôle clef des maths pour l'emploi et la croissance, comment mieux le faire (re)connaître ?"
L'Etude a été présentée par Stéphane Cordier (directeur d'AMIES) et les résultats par Emmanuel Trélat. Un article de revue sera publié conjointement dans le Bulletin Matapli 107 de la SMAI et dans la Gazette des Mathématiciens de la SMF. A noter que selon les résultats de l'Etude, les Mathématiques représentent un secteur essentiel dont le rôle est amené à se renforcer et qui impactent déjà le PIB à hauteur de 15 % et l'emploi à hauteur de 9 % en France. Toujours selon cette étude, les relations entre la recherche et l'Industrie pourraient cependant encore être améliorées. Une synthèse des résultats est disponible sur le site http ://www.agence-maths-entreprises.fr

4.3 Projet BOUM

Un nouveau projet BOUM a été soumis sur des méthodes d'homogénéisation mathématique pour les modèles de trafic routier par Guillaume Costeseque (post-docttorant, Equipe ACUMES, Inria Sophia-Antipolis). Cela porte à 4 le nombre de

projets BOUM acceptés et financés. Les projets BOUM se diffusent donc petit à petit au sein de la Communauté depuis leur lancement en mars 2015.
Le CA, sur proposition du Bureau, valide à l'unanimité l'ouverture des projets BOUM aux jeunes chercheurs recrutés MCF et CR depuis moins de 2 ans. Un message sera envoyé à la liste de diffusion de la SMAI.
La page internet des projets BOUM se trouve à l'adresse
http ://smai.emath.fr/spip.php ?article548.

4.4 Canum 2016

Le Canum 2016 devrait avoir lieu au VVF d'Obernai du 09 au 13 mai 2016. L'organisateur principal est Karim Ramdani (INRIA Nancy-Grand Est et Institut Elie Cartan de Lorraine).

4.5 Correspondants locaux et étrangers

Morgane Bergot remplace Thierry Dumont comme correspondant local à Lyon.
Pedro Freitas (Professeur au Department of Mathematics of the Faculdade de Motricidade Humana, T U Lisbon) est nommé correspondant étranger de la SMAI au Portugal.
Stéphane Dellacherie (Chercheur invité à l'école Polytechnique de Montréal au Département de Génie Mécanique et chercheur au CEA au Laboratoire LMEC du Centre de Saclay) est nommé correspondant étranger de la SMAI au Canada.
Snorre Christiansen (Professeur à l'Université d'Oslo) est nommé correspondant étranger de la SMAI en Norvège.

4.6 Numérisation des bulletins Matapli

La numérisation des bulletins Matapli est terminée et a été livrée à la SMAI. Des vérifications sont en cours pour s'assurer de la qualité de la numérisation et de la conformité avec le cahier des charges demandé à la société Inovcom.

4.7 Forum Emploi Mathématiques

La prochaine édition du Forum Emploi Maths (FEM), organisé par AMIES, la SMAI et la SFdS, aura lieu le 15 décembre 2016 à la cité des sciences et de l'industrie.
Pour la SMAI, Valérie Perrier coordonne le Forum dans sa globalité, Thierry Horsin coordonne la cellule Amphi, Emmanuel Audusse coordonne la cellule entreprise, et Laurent Boudin coordonne la cellule formation.
Cette année, le FEM propose de faire la promotion de forums locaux organisés en région. Les organisateurs peuvent demander un soutien financier à AMIES. Un site web pour recenser toutes ces actions est en cours de création.

5 Parité

Victorita Dolean a présenté les résultats d'une étude qu'elle a effectuée en collaboration avec Laurence Broze, Présidente de femmes & mathématiques.
Cette étude a fait l'objet d'un article publié dans le bulletin Matapli 106 et dans la Gazette des Mathématiciens, intitulé "Recrutements et promotions des femmes et des hommes en mathématiques, où en est-on ?". Il dresse un état des lieux très intéressant des recrutements des 5 dernières années.

6 Nouvelles des groupes thématiques

6.1 SMAI-MODE

6.1.1 Comité de liaison

Le nouveau comité de liaison du groupe est composé de :
Jean-Baptiste Caillau (Université de Bourgogne) (2011-2014 ; 2014-2017) - Responsable
Philippe Bich (Université Paris 1) -(2010-2013 ; 2013-2016) - Responsable financier
Francisco Silva (Université de Limoges) (2013-2016) - Secrétaire
Marianne Akian (Ecole Polytechnique, INRIA) (2015-2018)
Terence Bayen (Université Montpellier 2) (2011-2014 ; 2014-2017)
Alexandre Cabot (Université de Bourgogne) (2015-2018)
Sonia Cafieri (ENAC Toulouse) (2014-2017)
Olivier Fercoq (Telecom Paris) (2015-2018)
Fabien Gensbittel (GREMAQ, Université Toulouse-Capitole) (2014-2017)
Michel de Lara (CERMICS - ENPC) (2010-2013 ; 2013-2016)
Rida Laraki (CNRS, Ecole Polytechnique) (2013-2016)
Mounir Haddou (IRMAR, INSA de Rennes) (2015-2018)
François Malgouyres (Université Paul Sabatier, Toulouse) (2014-2017)
Jérôme Malick (CNRS, Laboratoire Jean Kuntzmann, Grenoble) (2012-2015)
Panayotis Mertikopoulos (CNRS, INRIA Grenoble) (2014-2017)
Dominikus Noll (Institut de Mathématiques de Toulouse, Université de Toulouse) (2013-2016)
Adam Ouorou (Orange Labs R&D) (2012-2015)
Oana Silvia Serea (Université de Perpignan) (2014-2017)

6.1.2 Prix de thèse PGMO 2015

Parmi les 9 membres du jury du prix, 3 ont été désignés par le groupe SMAI-MODE (F. Bonnans, J.-B. Hiriart-Urruty, M. Quincampoix).

Le prix PGMO 2015 a récompensé les thèses de Benjamin Martin (Nantes) et Samuel Vaiter (Paris Dauphine). Plus de détails peuvent être trouvés à l'adresse http ://www.fondation-hadamard.fr/fr/prixthese.

6.1.3 Participation au financement de mini-symposium

Le groupe a décidé de subventionner à hauteur de 1000 euros chaque mini-symposium organisé par MODE lors des prochains congrès SMAI.

7 Publications

7.1 Journal Maths in Action

Une reprise du journal est envisagée par M. Lewin et V. Calvez avec une nouvelle réflexion de la ligne éditoriale.

7.2 Discussions sur les APC (auteur-payeur) et prise de position du CS de l'INSMI

Le Conseil Scientifique de l'INSMI a émis une recommandation sur les modèles économiques de type APC "Article Processing Charge" le 9 avril 2015. Les APC sont proposés actuellement par certains éditeurs qui souhaitent coupler la vente des abonnements électroniques à des acquittements de frais de publication d'articles en accès libre. Le communiqué est disponible à l'adresse :
http ://www.cnrs.fr/insmi/spip.php ?article1216. La communauté mathématique semble majoritairement contre les APC.
Un message de Sandrine Malotaux, Responsable Département Coordination des négociations documentaires Consortium Couperin, indique par ailleurs qu'Elsevier vient de modifier sa politique concernant le droit des chercheurs à déposer leurs publications en archive ouverte : ce dépôt est désormais conditionné à un embargo (délai entre publication dans la revue et mise en accès libre via l'archive ouverte) de 12 à 24 mois selon les revues. L'objectif d'Elsevier est de pousser les chercheurs qui souhaitent ou doivent mettre leurs publications en open access à se détourner des archives ouvertes et privilégier l'open access en modèle auteur-payeur dit aussi "gold" (l'auteur paie des frais de publication pour que son article soit en open access chez Elsevier). Une pétition internationale a été lancée contre la nouvelle politique archive ouverte d'Elsevier[1]
Enfin, lors de la réunion des responsables EPRIST qui s'est tenue le 31 mars 2015 au ministère de l'Education nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, les responsables de l'IST des organismes de recherche (12 organismes

[1] voir https ://www.coar-repositories.org/activities/advocacy-leadership/petition-against-elseviers-sharing-policy.

représentés) se sont prononcés sur l'opportunité de coupler dans les discussions qui vont s'ouvrir entre Couperin.org et Springer la question du prix des abonnements et des frais de publications (APC) exigibles par cet éditeur lorsque des chercheurs français optent pour une publication en Open Access. Cette éventualité d'un couplage des deux négociations avait été évoquée lors du dernier Conseil d'administration Couperin.org.
Les membres d'EPRIST se sont nettement opposés sur l'éventualité d'une négociation couplée abonnements/APC entre Couperin.org et Springer.

8 Enseignement

8.1 Réflexion sur les enseignements avec la SIF

Un groupe de travail sur l'informatique au lycée a été mis en place avec pour but de définir un programme d'enseignement.
Les représentants de la SMAI dans ce groupe de travail sont F. Jouve, S.-M. Kaber et G. Peyré.
La création d'une option informatique dans le CAPES de Mathématiques est envisagée à partir du CAPES 2017.

8.2 Bilan de la commission de suivi de la stratégie Mathématiques

Les résultats du CAPES externe de mathématiques sont les suivants : 1097 admis en liste principale (et pas de liste supplémentaire) pour 1440 postes soit 343 postes perdus. Dans un communiqué du 02 juillet 2015 concernant le recrutement des enseignants, la CFEM souligne ainsi que la crise du recrutement des enseignants, en particulier dans certaines disciplines, est bien confirmée, voire amplifiée.
Il semblerait, bien qu'aucune annonce officielle n'ait été faite, que le dispositif EAP (Emplois d'Avenir Professeurs) soit amené à disparaître et qu'un nouveau dispositif est en train d'être expérimenté sous la forme d'un master en alternance.
Le communiqué de presse de la CFEM du 02 juillet 2015 est disponible sur
http ://www.cfem.asso.fr/debats/recrutement-enseignants-mathematiques.

9 Actions Grand Public

9.1 Semaine des mathématiques

L'édition 2015 a bénéficié d'une excellente dynamique, notamment autour du Forum Maths vivantes, avec un rayonnement international important à travers les

établissements français à l'étranger (une dizaine de pays participants). La couverture médiatique a été très importante, surtout dans la presse régionale. La couverture médiatique nationale devra être améliorée pour les prochaines éditions, ainsi que le recensement des activités proposées.
L'édition 2016 aura lieu du 14 au 20 mars (les Olympiades auront lieu le 16, et le concours Kangourou le 17) sur le thème *Maths et sports* à l'occasion de l'année du sport de l'école à l'université.

9.2 Lettre MaddMath

La liste de diffusion MADD Math (Mathématiques Appliquées Divulguées et Didactiques) est une initiative de la SMAI en direction du grand public et notamment des lycéen(ne)s. Elle s'inspire du projet italien du même nom, lancé par la SIMAI en 2009. L'objectif est notamment de montrer que les mathématiques sont un domaine très dynamique et très utile, avec des applications parfois inattendues ou amusantes. Le rythme des lettres est actuellement d'environ 4 par an (voir http ://smai.emath.fr/spip.php ?article460lang=fr pour plus de détails).
La liste de diffusion est toujours opérationnelle mais un changement de format est envisagé dans le but d'augmenter la fréquence de diffusion et le dynamisme, avec notamment la création d'un blog.
Un comité éditorial et un comité de rédaction ont été créés.
Ce changement de format implique un besoin de personnes souhaitant s'impliquer, notamment pour la rédaction, mais aussi un besoin financier pour acheter le blog.

9.3 A propos de Cap'Maths et Animath

Animath est une association présidée par M. Andler et Cap'Maths est un consortium issu des investissements d'avenir. Il semble que les difficultés financières de Cap'Maths et Animath conduisent certains lauréats des appels à projets de Cap'Maths à être en difficulté.
Le CA de la SMAI est favorable à une remise à plat de la comptabilité et de la trésorerie de Cap'Maths et Animath avant toute reprise de projets et d'activités. Sur la base d'éléments financiers précis, la SMAI pourrait alors éventuellement soutenir une structure ou une initiative précise mise en difficulté suite à ces problèmes financiers.
Le CO de Cap'Maths se réunira le 6 juillet 2015. Violaine Louvet y représentera la SMAI.

9.4 Mathématiciens dans les classes

Malgré tout l'intérêt porté à cette action, le CA de la SMAI ne souhaite pas que la SMAI s'engage et s'investisse à nouveau dans cette initiative tant que les pro-

blèmes financiers et de gestion soulevés plus haut ne sont pas assainis, ainsi que le mode de fonctionnement de Cap'Maths et Animath.

10 Date des prochains CA et possibilité d'utiliser la salle de visio-conférence de l'IHP

Les deux prochains CA auront lieu a priori le vendredi 02 octobre 2015 après-midi et le vendredi 08 janvier 2016 après-midi.
Dans la mesure du possible, une visio-conférence sera mise en place pour ces CA.

11 Divers

11.1 Elections 2015 des représentants au CA de l'IHP

Les résultats de l'élection des représentants au conseil de l'IHP sont notamment :
Elus pour le collège rang A UPMC :
- Francois Bolley
- Anne-Laure Dalibard
Elues pour le collège rang B UPMC :
- Agathe Guilloux
- Claire David
Elus pour le collège rang A Hors UPMC :
- Grégoire Allaire
- Véronique Maume-Deschamps
- Ellen Saada
Elus pour le collège rang B Hors UPMC :
- Jimmy Lamboley
- Mathilde Mougeot
- Grégory Schehr

11.2 Projet d'arrêté sur le doctorat

Edwige Godlewski a accepté de représenter la SMAI pour envisager l'écriture d'un texte commun relatif au projet d'arrêté sur le doctorat lors d'une réunion organisée à l'initiative de la Société Informatique de France (SIF) et avec la SMAI, la SFdS, la SMF, la Société Française de Physique (SFP), la Société Française d'Optique (SFO), la Société Chimique de France (SCF), et la Société Professionnelle des Enseignants et Chercheurs en Informatique de France (Specif-Campus).
Des discussions suivies et très riches entre les sociétés impliquées et notamment la SMAI sur le contenu de ce texte sont encore en cours.

11.3 Plaquette à destination des CPGE

La mise en place de la plaquette à destination des CPGE, pour laquelle la SMAI et la SFDS ont été sollicitées par Charles Torossian (Inspecteur Général de l'éducation nationale), est en cours de finalisation. Son objectif est d'attirer les élèves de CPGE vers les masters de mathématiques des universités, et le concours de l'agrégation, en parlant aussi des métiers.

11.4 Refonte du site web de la SMAI

Une discussion s'est engagée au sujet de la rénovation du site, sur les aspects techniques mais aussi sur l'affichage à l'intérieur et à l'extérieur de la communauté. Un groupe de réflexion a été mis en place pour rédiger un cahier des charges précis avant de faire des demandes de devis auprès d'entreprises spécialisées.

Compte rendu — Conseil d'Administration 2 octobre 2015

Présents : F. Alabau, C. Chalons, J.-S. Dhersin, E. Gobet, F. Hubert, F. Lagoutière, A. Lejay, T. Lelièvre, M. Lewin, A. Lisser, Y. Penel, M. Zani
Présents (en visio) : T. Champion, V. Dolean, V. Louvet, S. Mancini, B. Nkonga, V. Perrier, A. Samson, C. Scheid.
Reprśentés : A. Cohen, F. Issard-Roch.
Excusés : A. Ambroso, J.-B. Caillau, M. Lavielle.

12 Nouvelles de la SMAI

12.1 Comité Scientifique du CANUM 2016

Le CA de la SMAI et le comité local d'organisation du prochain CANUM 2016 (IECL, Nancy) ont établi conjointement le comité scientifique du prochain congrès d'analyse numérique 2016. Il sera formé par :
- Christophe Besse
- Virginie Bonnaillie
- Franck Boyer
- Annalisa Buffa
- José A. Carrillo
- Monique Dauge
- Benjamin Jourdain
- Antoine Lejay

- Gabriel Peyré
- Stéphanie Salmon

12.2 Organisation des prochains CEMRACS 2017 et CANUM 2018

Bruno Bouchard (CEREMADE, Paris Dauphine), Jean-François Chassagneux (LPMA, Paris Diderot), François Delarue (LJAD, Univ. Nice), Emmanuel Gobet (CMAP, Polytechnique) et Jérome Lelong (LJK, Ensimag) ont déposé un projet d'organisation du CEMRACS 2017 (17 juillet - 25 août) sur le thème "Numerical methods for stochastic models : control, uncertainty quantification, mean-field".
Le CANUM 2018 sera organisé par le Laboratoire de Mathématiques de l'Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines (LMV, UVSQ).

13 Grand Public

13.1 Projet de cycle SMAI bi-site Musée du CNAM (Paris) / Academie Belles Lettres -MMI (Lyon)

La SMAI réfléchit à la mise en place d'un cycle SMAI attractif comme activité Grand Public de mathématiques appliquées (au sens large) et ouvert sur le public, dont l'organisation pourrait être bi-site. Il pourrait s'agir par exemple d'un cycle "Une invention, des mathématiques : de l'invention à aujourd'hui" autour des collections du musée du CNAM, avec le support de la MMI (Maison des Mathématiques et de l'Informatique) et de l'Académie des Sciences et Belles Lettres de Lyon. Le CA a échangé sur les modalités de mise en place de ce projet, notamment sur le public visé, le comité d'organisation, le comité scientifique et sur une liste de premiers intervenants.

13.2 Cap'Maths et Animath

La situation d'Animath s'est améliorée suite au versement durant l'été d'un appel de fond correspondant à des dépenses de 2013. La reprise de l'action "Les Maths, ça sert", avec le concours en secrétariat de la fondation C'Génial, est en bonne voie. Deux autres appels de fond pour des dépenses de 2013 et 2014 et du premier trimestre 2015 ont également été remis à l'ANRU. Le paiement retardé de ces appels fragilise les associations porteuses de projet.
La structure pérenne qui doit succéder à Cap'Maths serait une fondation nationale portée par une équipe lyonnaise menée par Petru Mironescu, responsable du labex Milyon. Le CGI (le Commissariat général à l'investissement chargé de

la mise en œuvre du programme d'investissements d'avenir) souhaite mettre à la disposition de ce projet de structuration de l'activité de diffusion en mathématiques et informatique une partie des fonds Cap'Maths.

13.3 Don à Animath et situation du projet "Mathématiciens dans les classes"

La SMAI a reçu une demande d'un don de 1500 euros pour Animath. Le Bureau et le CA ont donné leur accord et proposent de signer une convention expliquant que le don constitue la contribution de la SMAI aux difficultés rencontrées par le projet.
Il est envisagé que l'action "Mathématiciens dans les classes" reprenne cette année. La SMAI souhaiterait obtenir davantage d'informations sur les modalités de cette reprise. La position exprimée en CA est de ne pas s'engager pour l'instant.

13.4 Semaine des maths

La Semaine des mathématiques montre à tous les élèves des écoles, collèges et lycées ainsi qu'à leurs parents, une image actuelle, vivante et attractive des mathématiques. La cinquième édition aura lieu du lundi 14 au dimanche 20 mars 2016, avec pour thème "Maths et Sports".
Plusieurs personnes travaillant sur ce thème ont été contactées par des membres du CA.

14 Enseignement

Le nouveau président du jury du CAPES est Loic Foissy. La ministre a annoncé lors de sa conférence de rentrée que le concours verrait la création d'une option informatique pour la session 2017. Les modalités précises d'organisation n'en sont pas encore connues.
Les projets de programme de mathématiques pour les cycles 2, 3 et 4 élaborés par le CSP (Conseil Supérieur des Programmes) ont été rendus publics le 18 septembre 2015 par la ministre. Ils peuvent être consultés sur la page dédiée du site de la CFEM

http ://www.cfem.asso.fr/actualites/nouveaux-programmes-math-2015

Le prochain salon de l'éducation ONISEP aura lieu du 19 au 22 novembre à la porte de Versailles. Une stand commun sera tenu par la SMAI, la SMF et l'asso-

ciation Femmes et mathématiques. Le thème retenu pour cette année est "Formations et métiers pour une planète durable".

15 Vie de la SMAI

15.1 Prix Louis Bachelier

Le processus pour le prochain prix Louis Bachelier est lancé et le comité de sélection doit être formé. Une première liste de membres possibles pour ce comité, proposée avec l'avis du Conseil Scientifique de la Fondation Natixis et de la SMAI et devant être soumise à la LMS, a été discutée lors de ce CA.

15.2 Convention de partenariat SMAI-AMIES

Un avenant à la convention de partenariat SMAI-AMIES pour la période 2015-2017 a été établi pour les RMI (Rencontres Math-Industrie) et validé par le Bureau et le CA de la SMAI. Les modifications concernent essentiellement le partage des bases de données et le pilotage commun de l'organisation des RMI.

15.3 Grilles salariales et gestion des secrétariats

Dans le cadre de la nouvelle législation, une mutuelle a été proposée aux secrétaires de la SMAI pour une mise en place au 1er janvier 2016. La SMAI prend à sa charge la moitié du prix de l'adhésion. Une secrétaire a accepté, l'autre non car bénéficiant déjà d'une mutuelle familiale.

Afin de faciliter la projection de carrière des secrétaires, la SMAI souhaite mettre en place des grilles indiciaires de salaires calquées sur celles du CNRS. Ces grilles dicteraient combien de temps la salariée reste dans un échelon, et de combien l'indice augmente d'échelon en échelon à l'ancienneté, et jusqu'à quel indice limite. En fin d'échelon, la solution pour la salariée qui souhaite continuer à évoluer est de changer de catégorie en acceptant de nouvelles responsabilités et missions (nouvelle fiche de poste). La mise en place d'un système de primes est envisagée et la prise en charge des jours de carence imposés par la SS lors d'arrêts maladie a également été discutée.

Le principe des grilles salariales et des primes a été adopté à l'unanimité par le CA.

La SMAI envisage de recruter un ou une responsable administratif pour soutenir le développement de l'activité et prendre des responsabilités plus importantes

dans l'organisation des congrès et manifestations (CANUM, congrès SMAI, CEMRACS...), dans la mise à jour du site web...

15.4 Responsabilités au sein de la SMAI

Le CA de la SMAI est à la recherche de personnes (en son sein ou non) acceptant de s'impliquer sur différents aspects liés aux nombreuses activités de la SMAI, notamment pour le comité de rédaction du Matapli, la lettre électronique MaddMath, et le suivi et la relance des adhésions. Concernant ce dernier point, la question de la remise à plat complète de la base des adhérents est posée. Un cahier des charges précis devra être réalisé pour envisager une externalisation de la prestation.
Simona Mancini a accepté d'être responsable des actions vers les correspondants locaux de la SMAI. Nous envisageons notamment d'organiser une journée annuelle des correspondants locaux, et de mettre à leur disposition des transparents présentant les activités de la SMAI, afin qu'ils puissent relayer ces informations au sein des laboratoires. L'objectif est d'avoir une articulation plus suivie avec les correspondants locaux pour une meilleure connaissance et diffusion des actions de la SMAI.

15.5 Financement du prix Jacques-Louis Lions et autres prix

La dotation initiale du prix Jacques-Louis Lions, provenant de l'Association Colloque Jacques-Louis Lions, est épuisée et ne permet donc plus le financement du prix (le prix est financé à 80 % par l'Académie des Sciences et à 20 % par la SMAI). Bien que la pérennité de ce prix ne soit pas remise en cause, la SMAI profite de cette étape pour réfléchir à l'organisation et au financement de ses prix, ainsi qu'à la création de nouveaux prix scientifiques ou de vulgarisation des mathématiques appliquées et d'investissement dans la communauté.

15.6 Site Web

Le SMAI réfléchit à la refonte de son site web. Un premier cahier des charges a été préparé par Antoine Lejay, avec l'aide de Marguerite Zani et Yohan Penel. Deux entreprises ont été contactées et des discussions sont engagées. En lien avec ce projet, un groupe de travail piloté par Yohan Penel va être mis en place pour mener une analyse de l'image et de l'identité visuelle souhaitées de la SMAI. Les résultats de ce groupe de travail devraient permettre de guider l'habillage du nouveau site mais aussi d'améliorer la communication extérieure de la SMAI.

16 Nouvelles des groupes thématiques

16.1 SMAI-MAIRCI

Violaine Louvet, responsable actuelle du groupe, souhaite passer la main. La thématique de MAIRCI est importante et doit être visible à la SMAI. La difficulté de ce groupe vient du fait qu'il est transverse et que les membres de la SMAI se retrouvent d'abord dans un des autres groupes (GAMNI par exemple), avant d'être dans MAIRCI. L'organisation de journées avec d'autres structures (groupes thématiques ou GDR) a bien marché et doit sans doute être développée. La thématique a vocation à faire le lien avec la SIF.
Une discussion va être engagée avec le conseil scientifique de la SMAI sur l'évolution du groupe et rediscuté lors d'un prochain CA.

16.2 SMAI-MODE

Le comité de liaison du groupe SMAI-MODE réuni le 18/09/2015 a réélu le bureau suivant : J.-B. Caillau (responsable), P. Bich (responsable financier) et F. Silva (secrétaire).
Quelques manifestations en lien avec les thématiques du groupe :
- Journées SMAI-MODE 2016 à Toulouse du 23 au 25 mars 2016
- Trimestre Labex CIMI (Toulouse) sur le machine learning, septembre-décembre 2015
- PGMO days, 27-28 octobre 2015 (avec remise des prix de thèse le 27), à l'ENSTA Paristech
- Journée Industrielle des GdR MOA & RO : "L'optimisation et la programmation mathématique en contexte industriel", 12 novembre 2015, à l'IHP
- Workshop on Optimal Control of Partial and Ordinary Differential Equations, 16-17 novembre 2015, à l'école Polytechnique
- Second Workshop on Optimization for Image and Signal Processing, 7-9 décembre 2015 à l'IHP
- 10th International Young Researcher Workshop on Geometry, Mechanics and Control, 13-15 janvier 2016, à l'IHP

16.3 SMAI-GAMNI

Le groupe SMAI-GAMNI souhaite être candidat à l'organisation d'une conférence européenne conjointe IACM-ECCOMAS en 2020, avec comme partenaires IACM (International Association for Computational Mechanics), ECCOMAS (European Community on Computational Methods in Applied Sciences),

SMAI-GAMNI et CSMA (Computational Structural Mechanics Association). D'autres pays pourraient également être candidats.
Les jurys pour le prix de thèse et le prix Blaise Pascal seront bientôt constitués.

16.4 SMAI-MAS

Les prochaines journées MAS se tiendront à Grenoble du 29 au 31 août 2016.

17 Divers

Le CIRM augmentera ses capacités d'accueil à partir de la fin de l'année 2017, ce qui devrait permettre d'accueillir davantage de manifestations auto-financées.

Une consultation nationale sur la future loi sur le numérique a débuté le 26 septembre, pour une durée de trois semaines. Il est possible de participer en s'inscrivant sur le site

https ://www.republique-numerique.fr/consultations/projet-de-loi-numerique/consultation/consultation

Il est à noter que l'article 9 intitulé "Libre accès aux publications scientifiques de la recherche publique" aura certainement un impact considérable sur la recherche française. Des informations plus précises ont été envoyées aux adhérents de la SMAI par Fatiha Alabau, Présidente de la SMAI.

SMAI Members:

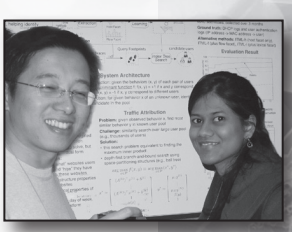
Join SIAM®

at a 30% discount!

If you live outside the United States, join SIAM as a reciprocal member and become part of our international and interdisciplinary community of educators, practitioners, researchers, and students from more than 100 countries working in industry, laboratories, government, and academia.

SIAM offers you:

- Subscriptions to *SIAM News* and *SIAM Review*
- Discounts on SIAM books, journals, and conferences
- Eligibility to join SIAM activity groups
- *SIAM Unwrapped* (member e-newsletter)
- The ability to nominate two students for free membership
- Eligibility to vote for or become part of SIAM leadership
- Eligibility to nominate or to be nominated as a SIAM Fellow



Go to www.siam.org/joinsiam to join online as a reciprocal member and receive a 30% discount.

JOIN TODAY

www.siam.org/joinsiam

SOCIETY for INDUSTRIAL and APPLIED MATHEMATICS

3600 Market Street, 6th Floor, Philadelphia, PA 19104-2688 USA
Phone: +1-215-382-9800 · Fax: +1-215-386-7999 · membership@siam.org · www.siam.org

11/15

Quelques nouvelles de l'Insmi

1 Délégations CNRS 2015

La campagne des délégations 2015 s'est achevée pour l'Insmi avec un bilan de 101 années de délégations sur un total de 480 années. À titre de comparaison, en 2014, le bilan était de 102,5 pour le même total. Ainsi, comme les années précédentes, bien qu'il soit le plus petit des dix instituts du CNRS, l'Insmi bénéficie d'un cinquième des délégations mises en jeu. En effet, la communauté mathématique est très universitaire et a donc davantage recours aux délégations que d'autres disciplines.

Ces 101 années se répartissent en 6 délégations d'un an à temps plein et 190 délégations d'un semestre ou d'un an à temps partiel (14 et 177 en 2014). Ce sont donc 196 collègues qui bénéficieront d'une délégation durant l'année universitaire 2015/2016 (191 en 2014/2015). Sachant que l'institut avait reçu 256 demandes, le pourcentage de satisfaction est de 77% (285 demandes), contre 67% de satisfaction en 2014.

Rappelons que depuis la campagne 2013, l'étape finale de l'attribution des délégations se fait au niveau des "sites" et est arbitrée par son délégué scientifique référent (DSR). Celui-ci recueille les avis élaborés par les sections du comité national puis dialogue avec les directions d'établissements et les instituts. Les dossiers sont évalués par les sections de l'institut dont relèvent les laboratoires d'affectation. En 2015, une seule demande a été examinée par une section d'un autre institut que l'Insmi. L'expertise scientifique des dossiers effectuée par la section 41 du comité national s'est basée sur la liste de critères élaborée conjointement par le comité national et l'Insmi, liste qui est publiée sur le site de la section. Comme toujours, le projet scientifique a été l'élément déterminant de l'évaluation du dossier. Rappelons aussi que la fiche synthétique demandée par l'Insmi doit être renseignée clairement. En particulier, les informations concernant les services faits lors des années précédentes, les décharges, les CRCT et les délégations auprès d'autres organismes de recherche (Inria par exemple) doivent y apparaître. Enfin, concernant les accueils en UMI, il faut penser à se signaler auprès du directeur adjoint scientifique en charge de l'international ; pour mémoire, un appel d'offre spécifique est envoyé aux laboratoires durant l'automne.

2 Postes de chercheurs associés 2015

Chaque année, lors des demandes effectuées par les unités dans le cadre du dialogue de gestion, il est possible de demander des postes de chercheurs associés (postes rouges). Ces postes permettent de faire venir dans nos unités (UMR, UMS, FR) des chercheurs venant de l'étranger qui sont embauchés sur un contrat à durée limitée d'une durée d'au moins 3 mois.

Dans ce cadre, à l'automne 2014, l'Insmi a reçu 53 demandes (62 en 2013). Comme les années précédentes, l'Insmi a affecté tous ses crédits de CDD chercheur pour les invitations de chercheurs étrangers confirmés. Les dossiers scientifiques ont été évalués par le comité national et 40 (30 en 2013) de ces demandes ont été acceptées, 32 DR et 8 CR. Ces postes de chercheurs associés correspondent annuellement à 9,25 emplois à temps plein (111 mois). Parmi ces demandes, 18 mois concernent l'organisation des semestres à l'IHP, et 27 mois des chercheurs issus de nos UMI/LIA. Le solde de 66 mois, soit 59% de ces postes de chercheurs invités, répondaient à des demandes des UMR et Fédérations de l'Insmi.

3 Programmes PEPS et assimilés pour 2015

Chaque année, l'Insmi s'associe à des appels d'offre du CNRS qui peuvent intéresser les mathématiciens. Ces appels d'offre, souvent interdisciplinaires, sont essentiellement de trois types :

1. ceux gérés directement par l'Insmi ou en collaboration avec d'autres instituts,
2. ceux pilotés par les missions du CNRS,
3. les Peps de site gérés et financés conjointement par la Mission pour l'Interdisciplinarité (MI) et le site.

Globalement, on observe une faible pression du côté des mathématiques et les collègues sont vivement encouragés à candidater. Les appels d'offre sont relayés dans la lettre de l'Insmi ou sur le site internet.

Le format le plus répandu est le Peps (Projet Exploratoire Premier Soutien) qui vise à soutenir des recherches à haut risque, sur des sujets innovants peu subventionnés par les appels d'offre traditionnels. Les Peps servent donc à lancer un sujet ou une nouvelle collaboration. Le dossier de candidature est extrêmement léger (4 à 6 pages) et nécessite un faible niveau de détails. Les projets portés par des jeunes chercheurs sont très appréciés par les évaluateurs. Typiquement, ces

projets durent un ou deux ans, avec un budget annuel de 5 à 10 kEuros. Le budget peut être utilisé pour du fonctionnement et du matériel et ne permet donc pas de payer des salaires ou des subventions de stage (à l'exception des Peps de site pour lesquels la contribution partielle du site permet éventuellement un financement de salaire). Les crédits sont versés directement dans les laboratoires et doivent être dépensés au cours de l'année civile. Pour les appels interdisciplinaires, les projets sont évalués par des experts de deux disciplines et il est donc important que la rédaction des projets soit faite en coordination avec tous les collègues impliqués dans le projet.

Détaillons les projets portés par des membres de laboratoires relevant de l'Insmi durant l'année universitaire 2014-2015. Notons que des mathématiciens sont également impliqués dans plusieurs autres projets portés par des membres de laboratoires relevant d'autres instituts.

1. Sous l'impulsion de l'INS2I, nous avons lancé le Peps FASciDo sur les sciences des données, pour lequel 4 projets ont bénéficié d'une subvention totale de 60 kEuros environ.
2. Dans le cadre de la Mission pour l'Interdisciplinarité, plusieurs projets sélectionnés sont portés par un membre d'un laboratoire relevant de l'Insmi. Cette année, l'Insmi a été concerné par les projets suivants :
   - le défi Infinity en lien avec la physique théorique (4 projets portés par des mathématiciens parmi les 28 projets sélectionnés),
   - le Peps FaiDoRa autour des problèmes liés aux faibles doses (1 projet sur 7),
   - le Peps MoMIS sur la modélisation en sciences sociales (2 projets sur 13),
   - le défi Littoral sur les nouvelles approches pour le littoral (3 projets sur 9),
   - un projet commun Insmi-INSB sur les signaux physiologiques.

   L'enveloppe totale correspondant à ces projets est d'environ 140 kEuros. Par ailleurs, un Peps-égalité a été lancé en 2015 avec la Mission pour la place des femmes et l'égalité professionnelle. 15 des 18 projets présentés ont été financés pour un montant total de 55 kEuros environ. Ce Peps était adossé sur un contrat européen obtenu par la Mission.
3. Les Peps de site se gèrent au niveau des territoires, où les politiques de site conduisent à des regroupements d'établissements. En effet, l'interdisciplinarité est souvent utilisée comme source et force de structuration scientifique. Depuis 2012, la Mission pour l'Interdisciplinarité a mis en oeuvre une dizaine d'actions de type Peps de site qui ont été co-construits par le CNRS (avec la délégation régionale et le délégué scientifique référent du

site) et les partenaires. En 2015, un appel d'offre Peps de site a été lancé sur les sites de Bordeaux, Grenoble, Strasbourg, Lyon, Lille, Nice, Lorraine, Sorbonne Université, Paris Sciences et Lettres, Guyane, Toulouse, Marseille, Saclay, Paris-Est, Clermont-Ferrand, Montpellier. Les dossiers déposés reçoivent une évaluation externe puis une évaluation conjointe par le site et le CNRS. Dans ce cadre, une quinzaine de projets portés par des membres de laboratoire relevant de l'Insmi ont été sélectionnés pour un montant total de 146 kEuros.

4 Les Unités Mixtes Internationales (UMI) de l'Insmi

4.1 Le Réseau des UMI

Une UMI du CNRS ou Unité Mixte Internationale est un laboratoire dont l'une des tutelles est le CNRS et une au moins des autres tutelles est une institution étrangère. Son statut en fait un laboratoire français à part entière (où les chercheurs français peuvent être en poste, éligible aux appels d'offres de l'ANR ou de l'Union Européenne), sans toutefois lui enlever le statut de laboratoire du pays hôte (éligible aux appels d'offres des agences de moyens etc.). Les UMI sont relativement récentes.

En dehors des questions de statut, le réseau des UMI rattachées à l'Insmi s'est construit dans l'idée de nouer un ensemble de partenariats durables avec de grands centres internationaux permettant des échanges pérennes, le développement d'une recherche collaborative active ainsi que des échanges de jeunes chercheurs. Il s'agit du moyen principal de l'Insmi pour soutenir la mobilité internationale de notre communauté, à côté des dispositifs d'invitations personnelles dont disposent certaines institutions. À l'heure actuelle, le réseau comporte neuf UMI.

- Le *Centre de Modélisation Mathématique* (CMM) de Santiago - Chili est la plus ancienne UMI du CNRS à laquelle nous sommes associés depuis la création du centre lui-même en 2000. Le CMM a plusieurs dizaines de chercheurs permanents. L'UMI-CMM est dirigée par Alejandro Jofre. Les recherches menées au CMM conduisent à un large spectre d'applications. Le CMM est en lien direct avec l'industrie du pays et, du fait de son positionnement, l'UMI-CMM accueille également de manière régulière des chercheurs français relevant de l'Institut des sciences de l'information et de leurs interactions (INS2I) du CNRS.
- L'*Instituto National de Mathemática Pura e aplicada* (Impa), à Rio de Janeiro-Brésil, premier laboratoire créé par le CnPq brésilien au début des années 50, est associé au CNRS en qualité d'UMI depuis 2005. L'Impa a plusieurs dizaines de

chercheurs permanents. L'UMI-Impa est dirigée par Cesar Camacho (directeur) et Claudio Landim (directeur adjoint). L'Impa a été moteur dans la mise en place du réseau d'échanges France-Brésil qui permet des visites croisées de courte durée. Lieu d'excellence historique pour les systèmes dynamiques, les thématiques de l'Impa s'élargissent continuellement.

- Le *Centre de Recherches Mathématiques* (CRM) à Montréal - Canada, consortium de six Universités de la région, regroupe les forces vives des mathématiques du Québec et de ses environs immédiats, soit plusieurs centaines de permanents. Il est associé au CNRS en qualité d'UMI depuis 2011. L'UMI-CRM est co-dirigée par Emmanuel Giroux et Luc Vinet. Organisant régulièrement des semestres thématiques, le CRM est également un lieu de rencontres internationales. En effet, le spectre scientifique du CRM est large, couvrant l'ensemble des mathématiques ainsi que l'informatique théorique et la physique mathématique.
- Le *Pacific Institute for the Mathematical Sciences* (Pims) est un consortium de neuf universités de l'Ouest du Canada et du Nord-Ouest des USA. L'UMI-Pims est dirigée par Martin Barlow. Il regroupe le potentiel scientifique du Nord Ouest de l'Amérique et regroupe plusieurs centaines de permanents. Le Pims dispose de locaux dans l'ensemble des universités partenaires. Organisant régulièrement des programmes thématiques, il est également un lieu de fort passage. Le spectre scientifique couvre l'ensemble des mathématiques et l'informatique théorique est très présente dans les échanges. Le Pims est associé au CNRS en qualité d'UMI depuis 2007.
- L'*Indo French Center for Applied Mathematics* (Ifcam) est basé à l'Indian Institute of Science à Bangalore - Inde. L'UMI a été créée en 2012 et a permis la mise en réseau de l'ensemble des chercheurs Indiens en mathématiques appliquées ainsi que ceux travaillant aux interfaces avec la physique et la biologie et souhaitant collaborer avec les chercheurs français. L'UMI est dirigée par Govindan Rangarajan (directeur) et Jean-Pierre Raymond (directeur adjoint). L'Ifcam organise régulièrement des appels à projets collaboratifs entre équipes.
- Le *Laboratoire Poncelet* est basé à l'Université indépendante de Moscou - Fédération de Russie, elle-même créée en pleine perestroïka. Il s'agit d'une petite structure légère, conçue pour être un point d'entrée vers l'école Russe. Il est associé au CNRS en qualité d'UMI depuis 2005. L'UMI est dirigée par Sergei Nechaev. Son spectre est large et couvre l'ensemble des mathématiques ainsi que la physique théorique et l'informatique. Il organise des activités thématiques autour des chercheurs y séjournant.
- L'*Institut CNRS-Pauli* (ICP), basé au Wolfgang Pauli Institute (WPI) dans les locaux de l'Université de Vienne - Autriche est une UMI depuis 2004. Structure légère, le WPI est principalement axé sur les mathématiques appliquées et

leurs interactions. L'UMI-ICP est dirigée par Norbert Mauser. Les chercheurs séjournant à l'ICP se voient offrir la possibilité de participer à ou d'organiser un programme thématique du WPI.

– Le *Laboratoire Fibonacci* est basé au Centro di Ricerca Matematica Ennio de Giorgi et adossé à l'école Normale Supérieure de Pise (Italie) qui rassemble plusieurs dizaines de permanents. Il est associé au CNRS en qualité d'UMI depuis 2008. Le Centre de Giorgi héberge de très nombreuses rencontres. Il est à ce titre un lieu privilégié pour rencontrer les chercheurs internationaux travaillant dans les domaines d'excellence de l'école Italienne. L'UMI est dirigée par Stefano Marmi (directeur) et David Sauzin (directeur adjoint).
– L'UMI *Eurandom*, basée à l'European Institute for Statistics, Probability, Stochastic Operations Research and their Applications à Eindhoven (Pays Bas) est une UMI depuis 2008. À la date de sa création, le centre était un Institut pour chercheurs post-doctorants. Le centre a évolué pour devenir un centre de conférences et d'accueils de visiteurs dans le domaine de l'aléatoire. Il connaît un flux important de visiteurs internationaux dans ce domaine. L'UMI-Eurandom est dirigée par R. W. van der Hofstad.

À côté de ces UMI, plusieurs accords permettent aux collègues de faire des séjours de moyenne durée dans des institutions étrangères. À l'heure actuelle, les principaux partenaires sont le Mathematical Sciences Institute de Canberra et l'Université Nationale Autonome du Mexique qui abritent tous deux un Laboratoire International Associé (LIA) et d'autre part, l'Imperial College London, les Universités de Pékin et de Tsinghua, à travers des accords ad hoc. Il faut noter que ces accords ne permettent néanmoins pas d'affecter un chercheur sur place du fait de l'absence d'UMI. Le succès de ces échanges pourrait permettre de proposer la mise en place d'une Unité Mixte Internationale en ces lieux.

4.2 Évaluation et renouvellement

Les UMI sont évaluées sur une base quadriennale, en fin de contrat. Elles soumettent à cet effet un dossier qui inclut un rapport d'activité et un projet pour les quatre années à venir. Cette évaluation a lieu en deux temps : une visite sur place par un comité de visite complétée par un avis émis par le Comité National du CNRS. Les conclusions de cette évaluation, conduite par la partie française sont partagées avec le partenaire qui mène sa propre évaluation suivant ses procédures et usages. Dans certains cas, il est convenu de conduire conjointement le comité de visite. Passée la phase d'évaluation, le CNRS conduit des discussions avec les partenaires concernés pour renouveler le laboratoire commun. Une UMI peut être renouvelée deux fois.

4.3 Séjours en UMI

Pour encourager la recherche collaborative, les séjours de moyenne durée en UMI sont facilités et soutenus avec des moyens propres permettant le financement d'invitations. Le séjour type est de six mois à un an.

D'un point de vue pratique, les collègues ayant un projet scientifique dans l'une des UMI peuvent répondre à l'appel d'offre lancé par l'Insmi au mois d'octobre. Cet appel d'offre se clôt en décembre et consiste en un dossier léger présentant le projet scientifique impliqué. Le projet porte sur l'année universitaire suivante voire, dans certains cas particuliers, la fin de l'année universitaire en cours (second semestre). En parallèle, les collègues intéressés doivent se mettre en relation avec l'équipe d'accueil qui souhaite les inviter et le directeur de l'UMI. L'Insmi se concerte avec chacun des laboratoires internationaux pour connaître leurs priorités et procède à un arbitrage en fonction des moyens disponibles.

L'Insmi dispose de plusieurs moyens d'accompagnement de ces mobilités. Il y a tout d'abord les moyens que le partenaire met dans le laboratoire commun par le financement d'invitations qui suivent les règles de chaque laboratoire d'accueil et peuvent différer d'un laboratoire à l'autre. Il existe aussi un soutien forfaitaire sous la forme de frais de mission que l'Insmi verse au laboratoire d'origine du collègue. Pour les chercheurs CNRS, l'Insmi peut organiser la mobilité sous la forme de l'affectation directe, le chercheur est alors officiellement en poste dans l'UMI (et non pas en mission depuis son laboratoire d'origine) sous le régime de l'expatriation. Dans ce dernier cas, les collègues reçoivent une indemnité suivant des règles fixées par le ministère des affaires étrangères et du développement international. Le montant de l'indemnité dépend notamment du pays d'accueil et de la situation de famille. Dans tous les cas, les collègues conservent leur traitement d'origine, les moyens servant à compenser les surcoûts liés au déplacement, le plus souvent en famille.

Les collègues universitaires peuvent aussi être affectés en UMI dans le cadre de la délégation CNRS et sont donc encouragés à déposer une demande de délégation au CNRS. Le processus d'attribution des soutiens à la mobilité en UMI est donc contraint par le calendrier d'attribution des délégations.

Nous recevons actuellement une trentaine de demandes, souvent d'un semestre, et disposons des moyens permettant de financer environ une dizaine d'années d'affectation sous le régime de l'expatriation. Compte tenu des autres types de soutien, il est possible actuellement de satisfaire la majorité des demandes ; la pression est pour l'instant comparable à celle que l'on peut connaître sur les campagnes de délégations.

Les collègues dont le départ est prévu début septembre doivent prévoir une certaine disponibilité en été : outre les questions pratiques à régler sur place, l'obtention d'un titre de séjour peut être chronophage et les documents officiels à destination des ambassades ne peuvent être signés par les services du CNRS qu'une fois la notification de délégation parvenue (c'est-à-dire pas avant juin).

Virginie Bonnaillie-Noël
Sinnou David
Clotilde Fermanian Kammerer
Mathieu Lewin

À propos de la campagne d'attribution de la PEDR-2015 de l'Insmi

Le passage de la Prime d'Excellence Scientifique à la Prime d'Encadrement Doctoral et de Recherche s'est accompagné cette année d'une nouvelle orientation en faveur des jeunes chercheurs par le CNRS. En effet, à partir de 2015, les CR2 nouvellement recrutés se voient proposer automatiquement de postuler à la PEDR dès leur arrivée au CNRS. En conséquence, cette année, deux promotions de jeunes chercheurs (ceux recrutés en 2015 ainsi que ceux de 2014) ont déposé leur première candidature à la PEDR. Le comité pour la PEDR à l'Insmi accorde toujours une attention particulière aux dossiers des chercheurs CR2. De ce fait, le nouveau dispositif s'étant mis en place à budget constant, le changement de procédure a conduit à un manque flagrant de primes pour les autres candidats, en contraste manifeste avec le niveau remarquable des dossiers que le comité pour la PEDR a examinés.

Le comité PEDR - Insmi (CNRS) : Virginie Bonnaillie-Noël, Jean-Benoît Bost, Vincent Colin, Sinnou David, Clotilde Fermanian Kammerer, Nicolas Fournier, Sandrine Grellier, Michaël Heusener, Sandrine Péché, Christoph Sorger, Zoubeir Zadvat.

Nash et les équations aux dérivées partielles

par
Cédric Villani
Université de Lyon & Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
F-75231 Paris Cedex 05
France
villani@math.univ-lyon1.fr

Un jour de mai 2015, à l'Université d'Oslo, je pris la parole devant un amphithéâtre plein, pour donner le coup d'envoi d'une séance très spéciale. Le public retint son souffle quand le premier orateur, John Forbes Nash, âgé de 86 ans, descendit sur scène et commença son exposé avec une voix légèrement tremblante. Au premier rang se tenait Louis Nirenberg : les deux vétérans se connaissaient depuis soixante ans et venaient tout juste d'être honorés conjointement du Prix Abel, la récompense la plus prestigieuse qu'un mathématicien puisse espérer. Sur le vaste bureau, on pouvait voir une espèce de bouée toute ridée, engendrée par une imprimante 3d : la réalisation d'un tore plongé de Nash–Kuiper, due au projet français Hévéa [H]. L'étrange surface avait été placée là pour illustrer l'exposé qui serait donné, dans la foulée, par Camillo De Lellis, représentant de la jeune garde qui a repris et approfondi les travaux de Nash sur le plongement isométrique.

L'exposé de Nash était bref et concernait l'un de ses amours de jeunesse, la relativité générale : c'est ainsi qu'il évoqua une équation qu'il avait proposée à Einstein (!) pour servir de nouvelle base à la célèbre théorie. Avec un autre orateur, le sujet aurait probablement suscité des sourires incrédules – mais pas avec Nash. Il avait déjà démontré de façon si éclatante son originalité et sa profondeur de pensée, que l'on se disait "Après tout, il a peut-être raison ?"

C'était la quatrième fois que je rencontrais Nash : la première fois à Princeton, j'avais été si intimidé que je n'avais pas osé lui adresser la parole ; mais la seconde fois, toujours à Princeton, j'avais pu avoir une conversation avec lui, et je lui avais parlé des travaux de De Lellis et Székelyhidi, l'un des prolongements modernes les plus marquants de son œuvre sur les plongements peu lisses. La troisième fois, à New York, j'avais discuté avec lui, lors d'un débat public, sur le thème du style mathématique, et lui avais offert mon ouvrage "Théorème vivant" ; c'est avec un

plaisir évident qu'il avait pris connaissance du chapitre qui lui était consacré. Nirenberg aussi était venu assister au débat de New York, et cet événement d'Oslo semblait donc se placer dans le droit fil de notre précédente rencontre.

Mais cette quatrième fois devait être la dernière : trois jours plus tard, alors qu'ils rentraient d'Oslo, John Nash et son épouse Alicia décédaient d'un accident de la route, dans le taxi qui les ramenait chez eux à Princeton. Cet épisode tragique venait s'ajouter à la liste des événements inouïs survenus à Nash : une carrière mathématique aussi brève que révolutionnaire, ne s'inscrivant dans aucune école, qui avait surpris les meilleurs spécialistes sur leur propre terrain ; un Prix Nobel d'économie obtenu sur le tard, pour sa thèse, après avoir guéri d'une maladie réputée incurable ; un Prix Abel qu'il avait accueilli, m'a-t-on dit, avec une joie immense, et qu'il reste le seul à avoir cumulé avec le Nobel. Un destin singulier, *out of this world*, qui avait valu à Nash de devenir une icône du génie humain, et d'être le sujet d'un film hollywoodien multi-oscarisé bien que fort mauvais (un jugement qui exprime mon propre sentiment, mais aussi celui de Nash lui-même et de bien des collègues).

À travers ce texte j'évoquerai les travaux de Nash dans l'analyse des équations aux dérivées partielles, qui lui ont valu ce Prix Abel 2015. Je me concentrerai sur trois résultats particulièrement marquants : le théorème de plongement peu lisse [Na2], le théorème de plongement lisse [Na3], et le théorème de régularité des équations de diffusion sous forme divergence [Na4]. Pour ce qui est de ses autres contributions géométriques, je passerai sous silence ses travaux sur les variétés analytiques réelles [Na1], qui ont aussi été reconnus comme importants et inspirants, mais ne relèvent pas vraiment des équations aux dérivées partielles ; et je ne serai pas plus bavard sur son théorème de plongement analytique [Na5], que l'on peut considérer comme un raffinement du théorème de plongement lisse. Je ne donnerai que peu de références, me limitant à quelques articles fondateurs et à quelques textes d'exposition ; mais on pourra aisément reconstituer la bibliographie manquante. La Section 3 est traduite d'une contribution aux Notices de l'American Mathematical Society.

Je remercie Yann Brenier pour m'avoir, le premier, suggéré de lire Nash dans le texte, au cours de mes années de thèse ; et Rich Bass, Vincent Borrelli, Camillo De Lellis, Misha Gromov, Dan Stroock, László Székelyhidi, pour les discussions que nous avons eues sur ces sujets. Merci également aux élèves de l'École normale supérieure de Lyon avec lesquels j'ai, dans le temps, décortiqué les articles de plongement peu lisse ; et à Martin Andler pour m'avoir un jour recruté pour un exposé consacré à Nash dans le cycle *Un texte, un mathématicien* de la Société mathématique de France (à la Bibliothèque nationale de France) ; depuis lors j'ai donné à de multiples reprises des conférences publiques sur l'œuvre de Nash,

toujours avec la même émotion.

1 Théorème de plongement peu lisse (1954)

L'intérêt de Nash pour les théorèmes de plongement commença, dit-on, par un défi exaspéré. Warren Ambrose, son collègue du MIT, avait été si agacé par sa morgue qu'il lui avait jeté avec ironie "Si tu es si bon, pourquoi ne résous-tu pas le problème de plongement isométrique ?"
De fait, la tâche était énorme. Dans son programme de 1854, Bernhard Riemann avait renversé l'ordre naturel de la géométrie, et suggéré la définition de variété abstraite, faite de "petits bouts d'espace euclidien déformés et recollés". Cette notion était a priori bien plus générale que celle de sous-variété d'un espace euclidien ; mais à bien y réfléchir, l'était-elle vraiment ?
Le problème du plongement isométrique, c'était cela : étant donné une variété riemannienne abstraite, peut-on la plonger isométriquement dans un espace euclidien suffisamment grand ? Si c'était vrai, alors il y aurait équivalence des deux approches naturelles de la géométrie non euclidienne : géométrie plongée, et géométrie intrinsèque. Cette question n'avait pas d'application évidente (il y a, de toute façon, tant d'avantages à travailler intrinsèquement !), mais elle était rien moins que fondamentale.
Combien de dimensions devrait avoir l'espace de plongement $\mathbb{R}^N$? Pour un espace géométrique de dimension n, les équations de plongement isométriques se ramènent à un système de $n(n+1)/2$ équations aux dérivées partielles du premier ordre, correspondant aux $n(n+1)/2$ fonctions g_{ij} que constituent les composantes du tenseur métrique. Il est donc naturel de chercher à tout le moins $N \geq n(n+1)/2$. En fait, le théorème de Janet–Cartan (une application fort astucieuse du théorème de Cauchy–Kowaleveskaya) dit qu'en classe analytique, $N = n(n+1)/2$ est localement admissible, et en général optimal. Mais en classe C^∞, cela n'avait rien d'évident.
Nash ne connaissait pas le problème du plongement avant qu'Ambrose ne lui en parle, mais il fut piqué au vif, et cette histoire démontre le pouvoir de l'amour-propre. Nash comprit que le problème était, a priori, très difficile ; mais il vit aussi qu'il arriverait à le résoudre s'il cherchait des plongements *peu lisses*. Voici une amélioration du résultat qu'il démontra en 1954 :

Théorème 1 (Théorème de plongement peu lisse de Nash–Kuiper)**.** *Si une variété riemannienne lisse M se plonge de manière C^1 dans $\mathbb{R}^N$, avec $N > \dim(M)$, alors elle se plonge isométriquement de manière C^1 dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^N$.*

Notons tout de suite que
(a) la condition de dimension est étonnamment faible : on s'attendait à $N \geq n(n+1)/2$, et en fait il suffit ici d'avoir $N \geq n+1$!
(b) on peut généraliser à des plongements de M dans une variété M' ;
(c) la preuve du théorème est tout à fait constructive, et d'ailleurs certains plongements de Nash–Kuiper (dans des versions améliorées sur des cas précis) ont été, récemment, représentés par des images informatiques très précises [BJLT, H] ou par des sculptures ; on les a alors appelés des "fractales lisses", car ils combinent l'aspect auto-similaire des fractales avec la propriété de plan tangent qui est inhabituelle dans le monde irrégulier des fractales ;
(d) on peut transformer la conclusion en : "se plonge isométriquement dans une boule arbitrairement petite (!) de $\mathbb{R}^N$" ;
(e) il existe des théorèmes généraux (théorèmes de Whitney) permettant de plonger M dans un $\mathbb{R}^N$ assez grand ; ainsi l'on trouvera toujours un N convenable ; mais la formulation du Théorème 1 est à la fois plus puissante (il se peut que N soit bien plus petit que la dimension proposée par Whitney), et plus proche de la stratégie de Nash, puisque tout son travail consiste à *déformer* un plongement non isométrique en un plongement isométrique.
En particulier, Nash montre que les seules obstructions éventuelles au plongement C^1 dans $\mathbb{R}^N$ sont de nature topologique, et non métrique : on parlera plus tard de h-principe pour qualifier cet état de fait.
Le Théorème 1 a été démontré par Nikolaas Kuiper [K] peu après Nash ; ce dernier avait obtenu un résultat similaire pour $N > \dim(M)+1$. Pour Nash, ce raffinement sur la (co)dimension n'était sans doute pas crucial, mais c'est dans la version de Kuiper que les paradoxes troublants apparaissent. Prenons par exemple un tore plat de dimension 2, $\mathbb{T}^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$. Il est clairement déformable en un tore de révolution (un *donut*, comme on a coutume de l'appeler), lequel se plonge dans $\mathbb{R}^3$. En appliquant Nash–Kuiper, on peut donc construire un tore plat plongé *isométriquement* dans $\mathbb{R}^3$... une aberration !
Pourquoi est-ce une aberration ? Essayez donc de plonger un tore plat dans $\mathbb{R}^3$: prenez une bande rectangulaire de papier, recollez deux côtés opposés, et efforcez-vous de recoller les deux autres côtés opposés... après cet échec, raisonnez un peu. Supposons que vous parveniez à plonger le tore plat ; emprisonnez-le dans une sphère, et poussez doucement le tore jusqu'à ce qu'il touche la sphère par l'intérieur ; en un point de contact, la courbure du tore est forcément supérieure ou égale à celle de la sphère... mais le tore est de courbure nulle, et la sphère de courbure strictement positive ! Le plongement du tore plat semble donc tout à fait impossible, en contradiction avec le théorème de Nash–Kuiper. Où est la faute ? Simplement dans le fait que si le plongement est supposé de classe C^1, il

ne préserve pas forcément la courbure, et le célèbre Théorème de Gauss (valable en régularité C^2) ne s'applique pas ; impossible alors de comparer les courbures.
Troublant également : prenez une sphère de rayon 1, et plongez-la isométriquement dans une boule ouverte de rayon $r = 10^{-3}$. Un argument similaire au précédent suggère que la courbure de la sphère ainsi plongée est au moins égale à la courbure K de la sphère de rayon r, soit $K = 10^6$. Mais la sphère de rayon 1 a une courbure égale à 1, cela semble donc impossible ! En outre on "sait" que la sphère admet un unique plongement isométrique (à isométrie de $\mathbb{R}^3$ près) : c'est le plus ancien théorème de rigidité, dû à Liebmann... on "sait" aussi qu'il en est de même pour toute surface fermée de courbure strictement positive : c'est le théorème de rigidité de Cohn-Vossen (qui prouve l'unicité du plongement ; l'existence est due à Pogorelov et Nirenberg). Mais tous ces théorèmes demandent une certaine régularité !
En basse régularité, la courbure n'est donc pas une contrainte sur le plongement. Il n'empêche : avant Nash, on n'imaginait pas que l'on puisse construire de tels plongements *continûment différentiables* – de vraies solutions, tout ce qu'il y a de plus classiques, de l'équation de plongement isométrique. Et Nash le fit ! Comme l'a dit Misha Gromov, c'était impossible et pourtant c'était vrai ; et c'était un incroyable changement de point de vue, où l'on se laissait aller à "prendre les variétés à mains nues", et à les bricoler.
Pour ce bricolage, Nash commence par diminuer strictement les distances ; l'idée étant de gagner de la marge pour les allonger ensuite à volonté. Soit Φ_0 ce plongement qui contracte les distances ; Nash va construire un plongement isométrique Φ en déformant Φ_0, par couches successives ; et il va le construire *tout près* (arbitrairement près, en topologie uniforme) de Φ_0.
Pour prendre une analogie mono-dimensionnelle : prenez une longue ficelle L, et contractez-la en une courte ficelle L' ; pour regagner toute la longueur que vous avez perdue, au lieu d'étirer la ficelle L' à nouveau, vous allez enrouler une fine bobine, un tortillon, autour de L'. Le tortillon ainsi construit pourra être aussi long que L (si les mailles sont assez serrées) et en même temps tout proche de L' (si les mailles sont de faible ampleur). Formulé ainsi, cela n'est guère impressionnant... cela le devient plus si l'on se rend compte que l'on a ainsi *une façon d'augmenter arbitrairement les distances, dans une direction bien déterminée, par des perturbations d'ampleur arbitrairement petite*.
La construction de Nash itère une version à paramètre de cette brique élémentaire. Pour tout x, on note O_x l'espace des applications tangentes isométriques entre T_xM et $\mathbb{R}^N$; le but est de construire un plongement Φ tel que $d_x\Phi \in O_x$ pour tout x. Comme on l'a dit, on commence par plonger notre variété M (de manière non isométrique) dans un $\mathbb{R}^N$, puis à la rétrécir jusqu'à ce que le plongement ainsi

obtenu, Φ_0, diminue toutes les distances ; autrement dit, qu'il soit une contraction. Pour tout x, $d_x\Phi_0$ appartient ainsi à l'intérieur C_x de l'enveloppe convexe de O_x. On superpose alors à Φ_0 une petite ondulation, bien choisie, localisée, de sorte que le résultat Φ_1 soit, dans un ouvert assez petit, moins contractant que Φ_0, mais reste partout une contraction. On continue ensuite à faire osciller, morceau par morceau, direction par direction, selon des tortillons qui sont de plus en plus enroulés autour de leur axe, avec des mailles de plus en plus serrées. Et c'est ainsi que l'on construit par itération une suite (Φ_k) de contractions telle que, pour tout x, $d_x\Phi_k$ s'approche du bord de C_x *par l'intérieur*.
Le reste, c'est de l'analyse ! On prépare, on quantifie, on estime, on fait converger les séries de fonctions... on montre que la limite de Φ_k est bien définie, et que c'est un plongement de classe C^1.
La méthode ainsi inaugurée par Nash fut rendue plus abstraite et systématique par Gromov, qui en fit la théorie de l'*intégration convexe* [Gr1], et s'intéressa plus généralement à la résolution d'inclusions différentielles : l'équation de plongement isométrique peut en effet se reformuler comme une relation d'inclusion,

$$\forall x \in M, \qquad d_x\Phi \in O_x,$$

où le membre de gauche de la relation $d_x\Phi \in O_x$ est une fonction linéaire de l'inconnue Φ, et le membre de droite est inclus dans le bord d'un ensemble convexe. Aujourd'hui la technique d'intégration convexe est, avec la théorie de catégorie de Baire (popularisée dans ce contexte par Dacorogna et Marcellini), l'une des deux principales méthodes de résolution des inclusions différentielles.
Comme on l'a dit, la méthode de Nash est constructive, et permet d'affiner la régularité du plongement : ce dernier peut être choisi de classe $C^{1,\alpha}$ pour $0 < \alpha < \alpha_*$. C'est en fait un problème ouvert, encore aujourd'hui, que de savoir quel est l'exposant critique α_* : pour le plongement d'une sphère dans $\mathbb{R}^3$, on sait qu'il est compris entre $1/7$ et $2/3$; peut-être égal à $1/2$? Ce phénomène de régularité critique, discuté dans Conti, De Lellis et Székelyhidi [CDLS], a de quoi faire réfléchir : après les plongements étranges de Nash, on aurait pu penser que la raison principale de la rigidité, c'est la courbure (en accord avec le théorème de Cohn–Vossen), et partant la topologie C^2 qui vient naturellement avec ; mais la réalité est plus subtile puisque l'on a rigidité pour une régularité strictement plus faible que C^2.
Du côté de la physique mathématique, des problèmes de ce style, couplant un système d'équations linéaires et une relation constitutive non linéaire, ont été explorés par Tartar [T] ; se pose en général la question de savoir dans quelles directions on peut faire "osciller" le système, et l'analyse peut devenir fort subtile.
Les points de vue de Gromov et Tartar furent synthétisés et développés par Kirch-

heim, Müller, Šverak [KMS] et d'autres ; la théorie aboutit à des contre-exemples frappants et paradoxaux, ainsi qu'à de belles avancées dans la compréhension de certains phénomènes de microstructures.
Mais le plus étonnant coup de théâtre se produisit, un demi-siècle après Nash, quand De Lellis et Székelyhidi [DLSz] découvrirent que l'on peut appliquer la technique de l'intégration convexe aux équations d'Euler incompressible, ainsi qu'à certains autres modèles de mécanique des fluides. Ils construisirent des solutions distributionnelles de l'équation d'Euler incompressible, respectables en tout point, sauf que leur énergie pouvait croître et décroître quasiment à volonté... Ils retrouvaient ainsi des solutions anormales construites par Scheffer et Shnirelman, mais avec beaucoup plus de clarté, de flexibilité et de contrôle. Et ils mirent au jour des horreurs encore pires : on peut imposer, par exemple, que le champ de vitesses soit rigoureusement nul pour tous les temps t et toutes les positions x, sauf précisément quand $t \in [1/2, 1]$ et $|x| \leq 1$, et on peut imposer qu'alors le module de la vitesse soit toujours égal à 1 ! Imaginez le fluide qui part du repos parfait, puis s'agite avec une vitesse normalisée dans un espace spontanément confiné, et repasse ensuite subitement au repos parfait...
Mais au delà des curiosités, se reposait une problématique de régularité critique, similaire à celle que l'on a évoquée pour le plongement ; et c'est ainsi que revint sur le tapis, de manière inattendue, une célèbre conjecture d'Onsager sur la régularité critique des équations d'Euler – d'après lui, 1/3 de dérivée. On savait depuis Constantin–E–Titi que toute solution ayant plus d'1/3 de dérivée, en un certain sens, vérifie la préservation de l'énergie ; mais on n'avait aucune piste pour aborder le problème dans l'autre sens, par la régularité basse. La réinterprétation de l'équation d'Euler sous forme d'inclusion différentielle apportait un regard nouveau sur ce vieux problème, et le premier début de réponse à cette question, en fournissant des solutions de classe C^α d'énergie variable !
En 2008 je présentais ces avancées au Séminaire Bourbaki [V1] ; ce n'était que le coup d'envoi d'un programme développé ensuite, très activement, par De Lellis, Székelyhidi, Buckmaster, Isett, Vicol..., et qui a abouti à la construction de solutions paradoxales dont la régularité, modulo une moyenne en temps, est arbitrairement proche de la régularité Hölder-1/3 conjecturée par Onsager ! Et en même temps, c'était un héritage de la méthode de Nash, comme cela est bien expliqué dans les notes de Székelyhidi [Sz].

2 Théorème de plongement lisse (1956)

Le théorème de plongement peu lisse apportait une surprise de taille, mais ce n'était cependant pas la réponse à la question initialement posée, qui concernait

des plongements lisses. Et c'est en 1956, plus de cent ans après Riemann, que Nash put enfin apporter la réponse attendue.

Théorème 2 (Théorème de plongement lisse de Nash)**.** *Soit M une variété lisse, complète, de dimension n. Alors il existe N, dépendant uniquement de n, tel que M se plonge isométriquement dans $\mathbb{R}^N$.*

La preuve de Nash était longue et atrocement compliquée ; elle aurait été impubliable sans le travail héroïque accompli par Herbert Federer pour en améliorer la forme. Nash lui-même était incapable de l'expliquer de manière convaincante, ni d'ailleurs d'expliquer comment il l'avait découverte ou quelles en étaient les idées clés. En fait, si l'on en croit les témoins de l'époque, personne (sauf peut-être Federer) n'avait compris la preuve ; la plus grande confusion régnait chaque fois que quelqu'un se mêlait de l'expliquer ; et personne n'y aurait cru, sans doute, si Federer n'avait pas effectué un travail de vérification si soigneux. Et à vrai dire, la preuve n'était même pas tout à fait juste, car Nash lui-même annonça, bien des années plus tard, que son traitement des variétés non compactes était erroné...
Mais peu importe !
D'une part, certains des meilleurs analystes de l'époque allaient se mettre en devoir d'extraire du travail de Nash les idées-clés, et de la transformer en une méthode générale de résolution perturbative des équations aux dérivées partielles "avec perte de dérivées". Le premier fut Jacob Schwartz – un mathématicien aux intérêts incroyablement variés, dont on se souvient en particulier pour un fameux traité d'analyse, le "Dunford–Schwartz". Mais c'est à Jürgen Moser que revint l'honneur de tirer de l'article de Nash une version souple et utilisable du théorème des fonctions implicites, dit de Nash–Moser, qui reste l'outil perturbatif général le plus puissant dont nous disposons. Après Schwartz et Moser viendraient Hörmander, Hamilton, Klainerman, Alinhac–Gérard, X. Saint-Raymond, Neuberger, Ekeland (excusez du peu), chacun proposant sa réécriture du théorème, avec des hypothèses et des conclusions variant d'un travail à l'autre, mais similaires dans l'esprit.
D'autre part, Gromov [Gr2] a réécrit et optimisé le théorème de plongement lisse, faisant diminuer la dimension N jusqu'à une valeur qui n'est pas si loin de la valeur optimale attendue (du moins, avec le bon comportement en $O(n^2/2)$ quand $n \to \infty$).
Enfin, Günther [G] proposa à la fin des années 80 une nouvelle méthode de démonstration du Théorème 2 — plus courte, plus simple, basée sur des outils des années 1930, et donnant des estimations encore meilleures sur la valeur de N. On pourra se reporter à Alinhac–Gérard [AG] ou à Yang [Y] pour des exposés simples de cette méthode de Günther, sans recherche d'optimisation de N en gé-

néral... Notons à ce sujet que la valeur optimale de N n'est toujours pas connue ; et qu'il existe quantité de problèmes *élémentaires* sur les plongements isométriques en basse dimension, qui ne sont toujours pas résolus : par exemple, est-il vrai que toute surface lisse se plonge localement (de manière lisse) dans $\mathbb{R}^3$?

Autrement dit, selon un phénomène que l'on connaît bien, la théorie a pris sa vie propre, bien au-delà de l'application pour laquelle elle a été conçue, et pour laquelle elle est même devenue probablement inutile. Et si l'on pousse le raisonnement jusqu'au bout, il est heureux que Nash n'ait pas vu la solution simple de Günther, car sa solution si compliquée était en un sens bien plus riche en ce qu'elle fournissait une méthode générale. Nash avait conscience de ce caractère fondateur : il insiste, dans l'introduction de l'un de ses articles, sur l'importance du défrichage de nouvelles méthodes avec leur intérêt propre.

Je laisserai là le plongement isométrique, et renvoie au riche texte de synthèse et de prospective de Gromov [Gr2] pour une discussion détaillée de résultats disponibles en la matière, et de très nombreux problèmes ouverts.

Après ces explications, je donnerai quelques indications sur la méthode dite "de Nash–Moser". Dans tous les cas il s'agit de résoudre une équation implicite de la forme $\Psi(u) = f$, près d'une solution particulière $\Psi(u_0) = f_0$, sous l'hypothèse que Ψ, $D\Psi$, $D^2\Psi$ et $(D\Psi)^{-1}$ sont continues modulo une possible "perte finie de dérivées". Plutôt que de chercher à donner des définitions générales, considérons à titre d'exemple le cas particulier de l'équation de plongement isométrique, que nous allons réécrire comme un problème de résolution d'équation aux dérivées partielles.

Soit (M, g) une variété riemannienne de dimension n, avec sa métrique g : localement M est définie par des coordonnées $x_1, \dots, x_n$; et on note g_{ij} les composantes de la métrique. Soit Φ un plongement de M dans $\mathbb{R}^N$: dire que Φ est isométrique, cela revient à

$$\forall i, j, \quad \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial x^i}, \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} \right\rangle_E = \sum_\alpha \frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial x^i} \frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial x^j} = g_{ij}, \tag{1}$$

où l'on note par $\langle a, b \rangle_E = a \cdot b$ le produit scalaire euclidien pour insister sur le fait que c'est là qu'est la structure métrique euclidienne.

Admettons que l'on dispose d'une solution particulière, disons g^0 avec son plongement Φ^0, et essayons de résoudre l'équation au voisinage de cette solution particulière (c'est une démarche de type "fonctions implicites"). On cherche donc à plonger une métrique $g \simeq g^0$ par $\Phi \simeq \Phi^0$. L'équation (1) étant quadratique, on peut écrire le linéarisé sous la forme

$$L_0 \psi = \left(\frac{\partial \Phi^0}{\partial x^i} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x^j} + \frac{\partial \Phi^0}{\partial x^j} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x^i} \right)_{ij}. \tag{2}$$

(À une application de M dans $\mathbb{R}^N$ l'opérateur L_0 associe un tenseur, ou simplement, dans ce jeu de coordonnées, une application de M dans l'espace des matrices $n \times n$.) Quant à la partie non linéaire, ce sera

$$Q_0(\psi) = \left(\frac{\partial \psi}{\partial x^i} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x^j} \right)_{ij}. \tag{3}$$

Nash suggéra de réécrire le linéarisé sous la forme

$$L_0 \psi = \frac{\partial}{\partial x^j} \left(\frac{\partial \Phi^0}{\partial x^i} \cdot \psi \right) + \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{\partial \Phi^0}{\partial x^j} \cdot \psi \right) - 2 \, \frac{\partial^2 \Phi^0}{\partial x^i \, \partial x^j} \cdot \psi$$

et d'imposer la *contrainte supplémentaire* $\partial_i \Phi^0 \cdot \psi = 0$, pour tout i. Ainsi étendu, le système linéarisé devient

$$\begin{cases} -2 \, \dfrac{\partial^2 \Phi^0}{\partial x^i \, \partial x^j} \cdot \psi = g - g^0 \\ \dfrac{\partial \Phi^0}{\partial x^i} \cdot \psi = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Se lier les mains avec une contrainte supplémentaire peut sembler étrange, mais cela permettra de réintroduire de l'inversibilité dans un système sous-déterminé. Et de fait, si les $n(n+1)/2 + n$ vecteurs $\partial^2_{ij} \Phi^0$ et $\partial_i \Phi^0$ sont libres dans $\mathbb{R}^N$ on peut résoudre (4) sans perdre aucune régularité.

Cependant on doit déchanter quand on passe à la résolution non linéaire : l'équation $L_0 \psi + Q_0(\psi) = g - g_0$ deviendra $\psi = L_0^{-1}(g - g_0) - L_0^{-1} Q_0(\psi)$; comme Q_0 est un opérateur d'ordre 1, et que L_0^{-1} est un opérateur d'ordre 0, il est impossible de "faire boucler" un théorème de point fixe dans un espace raisonnable : le membre de droite fait toujours intervenir un cran de régularité de plus que le membre de gauche, et l'on parle donc de "perte d'une dérivée". En outre, si l'on met en place un système itératif pour résoudre l'équation, la régularité de la solution approchée g_0 interviendra dans l'opérateur L_0, et la perte de régularité deviendra encore pire...

Pour résoudre ce problème, on va

- travailler avec une *échelle* de régularité X^r plutôt qu'avec une régularité fixée ; par exemple on considèrera l'échelle des espaces de Hölder C^r, ou celle des espaces de Sobolev H^r ; ou plus généralement une famille d'espaces de Banach emboîtés et en interpolation ;
- introduire une famille d'opérateurs de régularisation : par exemple la troncature T_K, qui coupe les fréquences plus élevées qu'un niveau K, où K pourra varier au cours de la preuve.

Ce qui compte alors c'est de savoir (a) quelle est la norme $X^r \to X^{r'}$ de l'opérateur de régularisation T_K ? (typiquement $O(K^{r'-r})$), et (b) étant donnée une

fonction régulière u, disons de classe $X^{r'}$, quelle est la qualité de l'approximation de u par $T_K u$ en norme plus basse X^r ? (typiquement $O(1/K^{r'-r})$).
L'idée maîtresse de Nash–Moser est de construire une solution en combinant (i) un schéma d'approximation de Newton avec (ii) une régularisation *d'amplitude variable* : on régularise les incréments du schéma de manière de plus en plus légère (c'est à dire à un niveau de plus en plus élevé) à mesure que le schéma se déroule. Comme la taille des incréments diminue de manière extrêmement rapide, on peut se permettre d'avoir de très grandes constantes de régularisation, et donc de maintenir le gain de régularité (le nombre de dérivées que l'on regagne, par exemple) fixé, tout en relâchant la régularisation (en laissant le seuil K augmenter). On remplacera donc le schéma de Newton habituel

$$v_{n+1} = v_n - D\Psi(v_n)^{-1}\Psi(v_n),$$

par une variante régularisée, telle que

$$v_{n+1} = v_n - T_n \left[D\Psi(v_n)^{-1}\Psi(v_n)\right], \tag{5}$$

où $T_n = T_{K_n}$, et $(K_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers l'infini rapidement ; le but est alors de montrer la convergence de v_n dans un espace de régularité assez élevé, en utilisant les propriétés de l'approximation.
Ici encore... c'est de l'analyse ! La méthode, relativement économe, de Xavier Saint-Raymond, consiste à trouver d'abord une borne très lâche sur v_n dans une norme élevée, disons d'indice $s+q$, puis à chercher simultanément une borne plus précise sur $\Psi(v_n)$, disons en norme s, et une borne un peu plus lâche sur l'incrément $v_{n+1} - v_n$, disons en norme $s+p$ (les paramètres s, p, q étant à choisir convenablement). Du fait de la perte de régularité, l'opérateur qui intervient naturellement est non borné ; la régularisation en fait un opérateur borné, mais avec une constante qui est de plus en plus grande à mesure que la régularisation est de plus en plus légère ; cependant ces grandes constantes sont tuées par les constantes minuscules qui traduisent le caractère ultra-rapide de la convergence du schéma de Newton. On retrouve ici certaines idées développées par Kolmogorov, Arnold et (encore !) Moser dans le cadre de la théorie KAM.
Le schéma ci-dessus admet de nombreuses variantes : il y a plusieurs façons de choisir l'itération (quelle dose d'implicite, d'explicite ?), la régularisation (prend-on la non-linéarité de la régularisation, la régularisation de la non-linéarité, ou encore une autre combinaison ?), la méthode de Newton (discrète comme Moser, continue comme Nash ?), le formalisme, etc. Certains auteurs cherchent à optimiser la perte de régularité, d'autres ne veulent pas trop perdre sur les normes... impossible de dire quel est "le meilleur" énoncé, et cela dépendrait en fait des

détails du sujet. Mais cette méthode s'applique en pratique à tout problème aux dérivées partielles raisonnable !
Pour résumer : Après une période de perplexité, la communauté a digéré les méthodes de Nash, et l'analyse perturbative a été durablement transformée par le coup de théâtre de Nash. La théorie de Nash–Moser allait trouver de mombreuses applications en géométrie, théorie des systèmes dynamiques, mécanique des fluides, équations des ondes, théorie des flots géométriques comme le flot de Ricci, physique mathématique en général... et, comme le théorème de plongement peu lisse, donnait finalement naissance à un nouveau chapitre de l'analyse.
Notons enfin que, à l'instar du théorème de plongement de Nash, la plupart des applications célèbres de la méthode de Nash–Moser ont été à la longue réécrites sans cette méthode ! L'exception la plus notable semble être la version générale lisse du théorème KAM (et encore, on peut argumenter que dans les applications concrètes de cette théorie, il est acceptable de travailler en régularité analytique, ce qui peut se faire par la méthode plus simple de Kolmogorov). Cela ne diminue pas l'importance de la théorie de Nash–Moser, qui s'affirme bien telle qu'elle doit être perçue : un outil surpuissant que l'on peut utiliser en grande généralité, ou pour défricher un problème complexe dont on n'a pas encore bien compris la logique particulière.

3 Équations diffusives sous forme divergence (1958)

À l'automne 1958, l'*American Journal of Mathematics* publiait ce qui est peut-être, à ce jour, le plus célèbre article de sa longue histoire : *Continuity of solutions of elliptic and parabolic equations* [Na4], par John Nash. Seulement 24 pages : c'était un article bien court quand on le compare aux travaux contemporains sur les équations aux dérivées partielles ; mais il contenait la solution d'un problème ouvert d'importance majeure, et fut immédiatement considéré par les experts (Carleson, Nirenberg, Hörmander, pour n'en nommer que quelques-uns) comme un accomplissement extraordinaire. Nirenberg n'hésita pas a utiliser le mot "génie" pour décrire cet article ; pour ma part, je mentionnerai que je me souviens très bien de l'émotion et de l'émerveillement que j'ai ressentis en l'étudiant, près de 40 ans après sa genèse.

Voici une forme du résultat principal de Nash :

Théorème 3. *Soit $a_{ij} = a_{ij}(x,t)$ une matrice symétrique positive $n \times n$, dépendant de $x \in \mathbb{R}^n$ et $t \in \mathbb{R}_+$. Supposons que (a_{ij}) est uniformément elliptique, soit*

$$\forall \xi \in \mathbb{R}^n, \qquad \lambda\,|\xi|^2 \leq \sum_{ij} a_{ij}\,\xi_i\,\xi_j \leq \Lambda\,|\xi|^2, \tag{6}$$

où λ, Λ sont des constantes strictement positives. Soit $f = f(x,t) \geq 0$ une solution de l'équation parabolique linéaire, sous forme divergence,

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \sum_{ij} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij} \frac{\partial f}{\partial x_j} \right)$$

dans $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+$. Alors f est automatiquement continue, et même de classe C^α (régularité hölderienne) quand $t > 0$, pour un certain exposant $\alpha > 0$. On peut expliciter cet exposant, de même qu'une borne sur la norme C^α, en termes de λ, Λ, t, n et la norme $L^1(dx)$ de f (qui est conservée au cours du temps).

Au sujet des hypothèses, les deux caractéristiques les plus importantes sont que
(a) *on ne fait aucune hypothèse de régularité*, de quelque forme que ce soit, sur la matrice de diffusion : les coefficients a_{ij} doivent juste être mesurables ; cela est en contraste avec la théorie classique de la régularité des équations paraboliques (théorie de Schauder), plus ancienne, qui demande au moins la régularité Hölder des coefficients ;
(b) L'équation (6) est sous forme divergence ; en fait, les équations sous forme non-divergence seraient plus tard l'objet d'une théorie différente inaugurée par Krylov et Safonov.
En revanche, la nature parabolique de l'équation n'est pas si contraignante : on peut aussi bien considérer les équations elliptiques comme un cas particulier stationnaire. Également, le théorème peut être localisé, et considéré dans le cadre géométrique d'une variété riemannienne.
L'absence d'hypothèse de régularité sur la matrice de diffusion permet d'utiliser ce théorème pour étudier certaines équations de diffusion non linéaires, avec une dépendance non linéaire entre la matrice de diffusion et la solution. Ainsi Nash espérait que ces nouvelles estimations seraient utiles en mécanique des fluides, un sujet qui le passionnait. Cependant, la première utilisation notable de ce théorème fut la solution du 19ème problème de Hilbert sur l'analyticité des minimiseurs de fonctionnelles à intégrande analytique. Pour être plus explicite, considérons un minimiseur $v \geq 0$ de la fonctionnelle $\int L(\nabla v(x))\, dx$, où l'intégrande L est analytique et uniformément convexe : est-ce que v sera automatiquement analytique ? Le calcul des variations classique montre que des solutions $C^{1,\alpha}$ sont automatiquement analytiques ; en appliquant l'estimation de Nash on pouvait montrer que ∇v était Hölder-continu, et ainsi compléter la preuve. En effet, si v est un minimiseur, alors pour tout indice k, la dérivée partielle $u = \partial_k v$ satisfait l'équation d'Euler–Lagrange $\sum_{ij} \partial_i(a_{ij}\partial_j u) = 0$, avec $a_{ij} = \partial^2_{ij} L(\nabla v)$ (cela demande quelques manipulations habiles sur les dérivées mixtes), et cette équation est bien linéaire, sous forme divergence, et elliptique (via l'hypothèse d'uniforme

convexité de L). Notez que dans ce cas, on applique le théorème sans rien savoir de la régularité de a_{ij}, qui dépend directement de la fonction inconnue v.

Cependant, ce n'est pas seulement par son contenu, et par cette avancée sur le problème de Hilbert, que l'article de Nash allait entrer dans la postérité : il y avait aussi l'incroyable concours de circonstances et de passions humaines qui présidaient à sa naissance.

D'abord, bien qu'il fût, en la matière, un novice, un *outsider*, Nash était parvenu à résoudre en quelques mois un problème qui lui avait été soumis par Nirenberg. Sa preuve avait pris les spécialistes de court ; "dense" et "opaque" étaient les qualificatifs qui seraient employés par exemple par Olga Ladyzhenskaya, dans son célèbre ouvrage sur les équations paraboliques, pour décrire la contribution de Nash.

Puis on découvrit par accident qu'Ennio De Giorgi — une future icône, mais à l'époque un parfait inconnu — avait publié, juste auparavant, une solution alternative, sous la forme d'un article encore plus court [DG], écrit en italien dans une revue obscure (du moins en comparaison de l'AJM...). Pour les décennies à venir, la concomitance des solutions de Nash et De Giorgi serait considérée par tous les analystes comme l'exemple *par excellence* de découverte simultanée.

Quant à Nash, en un geste stupéfiant, il retira son article dès qu'il fut accepté par *Acta Mathematica*, où l'expert n'était autre que Hörmander ; et il le publia à l'AJM, dans un espoir infructueux de remporter le Prix Bôcher 1959... Et quelques mois plus tard, la santé de Nash allait se détériorer à un tel point que (entre autres conséquences beaucoup plus tragiques) sa carrière scientifique serait interrompue pour de longues années, lui laissant seulement quelques opportunités de contributions ultérieures. Pour toutes ces raisons, l'article de Nash est chargé d'une émotion que peu d'articles ont jamais atteint.

Pourtant, quand j'ai lu le récit détaillé que fit Sylvia Nasar de cet épisode [N, Chapitres 30–31], ou quand j'ai eu l'opportunité d'en discuter avec des témoins directs comme Nirenberg, ce qui m'a fasciné le plus était la genèse de l'article. (Comme j'aurais aimé que le film *Beautiful Mind* rende hommage à cette aventure vraiment inspirante, plutôt que de choisir d'oublier la science et de se concentrer sur la maladie avec tant de pathos...)

Pour arriver à ses fins, Nash n'a pas développé ses propres outils, mais il a plutôt *orchestré* les efforts fragmentés de ses brillants collègues analystes, combinant sa propre intuition avec les compétences des spécialistes. Un exemple typique est l'inégalité d'interpolation de Nash : pour toute fonction intégrable $f \geq 0$,

$$\int_{\mathbb{R}^n} f^2 \, dx \leq C(n) \left(\int_{\mathbb{R}^n} |\nabla_x f|^2 \, dx \right)^{1-\theta} \left(\int_{\mathbb{R}^n} f \, dx \right)^{2\theta}, \qquad \theta = \frac{2}{n+2}. \quad (7)$$

Comme Nash le mentionne bien dans le manuscrit, cette inégalité fut en fait démontrée, à sa demande, par Elias Stein ; mais c'est Nash qui comprit le rôle crucial qu'elle pouvait jouer dans la théorie de la régularité des processus de diffusion, et qui plus tard allait être exploré en grande généralité.

Un autre exemple est l'usage stupéfiant de l'entropie de Boltzmann, $S = -\int f \log f$, radicalement hors de son contexte. L'entropie avait gagné ses lettres de noblesse en tant que notion de désordre ou d'information, principalement en physique statistique ; mais elle n'avait certainement rien à voir avec un problème de régularité. Et pourtant, Nash l'utilisa brillamment pour mesurer l'étalement d'une distribution, et put relier cet étalement à la régularisation. Là encore, l'outil était emprunté à un autre : j'ai appris de Lennart Carleson que c'était lui qui avait initié Nash à la notion d'entropie. Et c'était le début d'une longue tradition d'utilisation de fonctionnelles intégrales non linéaires dans l'étude de bornes de régularité.

Il faut également rendre hommage au stye de Nash, informel, destiné à faire comprendre non seulement la preuve, mais aussi les idées qui la sous-tendent — indiquant les difficultés principales, remarquant que telle ou telle inégalité est "dynamique" ou "puissante".

Mais encore, c'est la construction de la preuve qui est une œuvre d'art. Nash utilise une intuition assez visuelle, inspirée par la physique : considérons la solution comme l'évolution d'une distribution de chaleur dans un milieu complètement inhomogène ; on se demandera à quelle vitesse la chaleur émise par une source ponctuelle initiale "contamine" son environnement ; puis comment ce déplacement de "sources de chaleur" implique la positivité stricte de la température ; puis à quel point cette positivité stricte implique un recouvrement partiel des contributions de sources de chaleur voisines ; et pourquoi cela implique ensuite de la continuité. Il met en place des tactiques subtiles pour établir des relations dynamiques entre des quantités qui "résument" la solution. Par exemple : Nash commence par montrer que la norme L^2 de la solution décroît instantanément et devient immédiatement contrôlée, et comment cela implique une borne uniforme (sur la température), et comment cela implique ensuite une borne inférieure sur l'entropie. Puis il montre que l'entropie va de pair avec l'étalement (une entropie élevée implique l'étalement, mais réciproquement l'étalement augmente l'entropie).

Ces idées ont eu beaucoup d'influence, et sont revenues récemment à la mode dans une version proche de celle de Nash, après avoir été quelque peu éclipsées, parmi les spécialistes de régularité elliptique, par la version de De Giorgi. Elles se sont invitées dans l'étude d'équations aux dérivées partielles variées : on peut les retrouver, par exemple, dans le bel article de Carlen et Loss [CL] sur les équations de Navier–Stokes incompressibles en dimension 2 ; dans les travaux de Kassman

sur la régularité des processus de diffusion non locaux ; ou dans mes propres contributions sur la convergence et la régularisation de diffusions dégénérées [V2] (un Appendice explorait la possibilité de démontrer des théorèmes d'hypoellipticité à la Hörmander par des méthodes fonctionnelles à la Nash ; depuis ce problème a été exploré en bien plus grand détail par Golse, Imbert, Mouhot et Vasseur).

Pour revenir à la théorie de régularité de De Giorgi – Nash, de nombreux auteurs se chargèrent de la réécrire, de la simplifier et de la développer. Les deux contributeurs les plus importants furent Moser [M] et Aronson [A]. Moser introduisit une méthode souple et élémentaire, le schéma itératif de Moser, qui simplifie la preuve et évite l'usage explicite de l'entropie (l'entropie permet de considérer les normes L^p dans le régime $p \to 1$; une approche duale s'intéresse au régime $p \to \infty$ comme Moser.) Et Moser prouva ce que l'on peut appeler l'inégalité de Moser–Harnack : si $f \geq 0$ satisfait une équation elliptique sous forme divergence, alors elle vérifie une inégalité de la forme

$$\sup_{B(x,r)} f \leq C \inf_{B(x,2r)} f,$$

où C dépend seulement de r, n et les bornes d'ellipticité. Quant à Aronson, il établit une borne de type gaussien sur le noyau de la chaleur associé à l'équation : $p_t(x,y)$ est borné par au-dessus et par en-dessous par des fonctions de la forme

$$\frac{K}{t^{n/2}}\, e^{-B|x-y|^2/t}.$$

Ces trois estimations — la régularité Hölder, l'inégalité de Moser–Harnack, et les bornes gaussiennes — sont toutes connectées et en un certain sens équivalentes. On peut en trouver de belles expositions, de même que d'astucieuses réécritures, simplifications et améliorations, dans les écrits de Bass [Ba1, Chapter 7] [Ba2] et Fabes & Stroock [FS]. Elles furent aussi généralisées à des géométries non lisses. En fait, ces techniques ont rencontré un tel succès que certains éléments de preuve sont maintenant passés dans notre trousse à outils d'analystes, sans que nous en soyons toujours conscients !

Pour conclure cet aperçu, voici une brève esquisse de la preuve de la borne supérieure d'Aronson, selon la méthode de Fabes & Stroock, qui est basée sur la stratégie originelle de Nash. Par densité, faisons comme si f était régulière, de sorte que c'est bien une estimation a priori qu'il s'agit de prouver.

Au départ, fixons une valeur de $p \in (1, \infty)$, et considérons l'évolution temporelle de la puissance p de la solution : la forme divergence mène à une belle formule de dissipation :

$$\frac{d}{dt} \int f^q = -q(q-1) \int \langle a \nabla f, \nabla f \rangle\, f^{q-2} \leq -Kq(q-1) \int |\nabla f|^2\, f^{q-2}.$$

Par dérivation des fonctions composées, on en déduit

$$\frac{d}{dt}\int f^q \leq -4K\left(\frac{q-1}{q}\right)\int |\nabla f^{q/2}|^2.$$

L'inégalité de Nash (7) montre que l'intégrale au membre de droite contrôle une puissance *strictement* supérieure à 1 de l'intégrale du membre de gauche : plus précisément, si $q \geq 2$, on a

$$\frac{d}{dt}\int f^q \leq -K'\frac{\left(\int f^q\right)^{1+\beta}}{\int f^{q/2}},$$

pour un certain $\beta = \beta(n) > 0$ et $K' > 0$. Cela lie l'évolution de la norme L^q et celle de la norme $L^{q/2}$; d'où l'on déduit une borne pour $\|f(\cdot,t)\|_{L^q}$ en fonction de t et $\|f(\cdot,0)\|_{L^{q/2}}$, qui peut être rendue explicite. On itère cette borne un nombre arbitraire de fois : on obtient ainsi une estimation de $\|f\|_{L^p}$ quand $p \to \infty$, et finalement de $\|f\|_{L^\infty}$: en écrivant $f_0 = f(\cdot,0)$ on trouve

$$\|f\|_{L^\infty} \leq \frac{C}{t^{n/4}}\|f_0\|_{L^2}.$$

En combinant cela avec l'inégalité duale

$$\|f\|_{L^2} \leq \frac{C}{t^{n/4}}\|f_0\|_{L^1},$$

que l'on aurait aussi pu démontrer par inégalité de Nash, on trouve

$$\|f\|_{L^\infty} \leq \frac{C}{t^{n/2}}\|f_0\|_{L^1}.$$

Il s'agit de l'estimation L^∞ habituelle sur le noyau de la chaleur, optimale en temps petit ; mais démontrée de manière purement fonctionnelle, et pour des coefficients sans régularité.

Maintenant, recommençons l'analyse avec f remplacée par $f\,e^{-a\cdot x}$, pour un certain $a \in \mathbb{R}^n$. Des termes d'erreur s'invitent alors dans les équations différentielles, ce qui mène à

$$\frac{d}{dt}\|f\|_q \leq -\frac{K'}{q}\|f\|_q^{1+\beta q/2}\|f\|_{q/2}^{-\beta q/2} + \frac{|a|^2 q}{2\lambda}\|f\|_q.$$

On itère et on étudie ces inégalités différentielles ; on obtient finalement la même borne sur $f\,e^{-a\cdot x}$ que celle que nous avons eue sur f ; et après une optimisation simple, la borne gaussienne en découle.

On le voit : la méthode est élémentaire, mais elle se déroule harmonieusement, et elle est évidemment flexible. Que ce soit dans sa version originale ou dans ses réécritures modernes, la preuve de Nash est un petit joyau – ou un galet brillant, pour utiliser l'expression de Newton.

4 En guise de conclusion

Trois théorèmes inattendus ; trois preuves qui furent jugées impossibles ou incompréhensibles à leur parution, et qui furent par la suite radicalement généralisées ; trois articles, publiés avec des intervalles de deux ans, qui tous engendrèrent leur propre théorie et donnèrent du grain à moudre aux analystes pour des décennies... Si l'on s'autorise un peu d'emphase, on peut dire que la carrière météoritique de Nash dans la théorie des équations aux dérivées partielles ressemble à celle d'un prophète livrant aux simples mortels des vérités encryptées dont la portée le dépasse lui-même.

Bibliographie

[AG] S. Alinhac et P. Gérard. *Opérateurs pseudo-différentiels et théorème de Nash–Moser.* Savoirs Actuels, InterEditions, 1991.

[A] D.G. Aronson. Bounds on the fundamental solution of a parabolic equation. *Bull. Amer. Math. Soc. 73* (1967), 890–896.

[Ba1] R.F. Bass. *Diffusions and Elliptic Operators*. Springer-Verlag, 1998.

[Ba2] R.F. Bass. On Aronson's upper bounds for heat kernels. *Bull. London Math. Soc. 34*, 4 (2002), 415–419.

[BJLT] V. Borrelli, S. Jabrane, F. Lazarus et B. Thibert. Flat tori in three-dimensional space and convex integration. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA 109*, 19 (2012), 7218–7223.

[CL] E.A. Carlen et M. Loss. Optimal smoothing and decay estimates for viscously damped conservation laws, with applications to the 2-D Navier–Stokes equation. *Duke Math. J. 81*, 1 (1996), 135–157.

[CDLS] S. Conti, C. De Lellis et L. Székelyhidi. h-principle and rigidity for $C^{1,\alpha}$ isometric embeddings. Nonlinear Partial Differential Equations, Abel Symposia, Vol. 7, Springer, 2012, 83–116.

[DG] E. De Giorgi. Sulla differenziabilità e l'analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari. *Mem. Accad. Sci. Torino Cl. Sci. Fis. Math. Nat. 3* (1957), 25–43.

[DLSz] C. De Lellis & L. Székelyhidi. The Euler equations as a differential inclusion. *Ann. Math. 170* (2009), 1417–1436.

[FS] E.B. Fabes et D.W. Stroock. A new proof of Moser's parabolic Harnack inequality via the old ideas of Nash. *Arch. Rat. Mech. Anal. 96* (1986), 327–338.

[Gr1] M. Gromov. *Partial Differential Relations*. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Vol. 9. Springer-Verlag, Berlin, 1986.

[Gr2] M. Gromov. *Geometric, Algebraic and Analytic Descendants of Nash Isometric Embedding Theorems.* Manuscrit, IHÉS, octobre 2015.

[G] M. Günther. On the perturbation problem associated to isometric embeddings of Riemannian manifolds. *Ann. Global Anal. Geom. 7*, 1 (1989), 69–77.

[H] Hévéa. Projet mené par V. Borrelli, S. Jabrane, F. Lazarus, B. Thibert, D. Rohmer. `hevea.imag.fr`

[KMS] B. Kirchheim, S. Müller, V. Šverák – *Studying nonlinear PDE by geometry in matrix space*. Geometric analysis and nonlinear partial differential equations, édité par S. Hildebrandt et H. Karcher, Springer-Verlag, 2003, pp. 347–395.

[K] N.H. Kuiper. On C^1 isometric imbeddings, I, II. *Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A 58* [*Indag. Math. 17*] (1955), 545–556, 683–689.

[M] J. Moser. On Harnack's inequality for elliptic differential equations. *Comm. Pure Appl. Math. 14* (1961), 577–591.

[N] S. Nasar. *A beautiful mind*. A Biography of John Forbes Nash, Jr., Winner of the Nobel Prize in Economics, 1994. Simon & Schuster, 1998.

[Na1] J. Nash. Real algebraic manifolds. *Ann. Math. 56* (1952), 405–421.

[Na2] J. Nash. C^1-isometric embeddings. *Ann. Math. 60* (1954), 383–396.

[Na3] J. Nash. The imbedding problem for Riemannian manifolds. *Ann. Math. 63* (1956), 20–63.

[Na4] J. Nash. Continuity of solutions of parabolic and elliptic equations. *Amer. Math. J. 80* (1958), 931–954.

[Na5] J. Nash. Analyticity of the solutions of implicit function problem with analytic data. *Ann. Math. 84* (1966), 345–355.

[Sz] L. Székelyhidi. *From isometric embeddings to turbulence.* Lecture Notes, 2012.

[T] L. Tartar. *Compensated compactness and applications to partial differential equations*. Nonlinear analysis and mechanics : Heriot–Watt symposium, IV, Vol. **39** de Res. Notes in Math. Pitman, Boston, 1979, pp. 136–212.

[V1] C. Villani. Paradoxe de Scheffer–Shnirelman revu sous l'angle de l'intégration convexe, d'après C. De Lellis et L. Székelyhidi. Séminaire Bourbaki, Exp. No. 1001 (novembre 2008).

[V2] C. Villani. *Hypocoercivity*. *Mem. Amer. Math. Soc. 202* (2009), no. 950.

[Y] D. Yang. Günther's proof of Nash's isometric embedding theorem. Manuscrit, 1998. `arXiv :math/9807169v1`

RAIRO
E S A I M
M2AN
ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis
E S A I M
COCV
ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations
E S A I M
PS
ESAIM: Probability and Statistics
edp sciences
RAIRO
OPERATIONS RESEARCH
Vol. 46 • 2 • April/June • 2012
RAIRO
THEORETICAL INFORMATICS AND APPLICATIONS
Vol. 47 • 1 • January/March • 2013
INFORMATIQUE THÉORIQUE ET APPLICATIONS
Mathematical Modelling of Natural Phenomena
Volume 8 - Number 1 - 2013
Harmonic analysis

Vie de la communauté

LE ZÈBRE

par Grégory Nuel

Bernard PRUM
(1946-2015)

Bernard Prum avait coutume de dire : "*Pour écrire une thèse sur les zèbres, il faut en voir !*". Je crois que cette phrase à elle seule, résume assez bien son engagement en tant que mathématicien. Comme nous tous, Bernard chérissait la construction intellectuelle, la rigueur, le formalisme, l'abstraction, mais contrairement à beaucoup, il n'opposait jamais ces notions à l'intuition, l'exemple, l'illustration, l'application.

> **On définit un *zèbre* comme un animal bi-colore à n pattes. Sans perte de généralité, on suppose que les pattes d'un zèbre sont ordonnées par longueurs croissantes et sont toutes de longueurs strictement positives.**

Je me souviens d'une discussion que nous avions eue où je déplorai d'avoir découvert très tardivement la beauté et l'intérêt de certaines notions de mathématiques classiques qui m'avaient pourtant été présentées par d'éminents professeurs pendant ma formation universitaire. Il avait alors évoqué une image, celle

d'un alpiniste qui veut ouvrir une voie vers un sommet. Il essaye une faille, abandonne, en reprend une autre, pose un piton, recule, installe une échelle et finit enfin, péniblement, laborieusement, par atteindre le sommet.
Arrivé à son but, il contemple la voie qu'il vient d'ouvrir, longue, chaotique, pleine d'hésitations, en un mot inefficace. "*On peut grimper jusqu'ici de manière bien plus élégante*" se dit-il. Il commence alors à supprimer ici ce piton inutile, là cette échelle disgracieuse, découvre avec stupeur une prise infime au milieu d'une paroi lisse qui lui permet de raccourcir encore le parcours et il finit par créer une voie aussi élégante et subtile qu'exigeante et contre-intuitive. Et c'est évidemment cette voie là qu'il va désormais s'efforcer d'inculquer à ses élèves forcément imbéciles puisqu'ils ne parviennent pas à faire ce que lui accomplit désormais avec une aisance déconcertante.

> **Un zèbre ayant deux pattes dont les extrémités sont confondues est dit *dégénéré*. Un zèbre dont les extrémités des pattes appartiennent à un plan est dit *stable*. Un zèbre dont toutes les restrictions à $n-1$ pattes sont stables est dit *hyperstable*.**

Eh bien Bernard Prum n'était pas de ces enseignants-là. Il n'hésitait jamais à montrer le cheminement intellectuel à partir du cas particulier, à pousser ses étudiants à faire leurs propres erreurs, leurs propres découvertes et surtout à leur montrer des zèbres. Dans le contexte de l'enseignement des probabilités et statistiques, cela passait évidemment par la simulation, par l'expérimentation numérique. Simuler des données selon un modèle, changer les paramètres et observer les conséquences, étudier de manière empirique les propriétés d'estimateurs ; c'est cette démarche que Bernard Prum a toujours cherché à inculquer à ses élèves. Et quand on constate aujourd'hui la profusion d'outils permettant justement de mélanger l'écriture mathématique et le calcul numérique (langages *markup/markdown*, *Sweave/Knitr*, *R presentation*), parfois même de manière interactive (*IPython Notebook*, *Shiny* pour *R*), on comprend à quel point cette vision se popularise (à raison !) aussi bien pour l'enseignement que pour la recherche (*Open Science*, *Open Data*, *Open Code*).

> ***Théorème* : tout zèbre non dégénéré à $n=4$ pattes est hyperstable.**
> ***Conjecture* : pour tout $n \geq 5$, les zèbres hyperstables forment un ensemble d'intérieur vide dans l'ensemble des zèbres.**

Une autre caractéristique de l'approche de Bernard Prum était le refus systématique, comme il disait, de "*couper les epsilons en quatre*". En effet, qui d'entre nous ne se souvient pas d'un cours d'analyse un peu poussiéreux durant lequel le professeur très sérieux annonce à ses étudiants désespérés qu'il va maintenant montrer que le terme A de son expression plus petit que "$\varepsilon/7$". Si cette approche ta-

tillonne peut prêter à sourire, elle s'accompagne trop souvent d'un enseignement aussi rigide qu'inefficace où la recherche compulsive de la rigueur s'impose partout au détriment de l'intuition et de la didactique.
Voilà pourquoi, dans son excellent livre "*la démarche statistique*"[1] — dont je conseille la lecture à tout statisticien, ne serait-ce que pour son chapitre sur "*les trois tests*" — il commence par expliquer d'une manière parfaitement argumentée pourquoi il s'affranchira dans tout son livre du sacro-saint "*soit* $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ *un espace probabilisé*". C'est en suivant cette philosophie que je propose à mes étudiants de noter par une probabilité ponctuelle la densité d'une variable continue, ou bien que je préfère éviter l'introduction de notations complexes en énonçant un théorème en prose.

> **Projet *HyperZebre* : hyperstabilité des zèbres à n pattes et application à la préservation de la biodiversité naturelle en Afrique de l'Est.**

Mais la caractéristique la plus forte et la plus exceptionnelle de Bernard Prum était certainement son intérêt sincère pour les applications et en particulier les applications biomédicales. Il avait une véritable passion pour la biologie - dont il dévorait avec émerveillement les ouvrages de référence - et un immense respect pour les biologistes, épidémiologistes et autres médecins avec qui il collaborait. Lui qui parlait de nombreuses langues (de l'espagnol au russe, du nahuatl à l'arabe) était également capable de discuter de son sujet de recherche avec un généticien ou un immunologiste et donc, forcément, de comprendre avec aisance les besoins statistiques (ou autres) de ces derniers. Combien de collaborations mutuellement fructueuses ont-elles ainsi pu démarrer grâce à cette relation de confiance, loin de l'image (trop répandue) du mathématicien dans sa tour d'ivoire, drapé dans sa supériorité et toisant le reste du monde !
C'est en suivant les pas de Bernard Prum que je me suis efforcé ces dernière années d'observer au plus près l'acquisition des données que je souhaitais étudier : assister à une consultation de génétique du Cancer à l'Institut Curie, visiter le village Béninois où se déroule une étude sur le paludisme, parler avec les spécialistes de micro-algues toxiques de l'institut Louis Malardé de Tahiti. Ces démarches, souvent perçues comme *étranges* pour un mathématicien, m'ont non seulement incroyablement enrichies sur le plan humain mais aussi sur le plan scientifique. Elles ont permis dans chacun de ces cas de construire (et financer !) des projets de recherche originaux et productifs, aussi bien sur le plan des applications que de la méthodologie.

[1] B. Prum (2010), éditions Cépadues

Pour conclure, je dirais que Bernard Prum n'était pas seulement un grand scientifique et un grand mathématicien, il était aussi et surtout un grand mathématicien *appliqué*. Et si nous ne croiserons désormais plus son visage jovial et sa bienveillance dans nos séminaires et conférences, sa philosophie et sa vision résolument moderne des mathématiques et de leur place dans le monde restent bien vivantes en nous et pour longtemps.

INVITÉS

CMAP, Ecole Polytechnique

Communiqué par Aline Lefebvre-Lepot (CNRS - CMAP/Ecole Polytechnique)

Piotr G. Grinevich,
Landau Institute for Theoretical Physics (Russian Academy of Science).
Octobre 2015.
Spécialités : Physique mathématique.
Contacts : `pgg@landau.ac.ru`
et Roman Novikov, `novikov@cmap.polytechnique.fr`

Jimmy Olsson,
Department of mathematics, KTH Royal Institute of Technology, Sweden.
Octobre 2015
Spécialité : mathematical statistics and applied probability (particle filter, Hidden Markov Models, financial econometrics).
Contacts : `jimmyol@maths.kth.se`
et Eric Moulines, `eric.moulines@polytechnique.edu`

Jeffrey Rauch,
Ann Harbor, Université du Michigan.
Février 2015.
Spécialités : Equations aux dérivées partielles.
Contacts : `rauch@umich.edu`
et Grégoire Allaire, `allaire@cmap.polytechnique.fr`

La loi sur le numérique concerne le monde de la recherche

L'élaboration d'une loi sur le numérique (loi pour une République numérique) fait en ce moment l'objet d'une consultation publique sur le site `http://www.republique-numerique.fr/`avant son envoi au conseil d'Etat.

Ses enjeux pour le monde de la recherche sont importants. Ce texte touche en effet à de nombreux aspects du numérique et nous concerne, vous et nous, chercheurs, dans notre manière même de travailler, par exemple, pour ce qui relève de la neutralité du net, de l'open-data, des activités d'exploration des données, de la protection des données et du droit sur les données scientifiques, du libre accès aux publications scientifiques, etc. Beaucoup d'entre vous ont sans doute fait l'expérience de la signature de contrats avec de grands éditeurs internationaux, qui imposent une cession exclusive des droits sur les textes, mais aussi sur tout ce qui peut les accompagner (données à l'appui, illustrations, etc.) ; et cela en échange d'une diffusion trop souvent limitée aux plus riches bibliothèques. Depuis quelques années, nombre de pays (Allemagne, Canada, états-Unis, Royaume-Uni, etc.) ont pris en réaction des dispositions qui permettent aux auteur.e.s de conserver, au minimum, le droit de diffuser librement leurs textes en ligne après une période courte d'embargo. Une première version du projet de loi numérique incluait des dispositions de ce type. Au contraire, la version actuellement envisagée laisse planer un réel risque de captation des résultats (des publications, voire des données) de la recherche publique par quelques grandes plates-formes privées. Le droit de publier en libre accès sans période d'embargo doit être instauré pour les recherches financées sur fonds publics : il faut encourager les pratiques de libre accès et de fouille de texte et de données des publications scientifiques.

Rappelons qu'en mathématiques, les bases de données relatives aux publications sont très importantes pour le travail individuel et communautaire. Une particularité de cette discipline est l'importance de l'accès facile aux publications "anciennes" (plusieurs années, décennies voire siècles). En ce qui concerne les données numériques, il est nécessaire que pour des questions de reproductibilité, comparaison et interprétation de méthodes de simulation et calcul, elles soient librement accessibles et ceci concerne aussi bien les logiciels que les codes de calcul.

C'est pourquoi nous vous incitons à vous informer à ce sujet et, si vous souhaitez, comme nous, défendre un accès ouvert aux résultats de la recherche publique, à réagir publiquement.
Diverses initiatives ont été lancées. Une tribune du Conseil national du numérique parue dans le Monde du 10 septembre, titrée "Favoriser la libre diffusion de la culture et des savoirs", a déjà été signée par 1700 personnes, dont un grand nombre de scientifiques de toutes les disciplines (vous la retrouvez en ligne à `https://secure.avaaz.org/fr/petition/Le_Premier_ministre_Manuel_Valls_Consacrer_les_biens_communs_de_la_connaissance_1`). Nous en joignons ci-dessous un extrait.
Vous trouverez également ci-dessous une recommandation approuvée à l'unanimité par le Conseil scientifique du CNRS, le 25 septembre dernier. Une contribution plus longue du Conseil scientifique au livre blanc du CNRS sur le "projet de loi sur le numérique", qui détaille les enjeux, discipline par discipline, est disponible à cette adresse `ttp://preview.tinyurl.com/doc-cs-cnrs`. Voir aussi le site `http://www.cnrs.fr/dist/consultation-loi-numerique.html`.

Valérie Berthé (informatique), François Bonnarel (astronomie), Peggy Cénac-Guesdon (mathématiques), Maria J. Esteban (mathématiques), Claire Lemercier (histoire), Sophie Pochic (sociologie), membres du Conseil scientifique du CNRS

Recommandation sur le projet de loi sur le numérique - approuvée à l'unanimité par le Conseil scientifique du CNRS le 25 septembre.
Le conseil scientifique du CNRS s'est tenu régulièrement informé des discussions entourant la préparation du projet de loi sur le numérique qui doit être soumis au Parlement à l'automne 2015. Il a produit sa propre contribution au livre blanc de l'organisme sur ces questions d'importance capitale pour les activités de recherche scientifique. Le conseil réaffirme deux principes essentiels :
– la science est un bien commun de l'humanité qui ne saurait souffrir de captation abusive par des intérêts privés,
– le libre accès aux résultats de l'activité scientifique (publications, données de la recherche, métadonnées, services à valeur ajoutée) ne saurait être entravé sans remettre en cause le développement même de la science. Ce principe de libre accès est bénéfique autant pour les auteurs et la communauté scientifique, que pour les organismes de financement et plus largement l'enseignement supérieur.

Fort de ces principes, le conseil scientifique s'inquiète de possibles reculs en terme de durée d'embargo et de libre accès aux publications scientifiques qui pourraient intervenir dans le projet de loi. Il rappelle que d'autres pays, comme l'Allemagne,

le Canada, les états-Unis, le Royaume-Uni, ont mieux su résister aux demandes des éditeurs privés en faisant adopter dans leurs législations le principe du libre accès.

Il rappelle son exigence de voir consolider par la loi les pratiques actuelles en matière d'accès aux données scientifiques, comme c'est déjà le cas dans ces pays :

- lorsque l'activité de recherche a été financée en majorité par des fonds publics, la cession à un éditeur des droits sur les données et les écrits issus de cette recherche ne saurait être exclusive ;
- les scientifiques doivent avoir le droit de mettre à disposition gratuitement, sous une forme numérique, les données et les résultats précités, a priori sans période d'embargo imposée par les éditeurs ;
- les services de "fouille de données" et assimilés jouent un rôle considérable dans la valorisation scientifique des données et écrits en libre accès. Ils ne doivent pas être entravés par les plateformes à finalité commerciale de diffusion de ces données et écrits.

Extrait de la tribune "Favoriser la diffusion de la culture et des savoirs"

L'open access, déjà adopté chez nos voisins, notamment allemands et anglais, consiste à inscrire dans la loi la possibilité, pour les chercheurs qui le souhaitent, de publier en accès libre des articles de recherche qui ont été financés par l'argent public, à l'issue d'une courte durée d'embargo. Cette mesure a pour objectif de limiter la dépendance des institutions de recherche publique aux grands éditeurs scientifiques : actuellement ceux-ci sont soumis à un système de double paiement, alors même que depuis 2012 la Commission européenne invite les états membres à consacrer l'open access dans leur législation. En effet, les chercheurs, financés par l'argent public, sont pour la plupart dans l'obligation, pour des raisons de visibilité et de carrière, de publier dans les revues scientifiques prestigieuses. Ils se trouvent donc dans une situation de dépendance face à des revues scientifiques qui appartiennent aujourd'hui à des oligopoles détenus par quelques grands éditeurs (Elsevier, mais aussi Springer, Wiley, Nature). Afin de pouvoir publier dans ces revues, les auteurs sont obligés de céder leurs droits d'auteurs. Ils fournissent également leur expertise pour définir les choix éditoriaux des revues. A cet égard, l'augmentation des prix des abonnements des revues ne semble pas trouver de justification, d'autant plus que le passage au digital a diminué de manière importante les coûts de publication. Parallèlement, les établissements d'enseignement supérieur et de recherche dépensent annuellement plus de 80 millions d'euros pour avoir accès aux ressources électroniques. Les prix d'accès ont d'ailleurs continuellement augmenté : de 7% par an depuis 10 ans. En 2011, la bibliothèque de l'ENS Ulm s'est par exemple acquitté de plus de 500 000 euros de dépenses pour des revues, sur les 2 millions d'euros qui constituent son budget. Cette si-

tuation limite donc fortement les avancées de la recherche tout en pesant sur les finances publiques. Mais l'open access n'a pas pour unique objectif de réduire les dépenses des établissements publics, l'open access a un impact bien réel sur l'avancée de la recherche, voire même dans certains cas de la préservation de la santé publique. L'équipe en charge de la réponse du Liberia face à la menace du virus Ebola n'a ainsi pas pu accéder à certains articles du fait de leurs coûts importants, alors qu'ils auraient été nécessaires afin d'identifier le virus plus tôt et ainsi adapter plus rapidement les mesures de prévention et de soin. D'autres mesures sont nécessaires pour construire un environnement numérique ouvert et propice à la recherche, l'innovation et la création. L'exception pour la fouille automatique de données de texte (text et data mining) consiste à autoriser la recherche automatisée parmi un volume très important de textes ou de données : il est possible d'accéder à des résultats qui n'auraient pas pu être découverts par une autre méthode. Cela donnerait une force nouvelle à l'entrée de la recherche française à l'heure des mégadonnées (big data) et de réaliser des gains de productivité très importants, alors même que d'autres pays, comme le Royaume-Uni, le Japon et les Etats-Unis, ont pris une avance considérable dans ce domaine. Le text and data mining a d'ailleurs été qualifié par le MIT comme l'une des dix technologies émergentes qui "changeront le monde" au XXIème siècle. La véritable valorisation du patrimoine culturel passe par son usage ouvert au plus grand nombre. C'est d'ailleurs la mission historique des bibliothèques publiques, qui profiteront largement de ces dispositions. La circulation ouverte de la science nous aide à affronter les transitions auxquelles nous sommes confrontés. Une définition positive du domaine public et son inscription dans la loi serviront le rayonnement de la science et de la culture à l'heure du numérique. Les Etats-Unis, le Royaume-Uni et l'Allemagne l'ont déjà compris. Qu'attendons-nous pour profiter, nous aussi, de la nouvelle audience et de la notoriété apportées par cette plus grande diffusion ?

Des revues avec abonnements aux articles en accès libre, où allons-nous ?

par Frédéric Hélein[1]

En matière de publication scientifique, la dernière décennie a été celle du passage des abonnements à des revues sur papier (avec éventuellement un accès électronique en supplément) aux abonnements électroniques (avec éventuellement un supplément pour le papier).

La décennie en cours est celle d'un bouleversement sans doute encore plus profond, remettant en cause la chaîne de financements de l'édition scientifique et donc, au-delà, l'équilibre des pouvoirs et des droits entre les éditeurs commerciaux, les bibliothèques, les laboratoires et in fine les chercheurs. En effet, conformément aux objectifs « Horizon 2020 » fixés par la communauté européenne, les publications scientifiques devront être bientôt gratuitement accessibles à tous.

Comment y parvenir ? La solution la plus naturelle en l'état actuel est celle dite du « Green Open Access » ou « Voie Verte ». Dans ce modèle, les auteurs continuent à publier leurs articles dans des revues traditionnelles à laquelle des bibliothèques sont abonnées mais, après une courte période, dite d'embargo, l'article devient accessible librement et gratuitement sur une plate-forme. Bien que simple à mettre en œuvre, cette solution nécessite un accord des éditeurs : c'est là et dans la détermination de la période d'embargo qu'une volonté politique des institutions publiques est nécessaire. En outre il faut noter que, à moins qu'il n'accompagne une politique plus élaborée (voir plus bas), ce modèle ne semble pas stable sur le plan économique (pourquoi les bibliothèques continueraient-elles à payer des abonnements ?) et ne peut être envisagé qu'à titre de solution transitoire, vers un ou plusieurs modèles plus stables. Mais lesquels ?

En Grande-Bretagne, suite au « rapport Finch » paru en juin 2012, un modèle complémentaire a été retenu par le gouvernement en avril 2013 : le système « Auteur-Payeur » (souvent désigné par un abus de langage sur lequel on ne s'étendra pas ici par « Gold Open Access ») dans lequel l'auteur (plus exactement l'institution finançant sa recherche) paye pour publier son article sous une forme accessible gratuitement par tous. Les deux options (« Auteur-Payeur » et « Green open access ») sont maintenant institutionnalisées en Grande-Bretagne dans le

[1]Directeur scientifique du RNBM, Professeur à l'Université Paris Diderot

Remerciements : l'auteur de ce texte remercie Albert Cohen, Benoît Kloeckner, Francesca Leinardi, Karim Ramdani, Claude Sabbah, Christoph Sorger et Bernard Teissier pour leurs nombreuses remarques et suggestions sur des versions préliminaires de ce texte.

cadre d'une loi qui impose à tout chercheur d'un laboratoire de ce pays l'un de ces deux modèles.

Le modèle « Auteur-Payeur » deviendra-t-il la norme internationale comme les britanniques en ont fait le pari, suivis récemment, pour ce qui est de Springer, par les néerlandais et tout dernièrement par les autrichiens et les allemands ?[2]

Si tel est le cas, cela pose un grand nombre de problèmes dont il est impossible de faire le tour ici. D'abord cela rend illisible les flux de financement qui vont vers la documentation et vers la recherche. Ensuite, qui payera les frais de publications (appelés APC pour Article Processing Charges) ? qui décidera de la répartition des fonds pour cela et comment ? En effet, au vu des tarifs actuels des éditeurs, on peut estimer les APC à environ 2 000 € par article, avec des fluctuations importantes selon les revues (entre 500 € et 5 000 €). Estimer le coût global que cela représenterait pour la France est très difficile aujourd'hui, en raison des disparités entre les milliers de revues existantes. Mais on peut être certain que cela représente un montant colossal : pour s'en faire une idée, en Grande-Bretagne, pour la période 2013/2014, plus de 16 millions de Livres Sterling ont été fléchés vers les APC. De plus, on estime que les coûts indirects pour les universités ont dépassé les 9 millions de Livres... Et ces sommes se substituent, quand elles ne s'ajoutent pas, aux montants que les universités et institutions continuent à payer pour les abonnements, avec la conséquence de « sanctuariser » tout en le majorant le chiffre d'affaire déjà exorbitant des éditeurs commerciaux...[3]

Outre ces aspects économiques, un tel modèle est susceptible d'avoir des répercussions profondes sur le fonctionnement de la recherche scientifique. En effet, n'est-il pas à craindre que le budget dont disposera un chercheur pour publier dépende de l'institution à laquelle il appartient, de sa participation à des contrats ANR ou ERC ? On peut aussi s'inquiéter du rôle de la bibliométrie, des facteurs d'impacts et, plus généralement, de la pression croissante à publier toujours davantage à laquelle sont soumis les chercheurs à travers les évaluations à répétition et la course aux financements. Enfin le remplacement d'un modèle économique fondé sur la demande par un autre fondé sur l'offre crée un problème quant à la régulation de la qualité et du nombre de revues. Un tel modèle économique

[2]On notera au passage que la Grande-Bretagne, les Pays-Bas et l'Allemagne sont des pays dotés d'une industrie de l'édition prospère, puissante et qui bénéficie de la politique choisie en Grande-Bretagne, ce qui n'est pas le cas des autres pays d'Europe.

[3]Signalons en outre le système des publications hybrides, que les éditeurs commerciaux comme Elsevier et Springer s'emploient à proposer aux auteurs d'un article. En l'échange du règlement d'un APC (autour de 2000€ ?), l'article est accessible gratuitement tout de suite, tandis que les bibliothèques continuent à payer les abonnements aux revues dans lesquelles paraissent ces articles. Cette offre devrait donc se répercuter par une baisse des coûts des abonnements que, malheureusement, on n'observe guère...

n'encourage évidemment pas les revues à être exigeantes sur le plan scientifique. Même pour les revues les plus prestigieuses, la tentation est grande d'abandonner une politique éditoriale curieuse et ouverte à toutes les thématiques pour, suivant des mécanismes humains bien connus, favoriser quelques thématiques reconnues excellentes par certaines écoles, au détriment d'une diversité vitale pour la recherche.

Si l'on souhaite éviter ce scénario (même si l'on sait que le modèle « Auteur-Payeur » est appelé à prospérer), d'autres solutions doivent être recherchées et développées. Celles-ci existent : en Amérique latine, le portail SciELO, développé par le Brésil, héberge plus d'un millier de revues accessibles gratuitement et sans frais de mise en ligne pour l'auteur : il est financé par des fonds publics. Des expériences similaires à plus petite échelle voient le jour ailleurs. Ainsi en France le portail OpenEdition, financé par le CNRS, abrite plus de 400 revues en Sciences Humaines et a réussi à dynamiser l'édition dans ce domaine en France et le projet épiscience commence à voir le jour, grâce à l'appui du CNRS (CCSD-HAL) et d'Inria. Pour les mathématiques, des revues comme les Annales de l'Institut Fourier, le (nouveau) Journal de l'Ecole Polytechnique et le SMAI Journal of Computational Mathematics sont aujourd'hui accessibles en Open Access sans frais pour l'auteur sur le site Cedram. Leur fonctionnement est financé par l'INSMI et d'autres institutions[4]. Quel que soit le modèle, l'édition d'un article a bien sûr un coût estimé entre 7 et 400 euros, mais qui reste bien en deçà des coûts évoqués plus haut. Enfin, il est également envisageable de mettre en place un modèle « vert » stable, de type crowdfunding, dans lequel les universités et les institutions s'entendraient dans le cadre de consortia pour financer les publications qu'elles jugent dignes de l'être. Un exemple de ce modèle, Knowledge Unlatched, est très développé dans les pays anglo-saxons.

En France ces questions ont fait l'objet d'un rapport de l'Académie des Sciences paru en 2014 et le consortium Couperin[5] considère sérieusement l'idée d'inclure dans les négociations avec des éditeurs un acquittement global des APC. Mais, comme on l'a dit plus haut, de tels choix auraient un impact qui irait bien au-delà des bibliothèques scientifiques et des centres de documentation et toucherait le fonctionnement même de la recherche.

Il est donc urgent que les scientifiques s'en saisissent…

Pour en savoir plus :

[4] A ce sujet, le fait d'officialiser le modèle Auteur-Payeur en France créerait une concurrence qui ruinerait tous les efforts des organismes comme le CNRS, Inria et l'INSMI pour construire ces nouveaux modèles.

[5] Couperin : Consortium Unifié des Etablissements Universitaires et de Recherche pour l'Accès aux Publications Numériques, dont la mission est de représenter les établissements de l'enseignement supérieur et de la recherche dans les négociations avec les éditeurs.

– une synthèse sur l'Open Access réalisée par les CorIST (Correspondants de l'IST, Information Scientifique et Technique, CNRS) :
http ://corist-shs.cnrs.fr/gold_open_access
– l'Open Access pour les nuls (élaboré par les physiciens) :
http ://www.rnbm.org/spip.php ?article241
– les précieuses études de la DIST : http ://www.cnrs.fr/dist/distint.html
– les nouvelles au fil de l'eau de la DIST : http ://www.cnrs.fr/dist/distlefil.html
– et les précieux documents de la DIST : http ://www.cnrs.fr/dist/Documents.html
– d'autres documents sur la page du RNBM :
http ://www.rnbm.org/spip.php ?article96
– Le rapport Finch, à l'origine de la politique choisie au Royaume-Uni :
http ://www.researchinfonet.org/publish/finch/
– un rapport sur le financement des APC en Grande-Bretagne (cf pages 10 et 11) :
http ://www.rcuk.ac.uk/RCUK-prod/assets/documents/documents/Openaccessreport.pdf
– un document sur le coût des APC par le JISC britannique :
http ://files.figshare.com/1542374/Analysis_of_Jisc_Collections_APC_data.pdf
– le texte (un peu trop naïf) de la Max Planck Digital Library :
http ://www.mpg.de/9202262/area-wide-transition-open-access
– le rapport de l'Académie des Sciences :
http ://www.academie-sciences.fr/pdf/rapport/rads_241014.pdf
– la page d'accueil de Couperin :http ://www.couperin.org/
qui a notamment relayé le texte paru dans le monde le 10 septembre 2015, sous forme d'une pétition[6] :
https ://secure.avaaz.org/fr/petition/Le_Premier_ministre_Manuel_Valls_Consacrer_les_biens_communs_de_la_connaissance_1/
– le texte commun SMF-SMAI-SFDS en septembre 2012 :
http ://smf.emath.fr/files/open_access_trois_societes_0_0.pdf
– les recommandations de l'EMS :
http ://www.euro-math-soc.eu/system/files/uploads/EMS.Draft_.v10.pdf
– la dernière recommandation du Conseil Scientifique de l'INSMI :
http ://www.cnrs.fr/insmi/spip.php ?article1216
– le projet Knowledge Unlatched : http ://www.knowledgeunlatched.org/
– le projet Episciences : http ://www.episciences.org/
– Le site du Cedram : http ://www.cedram.org/

[6]Dans ce texte, la position préconisée pour l'Open Access n'est pas très claire. En revanche ce texte a le mérite de se positionner contre l'attribution de droits d'exploitation exclusifs (notamment pour le Text and Data Mining) dont il est actuellement question dans le projet de loi sur le numérique.

MaiMoSiNE

Une expérience d'interaction entre l'université et le monde des entreprises : MaiMoSiNE

Texte co-rédigé par l'équipe MaiMoSiNE[1]

Résumé : Le projet MaiMoSiNE a été lancé en 2010 avec pour objectif d'être un guichet d'accès aux actions de modélisation de l'Université ainsi qu'une vitrine des recherches réalisées dans ce domaine. La structure est organisée en trois pôles dont les missions sont l'animation scientifique, l'accueil de projets scientifiques universitaires en collaboration avec des entreprises et enfin le lien entre modélisation et simulation au travers de la gestion de l'accès à des moyens de calcul haute performance.

1 Présentation et historique de la structure

1.1 Les motivations de la création de la structure

C'est pendant l'année 2009 que l'idée de la création de la Maison de la Modélisation est née autour d'une consultation de l'Université sur l'émergence de projet fédérateur pour le site dans le cadre du dossier plan campus. Rapidement, l'idée a fait son chemin pour passer du stade de projet à celui de structure en 2010. C'est donc en 2009, à l'occasion de l'évaluation par l'AERES du Laboratoire Jean Kuntzmann, que le projet de structure a été présenté au comité pour avis. En janvier 2010, suite à un rapport positif de l'AERES, l'UJF a donné le feu vert pour la création d'une structure fédérative de recherche de l'Université ; il ne restait plus qu'à se mettre au travail !

1.2 Le lancement

Le premier travail, avant de lancer une campagne de communication auprès des entreprises, fut de créer une identité, un nom pour la structure. L'idée qui déjà germait à l'époque était celle de la création potentielle, à terme, d'un réseau national de centres régionaux ayant des objectifs et un domaine d'action comparable à celui de la structure grenobloise. Dans ce contexte, il fut décidé de faire référence aux deux thèmes de recherche parmi les plus synergisants sur le bassin

[1] Hébergée par le Laboratoire Jean Kuntzmann, Université Grenoble Alpes et CNRS

grenoblois : les nano-sciences et l'environnement. Ainsi, le nom choisi fut "Maison de la Modélisation : Nano-sciences et Environnement" avec comme acronyme MaiMoSiNE. Fort d'un nom et d'un visuel, le travail pouvait commencer. Deux grands chantiers s'ouvraient : l'animation scientifique autour de la modélisation et de la simulation, et les relations avec entreprises.
Le premier chantier fut rapidement mis en œuvre à travers des séminaires, des cours dispensés aux étudiants des écoles doctorales, des groupes de travail pour les utilisateurs des moyens de calcul (groupe calcul) et par le soutien à des écoles thématiques, des workshops visant à favoriser l'interdisciplinarité.
Les animations furent conçues en forte interaction avec CIMENT, méso-centre de calcul grenoblois, à travers le travail de Laurence Viry, ingénieur de recherche de CIMENT qui rejoignit MaiMoSiNE pour prendre la direction adjointe pour le pôle animation scientifique.
Le second chantier était celui de l'hôtel à projets qui devait accueillir et gérer les projets de recherche autour de la modélisation et de la simulation initiés par la structure et en particulier les contrats de collaboration avec les entreprises. Afin de mettre en place ce pôle dans les meilleures conditions, une collaboration avec l'ARDI (Agence Régionale pour le Développement et l'Innovation) a permis de diffuser des questionnaires de sensibilisation aux entreprises locales. Ainsi, près de trois cents entreprises furent contactées. Cette consultation terminée fin 2010, début 2011, nous pûmes commencer l'amorce de contacts industriels. Cette phase de publicité et d'approche des industriels a nécessité une bonne année. C'est donc en 2012 que la vitesse de croisière commença à être atteinte.

1.3 Les équipements de calcul : équipement d'excellence

MaiMoSiNE, comme son nom l'indique, est tournée en particulier vers la simulation. Nous avons donc, dès les premiers mois d'existence de la structure, effectué un rapprochement naturel avec le méso-centre de calcul de Grenoble, CIMENT. Cette structure, qui existait depuis déjà dix ans, avait acquis une solide renommée, une expérience reconnue. Ainsi, au lieu de faire une structure commune dès le début, nous avons choisi de créer une nouvelle structure fédérative de recherche de l'université Joseph Fourier et de Grenoble-INP. Une structure commune, en cas d'échec du projet MaiMoSiNE aurait pu nuire à l'image de CIMENT, et il y avait une volonté d'éviter l'association restrictive entre modélisation et calcul haute performance. En effet toutes les expertises en amont du calcul sont considérées dans MaiMoSiNE, et ne concernent pas CIMENT. Nous avons plutôt construit une politique concertée entre ces deux structures, avec dans un premier temps une prise en charge des aspects animation scientifique par MaiMoSiNE.

1.4 Le régime de croisière

Actuellement, l'équivalent, à peu près, de deux personnes temps plein collaborent dans le cadre de la structure MaiMoSiNE. Aucune des personnes ne se trouvant dans l'organigramme de la structure ne collabore à temps plein (voir Fig. 1). Cette structure, très souple dans son fonctionnement, collabore active-

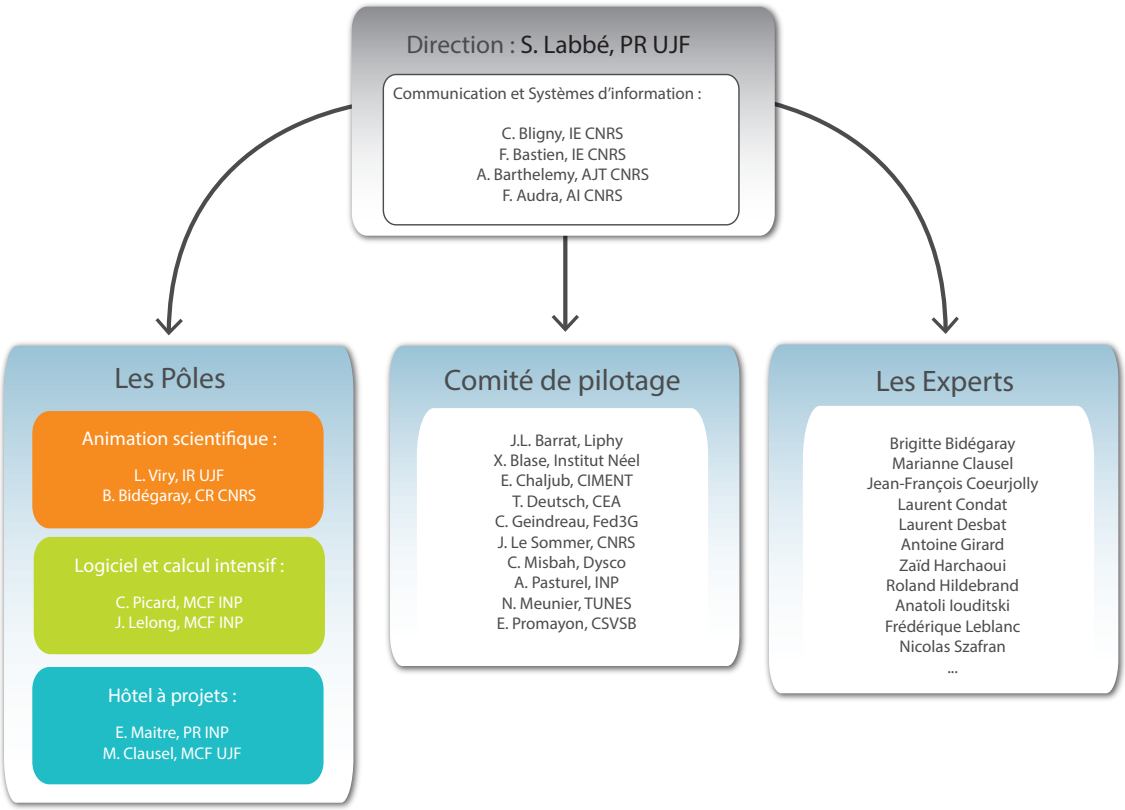


FIG. 1: Organigramme de la structure.

ment avec le mésocentre grenoblois CIMENT (qui est également une structure fédérative de recherche de l'Université) et FLORALIS, filiale de droit privé de l'Université.
La collaboration avec CIMENT est essentielle et nous a permis, entre autres, de répondre à un appel d'offre équipex à travers le projet équip@meso et d'acquérir la plateforme de calcul Froggy. Cette plateforme peut contribuer à des collabora-

tions de recherche avec des entreprises à hauteur de 10% des heures disponibles. Dans le cadre de cette synergie, MaiMoSiNE et CIMENT participent activement au programme HPC-PME, lancé par GENCI, et qui reprendra une nouvelle vie début 2016 à travers l'Appel à Manifestation d'Intérêt (AMI[2]) "Diffusion de la simulation numérique" (Programme Investissements d'Avenir).
L'autre structure avec laquelle nous collaborons activement est FLORALIS[3]. Cette filiale de droit privé de l'Université a pour vocation de gérer les contrats entre les entreprises et les équipes universitaires. Dotée de juristes et d'ingénieurs contrats, elle est à même de nous aider efficacement à la rédaction de contrats ou encore d'accords de confidentialité. Le statut de filiale de droit de privé lui confère une certaine agilité indispensable pour traiter efficacement avec des PME/PMI à la recherche de collaborations très réactives.
Ces interactions et soutiens de la part des universités et du CNRS nous permettent, en vitesse de croisière, d'organiser plusieurs formations chaque année (en moyenne cinq) sur des thématiques allant des statistiques à la fouille de données en passant par le HPC et de soutenir, financièrement ou logistiquement, une douzaine de formations. D'autre part, les rencontres avec les entreprises se succèdent en moyenne avec une analyse de problème par mois donnant lieu, également en moyenne, à une contractualisation une fois sur deux.

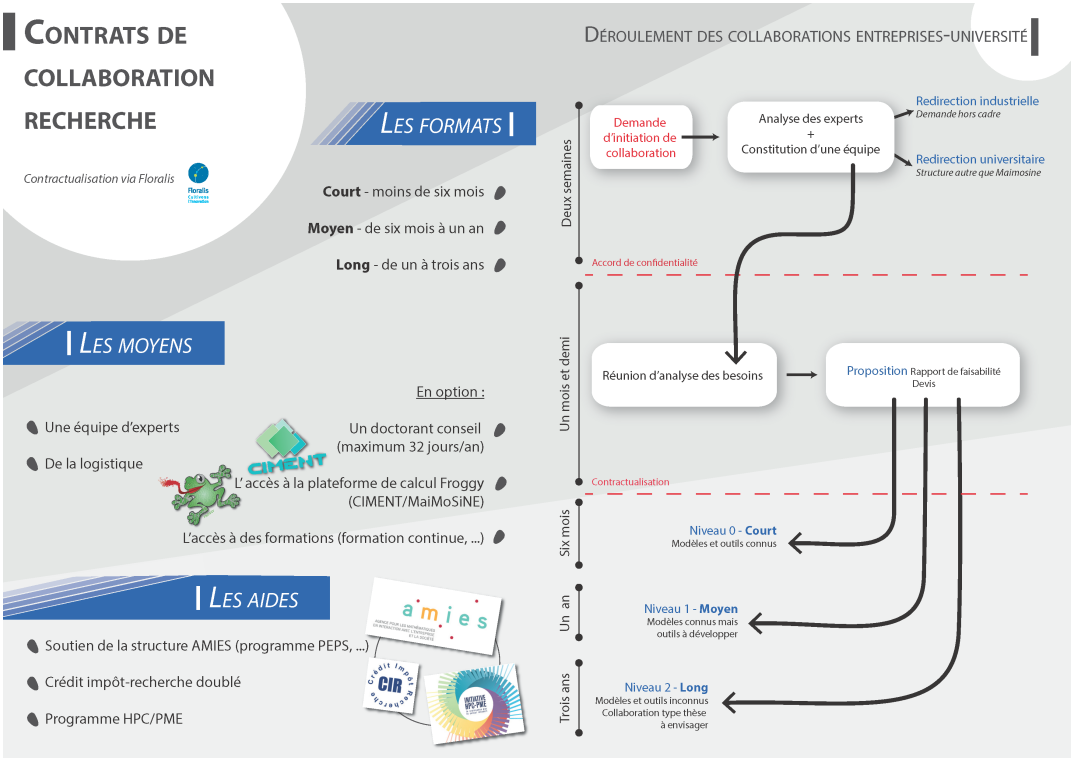
1.5 L'avenir : quelle structuration ?

Au sein de l'Université Grenoble Alpes, une nouvelle UMS, en charge des moyens techniques pour le calcul et le stockage en relation avec la recherche, est en cours de création. MaiMoSiNE et CIMENT s'appuieront sur cette nouvelle unité pour bénéficier de moyens mutualisés qui jusqu'ici étaient gérés par l'UMS Mi2S ou alors directement par les structures.

[2] http://www.entreprises.gouv.fr/files/files/directions_services/secteurs-professionnels/economie-numerique/AMI-diffusion-simulation-numerique.pdf

[3] http://www.floralis.fr

2 Relations avec les entreprises : fonctionnement



2.1 Les prises de contact

L'origine des contacts est diverse : outre les contacts professionnels des chercheurs et les rencontres lors de forums ou de journées industrielles organisées par des acteurs du bassin grenoblois (MINATEC, CCI, ...), parmi les pourvoyeurs de contacts figurent l'AMIES, le Carnot-LSI, l'ARDI. La discussion lors du premier contact doit permettre à l'intervenant de l'équipe MaiMoSiNE d'identifier des collègues dans la communauté de chercheurs du bassin, qui seraient à même de comprendre la problématique et éventuellement d'y apporter une réponse. Elle permet aussi de renseigner rapidement l'industriel sur les différents dispositifs qui peuvent l'inciter à contractualiser via MaiMoSiNE : le CIR doublé, les PEPS AMIES, le système de doctorant conseil, les bourses CIFRE...

2.2 Fonctionnement avec les entreprises

L'étape suivante est une première réunion où les experts universitaires identifiés sont réunis avec les industriels. L'objectif de cette première réunion, cruciale, est d'une part d'amener l'entreprise à formaliser sa problématique en termes compréhensibles et suffisamment précis. A ce stade, un accord de confidentialité aura été rédigé par la filiale de l'univeristé, Floralis dans notre cas, et sera signé à cette occasion. Cet accord lie le président de l'Université et par son truchement les chercheurs intervenants sous la banière MaiMoSiNE à l'occasion de ce projet.

Il est essentiel de canaliser et de structurer la demande de l'industriel, qui souvent peut vouloir faire un peu tout à la fois dans des domaines très différents. Il faut aussi bien se mettre d'accord sur ce qu'il attend comme type de délivrables et dans quels délais, ce qu'il va fournir à l'équipe comme données pour travailler, et sur quels cas tests la validation du développement va se baser. Il faut aussi s'assurer autant que possible que le projet sera soutenu en interne. C'est notamment crucial si l'entreprise est assez importante pour avoir un système de prise de décisions dans ce domaine qui peut échapper à l'ingénieur présent à la réunion.

Symétriquement, il est utile que les experts universitaires expriment leur impression sur le problème, sans toutefois rentrer trop dans les détails à ce stade, mais de manière à ce que l'industriel sente que son problème est entre de bonnes mains.

A la fin de cette réunion, l'équipe d'experts peut soit constater qu'il n'y a pas lieu de mener une collaboration de type recherche partenariale pour répondre à la demande : soit parce que la question est hors champ disciplinaire (auquel cas celle-ci pourra être aiguillée vers d'autres structures de transfert technologique), soit bien parce qu'il s'agit d'un simple travail de développement qui pourra être confiée à une SSII ou une société de calcul scientifique. Le but de MaiMoSiNE n'est en effet pas de se positionner comme un concurrent face aux PME de ce secteur, mais au contraire d'intervenir lorsque que des travaux de recherche sont nécessaires, et si besoin en délégant une partie du travail à celles-ci.

Dans les cas positifs, l'équipe s'engage à formuler une proposition chiffrée et un calendrier d'exécution, usuellement sous deux à trois semaines. Ce délai court est important notamment pour de petites structures qui veulent aller vite (startup en incubation ayant besoin de valider un concept, comme POLLEN). Par ailleurs, il montre à l'entreprise qu'une structure universitaire sait être réactive (ce qui n'est pas une idée communément partagée dans le milieu de PME), et la met ainsi en confiance.

L'entreprise a usuellement deux semaines à un mois pour étudier en interne la proposition et faire un retour. Si celui-ci est positif, le contrat est signé, et le travail commence. Il est usuellement prévu des réunions de suivi de celui-ci, notamment

si des jalons ont été définis dans le projet. Selon les termes du contrat, Floralis émet une facture avant, après ou à différentes étapes du contrat. Les crédits ainsi obtenus sont, après imputation de frais de gestion de Floralis et de MaiMoSINE, à disposition des chercheurs effectuant le travail sur une ligne de Floralis.

2.3 La SEME

MaiMoSiNE, en partenariat avec l'AMIES, a organisé la sixième édition de la SEME à Grenoble du 10 au 14 juin 2013 `seme2013.imag.fr`. Dès que l'AMIES nous a donné son feu vert en septembre 2012, nous avons commencé à nous atteler à l'organisation. Il nous fallait trouver quatre ou cinq entreprises et une trentaine d'étudiants qui avaient envie de se lancer dans l'aventure !

Début janvier, nous avons commencé à contacter des entreprises que nous connaissions par différents biais. L'entreprise Halias avait déjà contractualisé avec nous. Nous avions proposé un outil de reconnaissance de pattern sur des signaux irrégulièrement et très fortement sur-échantillonnés. L'entreprise souhaitait continuer cette étude et pouvoir détecter des anomalies. La SEME était un moyen ainsi de prolonger la collaboration. La société STMicroelectronics nous avait contacté car leurs ingénieurs avaient étudié un premier algorithme de compression d'images qu'ils pensaient prometteur pour l'acquisition video et cherchaient à en tester toutes les potentialités. Pour eux la SEME était une expérience préalable à une première contractualisation. L'entreprise KOLOR développait un logiciel de traitement photographique et désirait disposer d'une modélisation permettant de rendre compte du décalage existant entre la réponse d'un objet à une source de lumière et le rendu colorimétrique de ce même objet sur une photo. L'autre partenaire industriel avait été rencontré lors de colloques. Il s'agissait d'un collègue de l'IFPEN. Ce partenaire industriel utilisait des ondes acoustiques pour détecter les dégradations éventuelles dues à la pression ou à l'acidité d'éprouvettes en métal. En cas de dégradation, des ondes spécifique étaient émises qu'il s'agissait d'être capable d'identifier à l'aide de méthodes temps–fréquence. Cela nous faisait donc quatre sujets essentiellement dans le domaine du signal et de l'analyse de données. Cette homogénéité dans les thématiques était un avantage puisqu'elle allait permettre aux différents étudiants des différents groupes d'échanger entre eux.

Il fallait ensuite trouver des étudiants avec une proportion de participants extérieurs. Début avril, nous avons contacté tout d'abord les étudiants qui avaient déjà postulé à une SEME et dont la candidature avait été refusée faute de place. Nous avons aussi contacté nos collègues d'autres laboratoires. Nous avons eu assez vite une trentaine de réponses positives d'étudiants venant de Grenoble bien sûr mais aussi de Lyon, Paris, Strasbourg, Chambéry, La Rochelle ou même

d'Allemagne ! Après quelques désistements notre groupe se trouva réduit à 22 étudiants dont les thématiques étaient très diverses : Groupes de Lie (un), EDP (sept), probabilités numériques (trois), statistiques/classification (huit) et au traitement du signal (trois). Cela faisait quatre groupes de cinq ou six étudiants que nous avons regroupé en veillant à un équilibre entre les différentes thématiques. Nous avons aussi demandé à quatre collègues du LJK d'être tuteur de chacun des groupes. Le rôle du tuteur était de pouvoir en cas de besoin aiguiller les doctorants vers des ressources (notamment vers des collègues experts d'un point particulier).
Après la SEME, chaque groupe a rédigé (plus ou moins vite suivant les contraintes de chacun) un rapport du format d'une publication qui a été déposé sur HAL[4].
Quand à nous, nous avons choisi de rééditer l'expérience, puisque nous organiserons avec les collègues informaticiens la première SEMIE (Semaine d'Etude Mathématiques Informatique Entreprises) en octobre 2016 avec deux fois plus d'entreprises et deux fois plus d'étudiants... Affaire à suivre !

2.4 L'interaction avec l'AMIES

MaiMoSiNE travaille en étroite collaboration avec AMIES. Premièrement, l'agence AMIES est une source essentielle de contacts industriels. Ensuite, dans son rôle d'animation des interactions entreprises-universités, elle s'appuie parfois sur notre structure locale, comme par exemple pour l'organisation de SEME à Grenoble. Enfin, son dispositif des PEPS (Projet Exploratoire Premier Soutien) est un atout considérable pour initier des collaborations et les pérenniser. Le soutien de type PEPS1 permet par exemple à une entreprise, dans le cadre d'une première collaboration avec MaiMoSiNE, de bénéficier d'un soutien à hauteur de 40% du montant total du projet, pour un total maximum de 10ke. Le soutien PEPS2, quant à lui, se place dans le cadre d'une collaboration déjà établie, et permet de financer à hauteur de 50ke maximum un projet avec une entreprise, dans la mesure où celle-ci s'engage à investir en moyens humains ou matériels dans le projet. Enfin, AMIES avec son réseau de facilitateurs et de correspondants dans tous les laboratoires auquel s'est récemment ajouté des correspondants math-entreprises dans la plupart des centres Inria et des Labex de Mathématiques, encourage à la structuration locale des relations maths-entreprises. MaiMoSiNE est une structure pionnière (qui a été créée avant AMIES) et sert donc souvent de modèle, modèle qui doit naturellement être adapté au contexte local. Des structures ont d'ailleurs déjà été mises en place comme CEMOSIS à Strasbourg ou très récem-

[4] https ://hal.archives-ouvertes.fr/SEME/search/index/q/producedDateY$_i$%3A%5B2005 + TO + 2015%5D/$submitType_s$/$file$/$producedDateY_i$/2013/

ment IMOSE à Versailles. D'autres projets sont en phase de prématuration, pour utiliser un vocabulaire entrepreunarial.

3 Fonctionnement entre MaiMoSiNE et le méso-centre CIMENT

3.1 Les interactions

La collaboration entre les structures CIMENT et MaiMoSiNE est réalisée autour de 3 axes.

La première collaboration naturelle s'est faite autour de l'animation scientifique et la mise en commun des activités entre les deux structures afin de développer une offre allant du calcul hautes performances à la modélisation.

Ensuite, deux projets importants ont été développés. D'une part la plateforme Froggy, outil de calcul à destination de la recherche, qui entre dans le schéma de fonctionnement de CIMENT et permet à MaiMoSiNE de développer de nouveaux projets en interne (par exemple, une collaboration entre l'IAB et MaiMoSiNE autour de l'étude du génome) ou encore des projets faisant intervenir des entreprises (par exemple avec TOTAL autour de la simulation de la dynamique de la banquise ou encore dans le cadre d'une ERC industrielle autour des problèmes d'optimisation des aciers). Pour ce qui concerne l'ensemble des aspects du calcul scientifique, les moyens de calcul gérés par CIMENT sont indispensables pour la structure MaiMoSiNE. Mais il n'est pas ici que question de matériel mais aussi de moyens humains à travers l'action d'ingénieurs proches des utilisateurs qui savent faciliter l'accès au HPC autour des problèmes de modélisation apparaissant dans les projets portés par MaiMoSiNE. Ces projets sont en partie industriels et demandent une grande réactivité de la part des équipes qui doivent être parfaitement rodées, ce qui est le cas actuellement avec l'équipe CIMENT. D'autre part, dès le lancement du projet equip@meso, les structures CIMENT et MaiMoSiNE se sont investies dans l'animation régionale de la cellule HPC/PME lancée par GENCI pour inciter les entreprises à utiliser le calcul numérique.

La synergie entre ces deux structures permet d'avoir une offre intégrée originale dans le paysage national allant de la modélisation au calcul. Au travers des projets de collaboration universitaires ou industriels, cette stratégie a porté ses fruits. En particulier, elle permet d'amener naturellement des équipes au calcul hautes performances et entre ainsi parfaitement en résonance avec le projet HPC-PME que CIMENT et MaiMoSiNE ont déposé en 2015.

3.2 La formation

La synergie historique CIMENT/MaiMoSiNE est axée sur l'organisation des animations scientifiques. Ce travail a été délégué pour les deux structures à MaiMoSiNE afin d'assurer une cohérence globale des animations allant de la modélisation à la simulation en favorisant la pluridisciplinarité. Trois actions principales :

- Organisation de formations en collaboration avec le collège doctoral de l'UGA autour du calcul scientifique et du calcul hautes performances ([5]). Les moyens de calcul gérés par le méso-centre (CIMENT) ainsi que les ingénieurs associés sont des briques indispensables à la mise en place de ces formations.
- Animation d'un réseau "calcul scientifique/HPC" grenoblois ([6]) favorisant les interactions entre les ingénieurs calcul grenoblois, les chercheurs et les ingénieurs qui gèrent les ressources de calcul.
- Animation d'un séminaire calcul. Ces séminaires apportent de l'expertise mais aussi des retours d'expériences. Ils permettent également aux acteurs du calcul grenoblois de se rencontrer, d'échanger des points de vue et éventuellement de travailler ensemble.

  La plupart de ces animations sont ouvertes aux PME/PMI lorsqu'elles sont impliquées dans un projet MaiMoSiNE.

4 Quelques exemples de projets au bilan positif

4.1 POLLEN

La société POLLEN est une jeune pousse qui a vu le jour au au sein de l'incubateur Grenoblois Gate1. Dès sa création, une forte collaboration de recherche a été liée entre elle et MaiMoSiNE. Spécialisée dans les logiciels de reconnaissance et d'identification de formes dans les images appliquées aux nano-technologies, nous avons développé avec cette entreprise un premier projet de recherche autour de l'apprentissage de reconnaissance de forme pour la nano-électronique. Le succès de cette première collaboration donné lieu à de nouveaux travaux en commun. Ainsi, depuis janvier 2015, une étude préliminaire autour de la détection de formes dans des images à l'échelle nano a débuté avec l'embauche en CDD de deux jeunes ingénieurs, puis la société POLLEN Metrology a sollicité une bourse CIFRE auprès de l'ANRT pour l'un des chercheurs. Cette demande acceptée, une troisième collaboration centrée sur cette thèse a été initiée depuis septembre 2015. La société POLLEN Metrology a obtenu une reconnaissance certaine, la dernière

[5] http ://grenoble-calcul.imag.fr/spip.php ?article21
[6] http ://grenoble-calcul.imag.fr

en date étant l'obtention du statut de Jeune Entreprise Innovante.

4.2 DOCEA-POWER

La société DOCEA-POWER, basée à une vingtaine de kilomètres de Grenoble, commercialise un logiciel permettant de prédire le comportement thermique des composants électroniques durant la phase de conception. L'ingénieur électronicien utilise ce logiciel pour vérifier que le circuit intégré qu'il assemble brique par brique demeurera en fonctionnement dans une fourchette de température définie. Afin de proposer à l'utilisateur un calcul temps réel, le logiciel ne résout pas le problème de thermique tridimensionnel dans tout le composant, mais s'appuie sur un modèle réduit. La question initiale posée à MaiMoSiNE était de quantifier la distance entre le modèle réduit et le modèle complet, et de donner des moyens de garantir que le modèle réduit allait fournir effectivement des réponses thermiques cohérentes. Plusieurs contrats ont été passés avec cette société en quelques années, et le produit de cette collaboration a été implanté par l'entreprise dans son logiciel de simulation, ce qui lui a permis de conquérir de nouveaux marchés.

4.3 BillaTraining

Il y a maintenant près d'un an qu'une collaboration de recherche a été lancée avec la SAS BillaTraining. C'est Véronique Billat, professeur au Génopole d'Évry qui a sollicité la collaboration avec MaiMoSiNE autour de la mise au point d'algorithmes de contrôle pour l'optimisation énergétique de l'homme à l'exercice. L'objectif final de cette étude est de mettre en place des logiciels de contrôle automatique de la vitesse pouvant être utilisés sur des montres. Des tests des modèles ont été effectués à travers l'instrumentation de trois alpinistes ayant effectué une expédition de 32 jours dans le Damodar au Népal, équipés de montres mesurant les foulées, les pulsations cardiaques et la vitesse ainsi que d'oxymètres, ils ont également rempli des feuilles de données permettant de mesurer leur état de stress psychologique. Maintenant, la collaboration prend de l'ampleur. Forts des données et des informations récoltées sur la modélisation de la gestion de l'effort physique et de l'expérience reconnue de Véronique Billat sur le sujet, nous avons lancé une nouvelle phase de la collaboration à travers un projet de développement d'algorithmes d'optimisation de performances utilisables sur des montres. Dans le cadre de cette étude, la SAS BillaTraining a effectué une demande de CIFRE auprès de l'ANRT et a obtenu le financement.

RAIRO
E S A I M
M2AN
ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis
edp sciences
E S A I M
COCV
ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations
edp sciences
E S A I M
PS
ESAIM: Probability and Statistics
edp sciences
edp sciences
RAIRO
OPERATIONS RESEARCH
Vol. 46 • 2 • April/June • 2012
edp sciences
RAIRO
THEORETICAL INFORMATICS AND APPLICATIONS
Vol. 47 • 1 • January/March • 2013
INFORMATIQUE THÉORIQUE ET APPLICATIONS
edp sciences
Mathematical Modelling of Natural Phenomena
Volume 8 - Number 1 - 2013
Harmonic analysis
edp sciences

Comptes rendus de manifestations

UN TOUR D'HORIZON DU CONGRÈS ICIAM 2015

Communiqué par
Fatiha Alabau-Boussouira, Claude-Michel Brauner et Maria J. Esteban

Le congrès international de mathématiques appliquées et industrielles (ICIAM) a lieu tous les 4 ans dans un pays différent. La précédente édition a eu lieu à Vancouver en 2011. Cette année, du 10 au 14 août, 3400 mathématiciens, dont près de 900 étudiants, se sont rencontrés à Pékin lors du congrès ICIAM 2015, qui s'est tenu au *China National Convention Center* (CNCC), à l'intérieur du Parc olympique, dans un environnement moderne et aéré. Le congrès a été organisé par 6 sociétés savantes chinoises en mathématiques appliquées ou très actives dans les applications des mathématiques. Les sociétés chinoises de recherche opérationnelle, de statistiques appliquées, et d'ingénierie des systèmes, faisaient partie de l'organisation.

Une très belle cérémonie a ouvert le congrès le lundi matin. Elle a débuté par un spectacle où des danseurs chinois sourds-muets ont réalisé une magnifique et émouvante performance, relayée par vidéo dans la vaste salle. La cérémonie proprement dite a été présidée par le vice-président de la République populaire de Chine, M. Yuanchao Li, qui, ayant suivi dans sa jeunesse des études de mathématiques, a accepté l'invitation des organisateurs. Il a ouvert la cérémonie par un discours, suivi de ceux du président du congrès, Lei Guo, et de la présidente de l'ICIAM, Barbara Keyfitz. Après l'ouverture, la cérémonie des prix a permis de décerner publiquement les prix ICIAM 2015. Les lauréats étaient déjà connus depuis septembre 2014, l'usage étant que l'ICIAM annonce les noms de récipiendaires bien avant la remise des prix. Rappelons que les prix 2015 ont été attribués cette année à Annalisa Buffa (prix Collatz), Andrew J. Majda (prix Lagrange), Jean-Michel Coron (prix Maxwell), Björn Engquist (prix Pioneer) et Tatsien Li (prix Su Buchin). Par ailleurs, les fins de journée étaient dédiées à des exposés des prix du SIAM et de l'AWM (Association for Women in Mathematics). Le premier soir a été consacré à la conférence Olga-Todd-Taussky (ICIAM), dont la lauréate était Eva Tardös cette année.

Le CNCC était immense et notre congrès en côtoyait d'autres qui avaient lieu simultanément. Le temps de parcours entre les différentes parties du bâtiment

n'était pas négligeable et il fallait en tenir compte pour aller à une conférence ou bien retrouver un collègue, la seule manière d'y arriver étant de se fixer un rendez-vous au préalable. Le congrès a été très bien organisé, à quelques détails près. Le principal problème au départ a été le nombre insuffisant de petites salles pour les mini-symposia. De plus grandes salles avaient été partagées pour accueillir plusieurs exposés, mais, les séparations étant trop légères, le public d'une conférence entendait les autres aussi bien que la sienne... d'où des réclamations qui ont poussé les organisateurs à chercher rapidement des salles supplémentaires.

Si l'on est intéressé par les chiffres, on peut préciser que, parmi les très nombreuses présentations faites lors de ce congrès, il y a eu 28 conférences semi-plénières, dont 23 conférences invitées et 5 correspondant aux présentations des récipiendaires des prix ICIAM 2015. De plus, le météorologiste renommé Qingcun Zeng a donné une conférence publique sur la modélisation des risques atmosphériques et de leur prédiction[1].

Les conférences invitées remplissaient le programme des matinées, et les après-midis étaient réservés aux 701 sessions invitées et 2423 mini-symposia. Les organisateurs chinois avaient décidé d'impulser la tenue de conférences avec un contenu industriel, au nombre total de 67. La conférence annuelle du SIAM était incluse dans le programme, d'où un nombre particulièrement élevé de participants nord-américains au congrès (503 mathématiciens). Evidemment, une grande partie des participants était chinoise, ou d'origine chinoise. Parmi les Européens, les plus nombreux ont été les Allemands (145), puis les Britanniques (120). La France n'avait que 87 représentants, ce dont nous reparlerons plus loin. Les posters (environ 200), étaient présentés à proximité de la zone des stands d'exposition des sociétés savantes, des maisons d'édition et d'autres institutions, comme l'ERC ou l'équipe des organisateurs du prochain congrès ICIAM qui aura lieu dans 4 ans à Valence en Espagne.

La sécurité était importante à l'approche des championnats du monde d'athlétisme. Tous les accès étaient contrôlés et le port du badge obligatoire. Les étudiants chinois qui se partageaient une inscription au congrès passaient les contrôles en présentant l'un le badge, l'autre le petit sac à dos bleu distinctif du congrès. Ainsi le nombre de jeunes présents était certainement bien supérieur au nombre d'inscrits !

Une nouveauté de ce congrès a été la mise en place de courtes conférences de présentation du travail des lauréats des prix ICIAM. Pour chacun d'entre eux,

[1] Le titre de la conférence était "Without mathematics and supercomputings, no effective risk reduction of natural disasters".

un collègue avait préparé une présentation de ses travaux ou de son parcours. Les présentations ont été de nature très différente et des discussions ont eu lieu pour décider quel style était le "meilleur" pour ce genre de conférence. Une autre nouveauté a été l'utilisation d'un système en réseau pour les présentations : la mise en place des projections sur écran était faite à distance et non dans la salle où la conférence avait lieu.

Parmi les côtés positifs, il faut souligner que, contrairement à nos craintes, le niveau de pollution à Pékin a été relativement bas pendant le congrès et l'on pouvait apercevoir le ciel bleu... Si les journées étaient remplies par les conférences du matin au soir, les participants trouvaient des moments pour s'évader. L'absence de pollution importante a rendu les visites à la Cité interdite, aux différents temples de la capitale chinoise, à la Grande Muraille de Chine, et les promenades bien plus agréables, malgré une forte chaleur. En flânant à proximité du stade olympique à l'issue des conférences, nous avons pu assister à des danses mêlant différentes générations et un public attentif et souriant, avant de goûter à la gastronomie chinoise.

Côté social, une réception de bienvenue a été organisée la veille de l'ouverture. Dans une ample zone, en partie ouverte, les participants ont pu se rencontrer et se restaurer aux nombreux buffets.

A côté du programme scientifique proprement dit, d'autres activités ont eu lieu en parallèle. L'une des plus intéressantes et des plus suivies a été la séance de présentation et discussion sur les programmes de l'ERC. Le président de l'ERC, Jean-Pierre Bourguignon a été le modérateur d'une table ronde réunissant une représentante de l'ERC et plusieurs mathématiciens actifs dans les panels de l'ERC (membres et présidents de panel). Puis, deux collègues lauréats de bourses de l'ERC ont parlé de leur expérience. Un débat animé a suivi ces présentations.

Vu du point de vue français, il faut signaler que grâce à l'action importante du correspondant en Chine de la SMAI, Claude-Michel Brauner, l'ambassade de France a offert dans son magnifique jardin une réception en l'honneur de la SMAI, afin d'y accueillir les participants français ainsi qu'une représentation importante de collègues chinois parmi les organisateurs et les VIP. Quelques collègues européens avaient également été conviés. L'organisation de cette soirée a été faite par la SMAI en étroite collaboration avec le service pour la science et la technologie (SST) de l'ambassade. Un cocktail dînatoire a été servi dans une ambiance très agréable et informelle. A cette occasion, le conseiller pour la science et la technologie, Norbert Paluch[2], s'est adressé aux invités en soulignant la richesse des col-

[2]Pierre Lemonde est le nouveau conseiller pour la science et la technologie à l'ambassade de France en Chine depuis le 1er septembre 2015.

laborations scientifiques franco-chinoises en mathématiques appliquées. La présidente de la SMAI, Fatiha Alabau-Boussouira, a répondu au nom de la SMAI et de la délégation française, en remerciant l'ambassadeur de France M. Maurice Gourdault-Montagne, le conseiller Norbert Paluch et son équipe du SST. Elle a également remercié les collègues chinois, membres de l'Académie chinoise des sciences, directeurs, représentants d'instituts chinois ou franco-chinois comme le LIASFMA, les présidents de l'ERC et de l'EMS, et l'ensemble des collègues présents. A cette occasion, elle a aussi présenté la SMAI au travers de ses missions et de ses actions.

En plus du programme public du congrès, la société ICIAM a organisé deux réunions sur place. Le 9 août, soit la veille du début du congrès, s'est tenue une réunion des présidents des sociétés membres de l'ICIAM, dont le but était de réfléchir sur le périmètre, la communication, et sur les futures actions de la société. Comme prévu par les statuts de l'ICIAM, au lendemain de la clôture du congrès a eu lieu la réunion du conseil de l'ICIAM, qui est un moment important de la vie de la société avec présentation et discussion sur les actions menées pendant l'année, les dépenses et les projets, les élections, etc. Lors de cette réunion, le bureau de l'ICIAM a été renouvelé. Un nouveau secrétaire de l'ICIAM Sven Leyffer (SIAM) et un nouveau membre du comité exécutif, Volker Mehrmann (GAMM) ont été élus. Le nouveau comité exécutif, présidé par Maria J. Esteban, est entré en fonction le 1er octobre 2015.

Pour conclure, et puisque cet article s'adresse à une large communauté de mathématiciens appliqués français, revenons sur le fait que la participation française a été relativement décevante. Si la qualité de notre délégation était certes excellente, sa taille réduite reflétait peu l'importance de la communauté française de mathématiques appliquées. Le prochain congrès ICIAM ayant lieu en Espagne, nous pouvons espérer que cette fois-ci la France mathématique y sera représentée au niveau de sa qualité et de son importance. Rendez-vous à tous en 2019 pour le prochain congrès ICIAM à Valence, pour présenter et promouvoir l'excellence des mathématiques appliquées françaises !

Fatiha Alabau-Boussouira, Claude-Michel Brauner, Maria J. Esteban

Liens intéressants :

– Cérémonie d'ouverture et discours du vice-président de la RPC :
http ://www.iciam2015.cn/Newsletter.html
– Photos du congrès : https ://picasaweb.google.com/104705749293838828357
– Petits-films : http ://www.iciam2015.cn/ICIAM%20TV.html
– Programme du congrès : www.iciam2015.cn/Program.html

PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS ON MULTISTRUCTURES

Univ. de Valenciennes, 5 et 6 octobre 2015

Un colloque intitulé « Partial Differential Equations on Multistructures » s'est tenu à l'Université de Valenciennes les 5 et 6 Octobre 2015.

Les multistructures sont présentes dans de nombreux modèles issus entre autres de la mécanique des solides, de la dynamique des fluides et de la biologie. On peut citer comme exemples : les matériaux composites, les ponts, les assemblages de plaques ou de coques (panneaux solaires de satellites par exemple), les réseaux routiers ou de télécommunication, les gazoducs, les réseaux de dendrites de neurones ou le poumon humain.
Les multistructures sont mathématiquement caractérisées par un couplage de systèmes d'équations aux dérivées partielles posées sur des domaines qui peuvent être de dimension différente et/ou de nature différente, le couplage pouvant être généralement fait aux intersections via les conditions de transmission, obtenues en se basant sur des principes physiques.

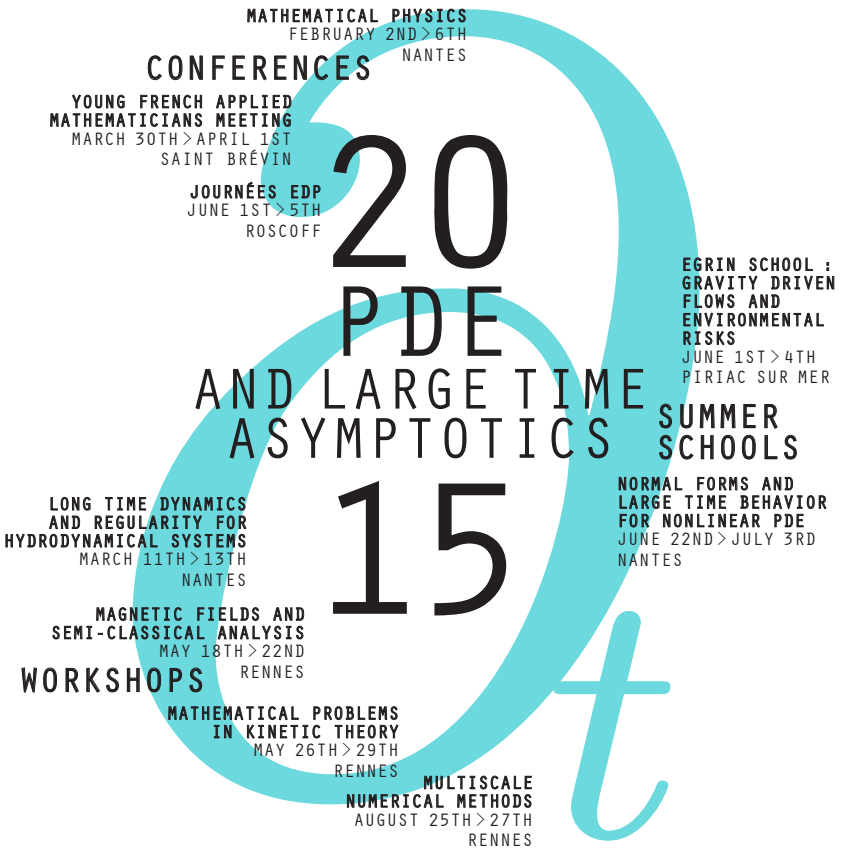
Organisé par Serge Nicaise (UVHC Valenciennes) et par Joachim Von Below (ULCO, Calais), ce colloque a permis de rassembler quelques spécialistes du domaine qui ont présenté leurs récents travaux : Felix Ali-Mehmeti (UVHC, Valenciennes), Kais Ammari (U Monastir, Tunisie), Malcolm Brown (UW Cardiff, Royaume-Uni), Mabel Cuesta (ULCO Calais, France), Florent Dewez (USTL Lille, France), Luca Formaggia (Politecnico Milan, Italie), José Antonio Lubary (UPC Barcelone, Espagne), Serge Nicaise (UVHC, Valenciennes), Nicolas Wicker (USTL Lille) et Ian Wood (UK Canterbury, Royaume-Uni).

COMPTE-RENDU DU SEMESTRE THÉMATIQUE 2015
ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES ET TEMPS LONGS
ORGANISÉ PAR LE CENTRE HENRI LEBESGUE

Le Centre Henri Lebesgue[3] est un Laboratoire d'excellence regroupant les laboratoires de mathématiques d'Angers, Brest, Nantes, Rennes et Vannes, ainsi que le département de mathématiques de l'ÉNS Rennes. Le CHL organise chaque année un semestre thématique sur un axe de recherche fédérateur. Initiée en 2013 sous le sceau des *Perspectives en analyse et probabilité*, la série de semestres s'est

[3] `http ://www.lebesgue.fr/`

poursuivie en 2014 *Autour des espaces de modules*, avant de se pencher en 2015 sur les *Équations aux dérivées partielles et temps longs*[4].



Le semestre thématique 2015 s'est tenu entre les mois de février et août. Il a donné l'occasion d'accueillir à Nantes et Rennes les chercheurs suivants pour des séjours allant de deux semaines à un mois[5] : Dario BAMBUSI (Milan), Alexander GRIGOR'YAN (Bielefeld), Shi JIN (Madison), Thomas KAPPELER (Zürich), Rafe

[4] `http ://www.lebesgue.fr/fr/content/sem2015`

[5] Six de ces chercheurs étaient invités pour une durée d'un mois sur le dispositif de la Chaire Lebesgue.

MAZZEO (Stanford), Alvaro PELAYO (San Diego), Giorgio VELO (Bologne), Mark WILLIAMS (Chapel Hill), YIN Huicheng (Nankin). Outre ces séjours de chercheurs invités, qui ont donné lieu à des mini-cours et/ou des exposés, le semestre s'articulait autour de neuf évènements scientifiques relatés ci-dessous dans l'ordre chronologique.

⋆) Conférence inaugurale *Physique Mathématique* (Nantes, 2-6 février 2015). La conférence était organisée conjointement avec le GDR CNRS "Dynamique quantique" et le projet ANR "Nonselfadjoint operators, semiclassical analysis and evolution equations". Elle a réuni environ 90 participants et a donné lieu à 22 exposés dont une moitié par de jeunes chercheurs. Les thématiques abordées ont touché à l'analyse semi-classique et la physique mathématique. Les exposés ont été enregistrés et sont disponibles en ligne sur le site
http ://www.math.sciences.univ-nantes.fr/fr/conference-physique-mathematique.

Liste des orateurs : Virginie Bonnaillie-Noël (CNRS et École Normale Supérieure), Eric Cancès (École Nationale des Ponts et Chaussées), Jean Dolbeault (CNRS et Université Paris Dauphine), Rémy Dubertrand (Université de Toulouse), Michael Hall (Université Rennes 1), Lysianne Hari (Université de Pise), Daniel Hernangomez (Université de Grenoble), Alexei Iantchenko (Université de Malmö), Hiroshi Isozaki (Université de Tsukuba), David Krejcirik (Institut de Physique Nucléaire de Prague), Yoshinori Morimoto (Université de Kyoto), Alberto Parmeggiani (Université de Bologne), Marcello Porta (Université de Zürich), Bruno Premoselli (Université de Cergy-Pontoise), Simona Rota Nodari (Université Lille 1), Eric Séré (Université Paris Dauphine), Heinz Siedentop (Université Ludwig Maximilian de Munich), Emilie Soret (Université Lille 1), Dominique Spehner (Université de Grenoble), Franck Sueur (Université de Bordeaux), Emmanuel Trélat (Université Pierre et Marie Curie), Maciej Zworski (Université de Californie à Berkeley).

⋆) Workshop *Dynamique en temps long et régularité pour les systèmes hydrodynamiques* (Nantes, 11-13 mars 2015). Cet évènement a réuni 40 participants et a donné lieu à 12 exposés. Le workshop était organisé en partenariat avec les programmes ANR "Analyse de Fourier multilinéaire et EDP non-linéaires" et "Dynamique des fluides, couches limites, tourbillons et interfaces". Les thématiques abordées ont touché, entre autres, les water waves, l'étude de modèles cinétiques, la dynamique des tourbillons ou encore la théorie KAM appliquée à des modèles de fluides incompressibles.

Liste des orateurs : Walter Craig (Université McMaster), Thibault De Poyferré (ÉNS Paris), Eduard Feireisl (Institut de Mathématiques de l'Académie des Sciences

de la République Tchèque), Isabelle Gallagher (Université Paris-Diderot), Pierre Germain (Université de New-York), Mariana Haragus (Université de Franche-Comté), Taoufik Hmidi (Université Rennes 1), Gabriel Koch (Université du Sussex), David Lannes (CNRS et Université de Bordeaux), Frédéric Rousset (Université Paris-Sud), Nikolay Tzvetkov (Université de Cergy-Pontoise), Erik Wahlén (Université de Lund).

⋆) Conférence *Jeunes EDPistes Français* (Saint-Brévin-les-pins, 30 mars-1er avril 2015). Cette conférence faisait suite aux journées dites DYNAMO qui se sont tenues en 2010 à Rennes, en 2011 à Lyon puis en 2013 à Orléans, et à la première édition des journées JEF qui s'est déroulée en 2014 à Fréjus. Près de 60 participants sont venus à cette seconde édition. Les journées JEF ont pour objectif principal de permettre à de jeunes docteurs d'exposer leurs travaux de thèse. Elles reçoivent le soutien du GDR CNRS "Analyse des équations aux dérivées partielles". Les journées regroupent des doctorants ayant travaillé sur des problèmes de physique mathématique, de modélisation, d'analyse des équations aux dérivées partielles et d'analyse numérique. La prochaine édition sera organisée par l'Institut de Mathématiques de Bordeaux.

Liste des orateurs : Nina Aguillon (Université d'Aix-Marseille), Emeric Bouin (École Normale Supérieure de Lyon), Blanche Buet (Université Lyon 1), Nicolas Burq (Université Paris-Sud), Vincent Calvez (CNRS et École Normale Supérieure de Lyon), Jérémy Dalphin (Université de Lorraine), Ennio Fedrizzi (Université Lyon 1), Mathieu Girardin (CEA Saclay), Cécile Huneau (École Normale Supérieure), Pauline Lafitte (Centrale Supélec), Quentin Liard (Université Rennes 1), Clément Mouhot (Université de Cambridge), Flore Nabet (Université d'Aix-Marseille), Van Tien Nguyen (Université de New York à Abu Dhabi), Guillaume Olive (Université Pierre et Marie Curie), Jérémy Sok (Université de Copenhague).

⋆) Workshop *Champs magnétiques et analyse semi-classique* (Rennes, 19-22 mai 2015). Cet évènement a réuni environ 60 participants et a donné lieu à 22 exposés. Il a été l'occasion pour différentes communautés de recherche de dialoguer et de réfléchir sur des problèmes récents et variés allant de la théorie de la supraconductivité vers les équations de Maxwell en passant par la théorie spectrale et la dynamique de l'équation de Schrödinger et ses aspects géométriques. Les participants ont par ailleurs pu profiter d'une demi-journée libre pour découvrir le Mont Saint Michel.

Liste des orateurs : Amandine Aftalion (CNRS et Université de Versailles Saint

Quentin en Yvelines), Yaniv Almog (Université de l'État de Louisiane), Christophe Cheverry (Université Rennes 1), Horia Cornean (Université d'Aalborg), Martin Costabel (Université Rennes 1), Benoît Douçot (Université Paris Diderot), Esa Vesalainen (Université d'Helsinki), Soeren Fournais (Université d'Aarhus), Raphaël Henry (Université Paris-Sud), Frédéric Hérau (Université de Nantes), Robert Jerrard (Université de Toronto), Ayman Kachmar (Université Libanaise, Beyrouth), Yuri Kordyukov (Insitut Mathématique d'Ufa), Hynek Kovarik (Université de Brescia), Corentin Lena (Université Paris-Sud), Francis Nier (Université Paris-Nord), Nicolas Popoff (Université de Bordeaux), Radu Purice (Institut de Mathématiques de Bucarest), Nicolas Rougerie (CNRS et Université Joseph Fourier), Didier Smets (Université Pierre et Marie Curie), Hideo Tamura (Université d'Okayama), Luis Vega (Université du Pays Basque).

⋆) Workshop *Problèmes mathématiques et modélisation en théorie cinétique* (Rennes, 26-29 mai 2015). Cet évènement a réuni environ 60 participants et a donné lieu à 23 exposés dont 7 par de jeunes chercheurs. Il a permis de faire l'état de l'art des avancées récentes de la recherche mathématique sur la compréhension des modèles cinétiques. Plusieurs questions ont été abordées, notamment : le comportement en temps grand des équations cinétiques, leurs liens formels et rigoureux avec le système à N particules, la construction de stratégies numériques appropriées pour leurs simulations sur ordinateur, ainsi que des aspects importants de modélisation dans des domaines d'application variés.

Liste des orateurs : Marc Briant (Université de Brown), Kleber Carrapatoso (École Normale Supérieure de Cachan), Frédérique Charles (Université Pierre et Marie Curie), Young-Pil Choi (Imperial College de Londres), Esther Daus (Université de Vienne), Pierre Degond (Imperial College de Londres), Laurent Desvillettes (École Normale Supérieure de Cachan), Amit Einav (Université de Cambridge), Irene M. Gamba (Université du Texas à Austin), François Golse (École Polytechnique), Thierry Goudon (INRIA Sophia-Antipolis), Maxime Hauray (Université d'Aix-Marseille), Slim Ibrahim (Université de Victoria), Pierre-Emmanuel Jabin (Université du Maryland), Antoine Mellet (Université du Maryland), Sara Merino Aceituno (Université de Cambridge), Évelyne Miot (CNRS et École Polytechnique), Stéphane Mischler (Université Paris-Dauphine), Sébastien Motsch (Université d'Arizona), Benoît Perthame (Université Pierre et Marie Curie), Thomas Rey (Université Lille 1), Samir Salem (Université d'Aix-Marseille), Maja Taskovic (Université du Texas à Austin).

⋆) École d'été *Écoulements gravitaires et risques naturels* (Piriac-sur-mer, 1er-4 juin 2015). Cette école était organisée conjointement avec le GDR CNRS éponyme, et

faisait suite aux deux précédentes éditions organisées en Sologne par l'université d'Orléans. L'école était articulée autour de trois mini-cours, accompagnés par 14 exposés donnés pour moitié par de jeunes chercheurs. Cette année, l'école a regroupé une cinquantaine de participants. Les thématiques abordées avaient trait aux fluides non-Newtoniens en lien notamment avec la modélisation en volcanologie, l'approximation numérique d'écoulements prenant en compte la topographie, ou encore la modélisation d'écoulements sur Mars.

Liste des orateurs : David Gérard-Varet (Université Paris Diderot, mini-cours de 3 heures), Nicolas Mangold (CNRS et Université de Nantes, mini-cours de 2 heures), Pierre Saramito (CNRS et Université de Grenoble, mini-cours de 3 heures), Florian Blachère (Université de Nantes), Laurent Chiron (École Centrale de Nantes), Laurent Chupin (Université Blaise Pascal), Vivien Desveaux (INRIA Rocquencourt), Arnaud Duran (Université de Toulouse), Christophe Josserand (Université Pierre et Marie Curie), Dena Kazerani (Université Pierre et Marie Curie), Nathan Martin (Université Pierre et Marie Curie), Sébastien Martin (Université Paris Descartes), Jordan Mathé (Université Blaise Pascal), Victor Michel-Dansac (Université de Nantes), Bijan Mohammadi (Université de Montpellier), Pascal Richter (Université d'Aix la Chapelle), Philippe Ung (Université d'Orléans).

⋆) Conférence *Journées EDP* (Roscoff, 1er-5 juin 2015). Les journées EDP ont été organisées depuis plusieurs décennies, successivement à Saint-Jean-de-Monts, Forges-Les- Eaux, Évian et Biarritz. Elles sont l'évènement annuel principal du GDR CNRS "Analyse des équations aux dérivées partielles". Cette année, les Journées EDP ont regroupé 75 participants. Les thèmes de la conférence concernent les équations aux dérivées partielles dans un sens très large : avancées théoriques en EDP, interactions avec d'autres branches des mathématiques (probabilités, analyse harmonique, géométrie Riemannienne...), et interactions avec les autres sciences (mécanique des fluides, mécanique quantique, optique, acoustique, biologie...). Les actes des Journées EDP sont disponibles en ligne sur le site du CEDRAM[6]. Comme l'an dernier, les participants ont pu profiter d'une demi-journée libre pour visiter l'ile de Batz qui fait face à Roscoff.

Liste des orateurs : László Székelyhidi (Université de Leipzig, mini-cours de 6 heures), Diogo Arsenio (CNRS et Université Paris-Diderot), Anne-Laure Dalibard (Université Pierre et Marie Curie), Cécile Huneau (École Normale Supérieure), Herbert Koch (Université de Bonn), Renato Lucá (Institut des Sciences Mathé-

[6] `http ://www.cedram.org/`

matiques de Madrid), Rafe Mazzeo (Université de Stanford), Jean-Marie Mirebeau (CNRS et Université Paris-Sud), José Luis Rodrigo (Université de Warwick), Luis Miguel Rodrigues (Université Lyon 1), Christopher Sogge (Université Johns Hopkins), Henrik Ueberschär (Université Lille 1), Mark Williams (Université de Caroline du Nord).

⋆) École d'été *Formes normales et comportement en temps long pour les EDP non-linéaires* (Nantes,
22 juin-3 juillet 2015). L'école a réuni environ 120 participants dont 90 jeunes chercheurs venant de quatre continents. Le programme s'organisait autour de sept mini-cours introductifs, complétés par treize exposés spécialisés. Les thèmes abordés pendant l'école auront touché globalement à l'analyse qualitative des solutions d'équations aux dérivées partielles non-linéaires, avec un accent spécifique sur la théorie des formes normales, la théorie KAM, la mécanique des fluides et les modèles de vagues. Les mini-cours ainsi que les exposés ont été enregistrés et sont disponibles en ligne sur le site
`http ://www.math.sciences.univ-nantes.fr/fr/Formes-normales`.

Liste des orateurs : Dario Bambusi (Université de Milan, mini-cours de 4,5 heures), Hakan Eliasson (Université Paris Diderot, mini-cours de 4,5 heures), Isabelle Gallagher (Université Paris Diderot, mini-cours de 4,5 heures), Nader Masmoudi (Université de New-York, mini-cours de 4,5 heures), Pierre Raphaël (Université de Nice, mini-cours de 4,5 heures), Nikolay Tzvetkov (Université de Cergy-Pontoise, mini-cours de 4,5 heures), Luis Vega (Université du Pays Basque, mini-cours de 4,5 heures), Massimiliano Berti (SISSA Trieste), Rémi Carles (CNRS et Université de Montpellier), Thomas Duyckaerts (Université Paris-Nord), Patrick Gérard (Université Paris-Sud), Zaher Hani (Institut de Technologie de Géorgie, Atlanta), Évelyne Miot (CNRS et École Polytechnique), Thomas Kappeler (Université de Zürich), Tadahiro Oh (Université d'Edimbourg), Daniel Peralta-Salas (Institut des Sciences Mathématiques de Madrid), Michela Procesi (Université de Rome), Frédéric Rousset (Université Paris-Sud), Laurent Thomann (Université de Nantes), Nicola Visciglia (Université de Pise).

⋆) Workshop *Méthodes numériques multi-échelles* (Rennes, 25-27 août 2015). Cet évènement a rassemblé environ 60 participants et a donné lieu à 14 exposés. Il fut l'occasion de réunir plusieurs communautés de l'analyse numérique (équations différentielles, équations aux dérivées partielles et calcul scientifique). Les exposés, de grande qualité, ont permis de faire l'état de l'art sur les avancées récentes

autour des thèmes suivants : homogénéisation numérique, quantification d'incertitude, intégration géométrique, schémas préservant l'asymptotique. Le workshop, par sa diversité, a amené les participants à des échanges très enrichissants.

Liste des orateurs : Assyr Abdulle (École Polytechnique Fédérale de Lausanne), Alina Chertock (Université de l'État de Caroline du Nord), Martin Gander (Université de Genève), Ludwig Gauckler (Université de Berlin), Ernst Hairer (Université de Genève), Shi Jin (Université du Wisconsin), Pauline Lafitte (Centrale Supélec), Siddhartha Mishra (École Polytechnique Fédérale de Zürich), Siegfried Müller (Université d'Aix la Chapelle), Alexander Ostermann (Université d'Innsbruck), Jesus Maria Sanz-Serna (Université Carlos III de Madrid), Chi-Wang Shu (Université de Brown), Eric Sonnendrücker (Institut Max Planck pour la Physique des Plasmas, Munich), Rodolphe Turpault (Université de Bordeaux).

Le semestre thématique 2015 du Centre Henri Lebesgue aura donc regroupé plus de 600 chercheurs du monde entier. C'est l'occasion pour nous de passer le témoin à nos collègues organisateurs du semestre 2016 qui traitera de statistiques !

Jean-François COULOMBEL, Vincent DUCHÊNE et Frédéric HÉRAU,
pour l'ensemble des organisateurs.

A propos des tests anti pollution de voitures automobiles

par J. Frédéric Bonnans [1]

La presse a fait l'objet récemment d'informations concernant des fraudes sur les tests anti pollution des voitures automobiles. Le but de cet article est de donner quelques éléments sur la nature de ces tests, et de montrer que leur méthodologie pose un problème de fond, leur amélioration pouvant faire intervenir des problèmes susceptibles d'intéresser des mathématiciens appliqués.

1 Principe

Les moteurs automobiles rejettent divers types de polluants : le gaz carbonique, résultat normal de la combustion des hydrocarbures (et qui ne peut donc être réduit qu'en économisant la consommation), et d'autres gaz polluants comme le monoxyde de carbone, les oxydes d'azote et les hydrocarbures non brûlés.
Pour un véhicule avec moteur à essence, on appelle richesse du mélange air-essence la proportion des deux constituants, ramenée à un dans le cas stoéchiométrique (permettant en principe la combustion complète sans excès d'oxygène) et on dit que le mélange est pauvre (riche) en cas d'excès (de déficit) d'oxygène. On a une combustion plus complète avec un mélange pauvre, mais cela augmente les polluants.
Une sonde dite 'lambda' mesure la quantité d'oxygène des gaz d'échappement. Ceci permet au calculateur de bord d'ajuster la quantité d'essence admise dans le cylindre (soit par l'ouverture du papillon et passage par le carburateur, soit par injection directe).
On vise typiquement une minimisation de la consommation sous contraintes de limitations d'émission de polluants. On appellera "performance" l'ensemble des valeurs de consommation et d'émission de polluants. Les points de fonctionnement du moteur sont caractérisés par la paire (régime, couple), où par régime on entend la vitesse de rotation. Pour chaque point de fonctionnement on détermine une valeur idéale de la teneur en oxygène correspondant à une mesure $\bar{y}$ de la sonde lambda. En pratique, on réalise cette valeur avec un asservissement "proportionnel intégral". Autrement dit, si x est la commande de réglage du mélange

[1] Inria-Saclay et CMAP, Ecole Polytechnique

et y est la mesure de la sonde lambda, on fait évoluer x selon une loi du type

$$\dot{x}(t) = c_1(y(t) - \bar{y}(t)) + c_2 \int_0^t (y(s) - \bar{y}(s))s,$$

où $\bar{y}(t)$ est en fait fonction du point de fonctionnement du moteur à l'instant t, soit $\bar{y}(t) = Y(v(t), T(t))$, les fonction $v(t)$ et $T(t)$ représentant la vitesse et le couple aux roues. Les coefficients c_1 et c_2 sont déterminés de manière à assurer un compromis raisonnable entre précision et robustesse, la constante de temps τ de l'asservissement étant petite par rapport à la vitesse de changement du point de fonctionnement.

Comme les points de fonctionnement du moteur sont de nature très variable, on ne peut pas demander les mêmes performance en tout point. En particulier on sait qu'en certains points on ne pourra pas éviter une pollution relativement élevée. D'où l'idée de mesurer la performance moyenne sur un parcours fixé d'avance, appelé cycle normalisé, reproduisant des conditions de conduite en ville et sur route. Ce cycle spécifie donc un horizon t_f, et les fonctions $v(t)$ et le couple $T(t)$ (qui dépend de l'accélération, de la pente de la route, du type de voiture), pour $t \in [0, t_f]$. Il s'agit alors de minimiser la consommation totale (le long du cycle), sous contraintes de limitation de l'émission des différents polluants. Pour cela on joue sur la fonction Y et les coefficients c_1 et c_2 (qui en pratique dépendront aussi du point de fonctionnement). Noter que dans cette approche seule compte la loi des points de fonctionnement, leur répartition temporelle importe peu.

Un inconvénient apparaît immédiatement : tout naturellement, le constructeur optimisera la conception de manière à obtenir la meilleure performance sur le cycle de référence. Or celui-ci ne décrit qu'un nombre de points limité de fonctionnement. Certes le constructeur fera des essais dans une grande variété de points (incluant par exemple les températures extrêmes, ou une altitude élevée qui joue sur la masse volumique de l'air) assurant des performances correctes. Mais il est clair que l'incitation à la performance est plus limitée dans ces cas.

La situation est plus complexe pour un véhicule hybride, donc avec un moteur thermique et un ou deux moteurs électriques, et une batterie capable de stocker une quantité substantielle d'énergie électrique. Le moteur thermique pourra donc produire une puissance plus importante que celle demandée. L'énergie ainsi stockée sera récupérée à un autre moment. Pour minimiser sur un cycle normalisé, on peut appliquer la théorie de la commande optimale. Pour simplifier on discutera seulement le problème de minimisation de répartition des puissances, en oubliant les questions de pollution. On peut prendre pour commande la puissance P_e produite par le moteur électrique, ce qui (compte-tenu de la structure des transmissions) détermine le couple du moteur thermique qu'on notera $T = T(t, P_e)$. D'autre part on a un modèle de consommation de carburant

qu'on peut écrire sous la forme $c(t, P_e)$. L'unique état est le niveau de charge $S(t) \in [0, 1]$ de la batterie dont on supposera en première approximation la dynamique $f(t, P_e)$ indépendante de S. Le principe de Pontryagine dit que la commande doit à chaque instant minimiser le hamiltonien

$$H = c(t, P_e) + \lambda(t) f(t, P_e).$$

Ici $\lambda(t)$ est l'état adjoint, fonction à variation bornée dont nous omettons l'équation. Si on a une contrainte finale sur une charge minimale, soit $S(t_f) \geq \widehat{S}$, alors $\lambda(t_f) \leq 0$. On peut interpréter $\mu(t) := \lambda(t)$ comme le prix marginal du niveau de charge. L'analyse précédente est à la source de nombreuses heuristiques d'adaptation de l'état adjoint λ, en l'augmentant si $S(t)$ est proche de un et en le diminuant si $S(t)$ est proche de zéro, de manière à rendre $\dot{S}(t)$ plus petit dans le premier cas, et plus grand dans le second. Néanmoins la connaissance du futur permet de mieux estimer le prix marginal du niveau de charge et donc la performance (beaucoup plus que dans le cas d'une motorisation classique).
En situation réelle, le parcours futur est quelquefois assez bien connu, du moins avec une modélisation stochastique de type chaîne de Markov ou séries temporelles, en se basant soit sur un site d'informations routières, soit sur des enregistrements du véhicule (trajet journalier). On peut alors se baser sur la programmation dynamique stochastique pour retrouver le prix marginal du niveau de charge et donc la commande optimale en boucle fermée. Mais on peut aussi ne pas avoir ces informations, et le calculateur doit pouvoir s'adapter aux différentes situations.
Il convient alors de se demander quel est le sens de procéder à un test sur un cycle connu à l'avance (en particulier pour un moteur hybride dont la charge de batterie à l'arrivée est différente de la charge initiale). Implicitement on demande au calculateur d'ignorer la connaissance du parcours futur, qui serait considérée comme une fraude. Cependant, dans le cas d'états de trafic modélisés par des chaînes de Markov, on peut régler la structure de la chaîne et les probabilités de transition de manière à coller le mieux possible au parcours normalisé. Même si la la commande est issue d'un modélisation de données de trafic, on sera inévitablement amené à vérifier qu'elle donne un bon résultat sur le parcours normalisé. Il y a donc une contradiction inévitable entre le principe du test sur un cycle normalisé et les capacités d'anticipation du futur qui permettent d'améliorer substantiellement les performances du moteur. Dans l'avenir il faudra peut-être procéder à des tirages aléatoires de parcours, et décider par un test statistique quelles sont les performances moyennes du véhicule.

Le **SMAI Journal of Computational Mathematics** publie des articles de recherche au meilleur niveau mondial sur la conception et l'analyse des algorithmes permettant la résolution numérique de problèmes mathématiques en lien avec des applications.

Les publications du journal SMAI-JCM sont gratuites pour les auteurs et pour les lecteurs. Autrement dit, les auteurs n'ont pas à supporter les frais de publication et les lecteurs n'ont pas à payer pour accéder aux articles publiés. Ceci est rendu possible grâce à l'implication des organisations institutionnelles qui soutiennent SMAI-JCM : le CNRS, Inria, la SMAI.

Bien que l'absence de toute contrepartie financière (pas d'abonnement, pas de frais de publication) soit une conception radicalement nouvelle dans le monde de l'édition scientifique, le reste du fonctionnement du journal SMAI-JCM est identique à celui des journaux traditionels du domaine: évaluation des articles par des rapporteurs anonymes, production, dissémination et référencement dans les bases de données bibliographiques.

Editeurs en chef :

Douglas N. ARNOLD (School of Mathematics, University of Minnesota, USA)
Thierry GOUDON (Inria Sophia Antipolis Méditerranée, France)

Comité éditorial :

Remi Abgrall, Institut für Mathematik Universität Zürich, Switzerland
Guillaume Bal, Columbia University, USA
Virginie Bonnaillie-Noel, CNRS, ENS, France
Emmanuel Candes, Stanford University, USA
Snorre Harald Christiansen, University of Oslo, Norway
Ricardo Cortez, Tulane University, USA
Rosa Donat, University of Valencia, Spain
Paul Dupuis, Brown University, USA
Thomas Y. Hou, Caltech, USA
Volker Mehrmann, Technische Universität Berlin, Germany
Paola Pietra, Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche del CNR, Italy
Olivier Pironneau, LJLL-UPMC (Paris VI), France
Alfio Quarteroni, EPFL, Switzerland
Jean-François Remacle, Université Catholique de Louvain, Belgium
Jesus-Maria Sanz-Serna, Universidad de Valladolid, Spain
Robert Schreiber, Hewlett Packard Laboratories, USA
Andrew Stuart, University of Warwick, UK
Denis Talay, Inria Sophia Antipolis Méditerranée, France
Marc Teboulle, Tel-Aviv University, Israel
Philippe Villedieu, ONERA, The French Aerospace Lab, Toulouse, France
Jinchao Xu, Pennsylvania State University, USA
Ya-xiang Yuan, Chinese Academy of Sciences, Beijing, China

Publié par la SMAI, la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles.
https://ojs.math.cnrs.fr/index.php/SMAI-JCM

creative commons
BY NC ND

Financement de la recherche dans nos régions

Focus : les Grands Résaux de Recherche de la Haute Normandie

Par ***Alina Chisliac***

1 Présentation des GRR

Les Grands réseaux de recherche (GRR) se situent à la convergence des objectifs communs de l'Etat et de la Région exprimés surtout dans les Contrats de plan : réunir tous les moyens, de l'Union européenne, de l'État français et de la Région Haute Normandie, pour impulser à la recherche haut-normande une dynamique partenariale et participative, capable de proposer les meilleures conditions pour atteindre l'excellence. Ils rassemblent les acteurs de la recherche, de la technologie et de l'innovation autour des principaux enjeux économiques. La dimension des GRR est pluridisciplinaire, trans-laboratoires et inter-établissements.

Le développement en réseau concrétise tout un éventail d'ambitions spécifiques inscrites dans le Schéma régional de l'enseignement supérieur, de la recherche et de l'innovation qui feront de la future Normandie une région européenne dynamique, compétitive et attractive[1].

Les GRR ont été créés en avril 2006 et le premier Appel à projets des GRR a eu lieu au mois de novembre 2007.

D'un point de vue général, les GRR ce sont près de 3000 femmes et hommes dont plus de 1000 doctorants haut-normands, qui ont entamé ainsi leur carrière scientifique dans un environnement privilégié : 84 M€ de financements ont été apportés par l'Union européenne (FEDER), l'État (Ministère de la Recherche) et la Région Haute Normandie sur la période 2007/2013 (dont 250 allocations jeunes chercheurs).

[1] Dans le Schéma régional de l'enseignement supérieur, de la recherche et de l'innovation, trois orientations stratégiques sont proposées :

- Organiser l'offre et les services d'enseignement supérieur en campus, en recherchant leur mise en réseau et en valorisant leurs thématiques ;
- Développer les liens entre formation et monde économique afin d'améliorer l'insertion professionnelle ;
- Développer une stratégie de valorisation et renforcer les liens entre les entreprises et la recherche.

Durant l'année 2013, les GRR se sont lancés dans un important travail collectif de réflexion, de structuration et d'organisation interne. Suite aux nouvelles orientations, les réseaux ont évolué vers 5 GRR.

1. GRR CBS – Chimie, Biologie, Santé
Réseaux constitutifs :
– Crunch – Centre de Recherche Universitaire Normand de Chimie
– IRIBHN – Institut de Recherche et d'Innovation Biomédicale de Haute-Normandie
– SéSa -Sécurité sanitaire

2. GRR CSN – Culture et société en Normandie

3. GRR EEM - Electronique, Energie, Matériaux
Réseaux constitutifs :
– Electronique
– Energie
– Matériaux

4. GRR LMN - Logistique, Mobilité, Numérique

5. GRR TERA - Territoire, Environnement, Risques, Agronomie
Réseaux constitutifs :
– MRT – Maîtrise des Risques Technologiques
– SCALE – Sciences Appliquées à L'Environnement
– VASI – Végétal, Agronomie, Sols, Innovation

Quelques chiffres-clé :

* 5 Grands Réseaux de Recherche
* 61 laboratoires publics
* 30 laboratoires et structures notés A ou A+
* 2/3 des effectifs de recherche haut-normands sont dans le privé
* 8ème région de France pour les demandes de brevets, principalement en chimie-matériaux et procédés industriels[a].

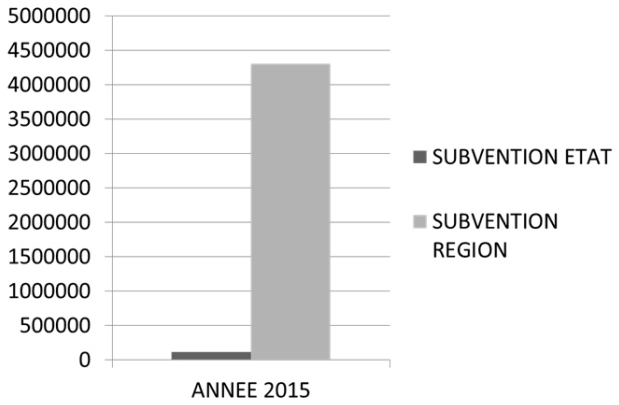
[a] Source : Schéma régional de l'enseignement supérieur, de la recherche et de l'innovation

Les interventions régionales en faveur de la recherche et de l'innovation se concrétisent par l'attribution d'allocations doctorales et postdoctorales (près de 60 chaque année), le soutien apporté aux projets développés dans le cadre des GRR et à l'Agence de l'Innovation Seinari. Cela implique un budget annuel de 22,5 M€ en moyenne ces dernières années.

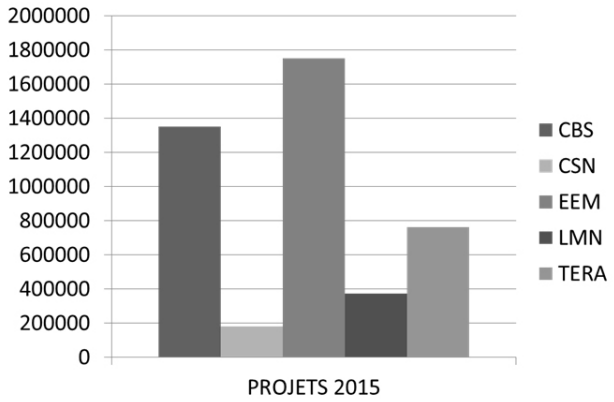
2 Aspects quantitatifs – année 2015

Le soutien aux projets de recherche

* Soutien global : 4 410 000 €
* Subvention Etat : 110 000 €
* Subvention Région : 4 300 000 €

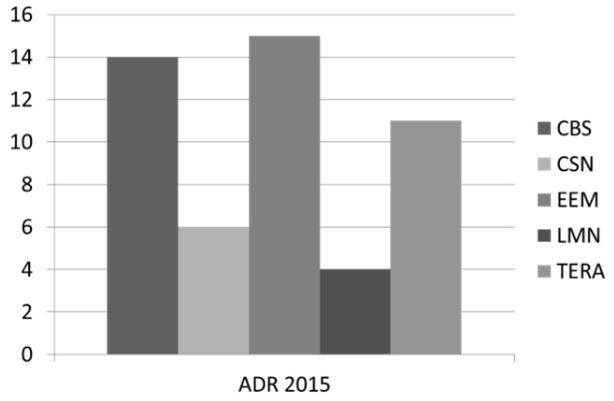


La répartition des moyens par GRR est donnée ci-dessous



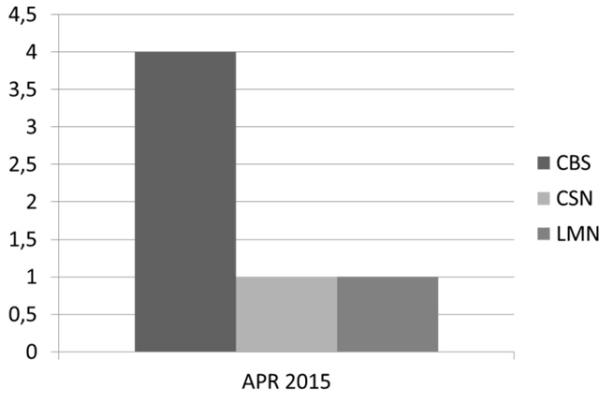
* Le soutien à la formation doctorale

Subvention Région : 4 700 000€
La répartition des allocations doctorales par GRR est donnée ci-dessous.

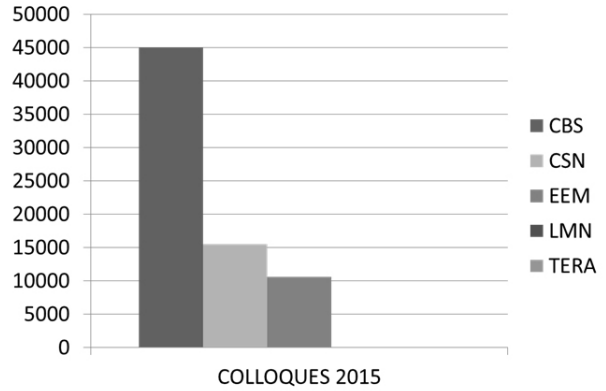


* Le soutien à la formation post doctorale

Subvention Région : 300 000 €
La répartition des allocations post-doctorales par GRR est donnée sur la page suivante.



* Le soutien aux manifestations scientifiques
Subvention Région : 84 410 €
Répartition par GRR



A ces dispositifs se rajoutent le soutien via les allocations post doctorales de recherche clinique et les allocations cofinancées.

3 Le fonctionnement des GRR

Les appels à projets des GRR se déroulent chaque année et se caractérisent par une vision intégrée et ce à double titre :

- Ils rassemblent l'ensemble des dispositifs de financements régionaux (projets de recherche, projets de thèse, allocations postdoctorales et colloques) ;
- Ils exigent exigé un plan de financement global et une cohérence pour l'ensemble de la programmation (le principe est d'associer, dans une logique de cofinancement les fonds FEDER ainsi que d'autres types de subventions).

Dans un souci de transparence et de traçabilité, l'expertise extérieure est obligatoire.

Le fort caractère structurant, la sélectivité accrue, l'évaluation rigoureuse, la capacité d'effet de levier du financement régional et européen – représentent des critères décisionnels cruciaux dans le choix des projets.

La gouvernance des GRR :

Synthèse de la gouvernance régionale de la Recherche en Région Haute Normandie

* Réunions internes aux GRR
(Comités scientifiques, comités de programmation, commission mixte IRIB-CHU etc.)
* Conseil Scientifique Interétablissement
- Instance statutaire des établissements avec une présidence alternée
- Entend et valide les propositions des GRR et examine les éventuelles questions soulevées lors des CS de chacun des établissements
- Interclasse les demandes d'alloc post-doctorales
(sans les représentants de la Région et de l'Etat)
Commission Recherche
(Projets, allocations recherche, colloques…)
Comité de Coordination de la Recherche de Normandie Université
(sans des représentants de la Région et de l'Etat)

Le calendrier des GRR est disponible tous les ans à partir du mois de novembre.

4 La place des mathématiques dans les GRR

Les laboratoires de mathématiques de la région Haute Normandie (LMRS de l'Université de Rouen, LMI de l'INSA de Rouen et LMAH de l'Université du Havre) émargent dans divers projets, principalement en lien avec le GRR "Logistique-Mobilité-Numérique". Un sous axe de ce GRR ("Traitements numériques") est d'ailleurs animé par Pierre Calka (LMRS) et Christian Gout (LMI), il permet à tous les chercheurs (y compris non mathématiciens !) d'émarger dans des projets en lien avec la modélisation et la simulation numérique, avec un large évantail d'applications potentielles. Des allocations de thèses ont été obtenues par les chercheurs de ces laboratoires, et certains projets multi-disciplinaires sont portés par ces laboratoires (citons notamment le projet M2NUM - http ://lmi2.insa-rouen.fr/~m2num).

5 Les perspectives

Dans le contexte de la fusion des deux régions, l'évolution des grands réseaux vers un nouveau modèle commun et plus intégratif est une question complexe et essentielle à laquelle la communauté des chercheurs doit apporter une réponse.
Dans cette perspective le modèle des GRR représente une base d'analyse et de réflexion intéressante pour la prochaine organisation régionale de la recherche et un espace au sein duquel les acteurs scientifiques peuvent explorer les pistes de collaboration les plus appropriées.
Malgré les améliorations qui sont inhérentes à leur fonctionnement, les GRR s'imposent aujourd'hui comme un système exemplaire au bénéfice de la connaissance et de l'innovation.

Pour plus d'informations :
http ://www.grrhn.fr
http ://www.hautenormandie.fr/LES-ACTIONS/Economie-Recherche/Recherche-et-Innovation/Grands-reseaux-de-recherche

Alina CHISLIAC
est la Coordinatrice des GRR
de la Région Haute Normandie

alina.chisliac@insa-rouen.fr

RAIRO
E S A I M
M2AN
ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis
E S A I M
COCV
ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations
E S A I M
PS
ESAIM: Probability and Statistics
edp sciences
RAIRO
OPERATIONS RESEARCH
Vol. 46 • 2 • April/June • 2012
RAIRO
THEORETICAL INFORMATICS AND APPLICATIONS
Vol. 47 • 1 • January/March • 2013
INFORMATIQUE THÉORIQUE ET APPLICATIONS
Mathematical Modelling of Natural Phenomena
Volume 8 - Number 1 - 2013
Harmonic analysis

Merveilles du monde unidimensionnel : lois de conservation et transport optimal

par Julien Reygner [1]

La physique des milieux continus est naturellement décrite par des lois de conservation : de la masse, de l'énergie, de la quantité de mouvement, de la charge électrique... En l'absence de mécanisme de dissipation, la conservation d'une telle quantité se traduit par l'identité

$$\partial_t u + \operatorname{div} j = 0, \tag{1}$$

où $u(t,x)$ désigne la densité de la quantité conservée autour du point x, et $j(t,x)$ représente le courant de cette quantité. Lorsque la densité et le courant sont liés par une relation constitutive $j = \Lambda(u)$, où Λ est la fonction de flux, nous obtenons l'équation autonome sur la densité

$$\partial_t u + \operatorname{div}(\Lambda(u)) = 0, \tag{2}$$

appelée *loi de conservation scalaire non-linéaire* (si, bien sûr, Λ est non-linéaire).
La théorie développée dans cet article, et qui présente une partie des travaux de ma thèse [23], s'applique aux problèmes posés en une dimension d'espace : par exemple, les modèles de trafic routier ou d'écoulement de fluide dans un tuyau. Dans ce cadre, la loi de conservation scalaire (2) s'écrit

$$\partial_t u + \partial_x(\Lambda(u)) = 0, \qquad t \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}, \tag{3}$$

et nous nous intéressons également à deux de ses possibles généralisations : avec un terme de *dissipation par viscosité* non-linéaire

$$\partial_t u + \partial_x(\Lambda(u)) = \frac{1}{2}\partial_{xx}(A(u)), \qquad t \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}, \tag{4}$$

et sous la forme d'un *système de lois de conservation*

$$\partial_t \mathbf{u} + \partial_x(\mathbf{f}(\mathbf{u})) = 0, \qquad t \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}, \tag{5}$$

lorsque plusieurs quantités $\mathbf{u} = (u^1, \dots, u^d)$ sont conservées.
Sur le plan mathématique, nous exploitons deux particularités remarquables du cadre unidimensionnel, que le titre de cet article qualifie de "merveilles" : la possibilité d'introduire une interprétation probabiliste simple et naturelle des problèmes ci-dessus d'une part, et l'existence de couplages optimaux explicites pour définir les distances de Wasserstein d'autre part.

[1] Prix Neveu 2014, dans le cadre d'une thèse dirigée par Benjamin Jourdain et Lorenzo Zambotti. A noter qu'il y a eu deux Prix de thèse J. Neveu en 2014, un article sera consacré à Emilie Kaufmann dans un prochain Matapli.

Interprétation probabiliste

La théorie *probabiliste* des équations ci-dessus exposée dans cet article est fondée sur l'hypothèse que les conditions initiales u_0 pour (3) et (4), ou $u_0^1, \dots, u_0^d$ pour (5), sont les fonctions de répartition de mesures de probabilité m ou $m^1, \dots, m^d$ sur la droite réelle. Cette approche a par exemple été développée par Brenier et Grenier [5] et Bolley, Brenier et Loeper [2] pour la loi de conservation inviscide (3), Bossy et Talay [3, 4] puis Jourdain et Malrieu [17] pour sa version visqueuse (4), ainsi que El Hajj et Monneau [8, 9], Monasse et Monneau [21] pour le système (5) sous forme diagonale ; cette courte liste de références, sur laquelle nous nous appuyons de manière fondamentale, est bien sûr loin d'être exhaustive.

En général, les solutions $u(t,\cdot)$ ou $u^1(t,\cdot), \dots, u^d(t,\cdot)$ restent des fonctions de répartition, ce qui incite naturellement à se poser la question : comment les évolutions décrites par les équations (3), (4) ou (5) modifient-elles les mesures m ou $m^1, \dots, m^d$? Plus précisément, peut-on donner une représentation *lagrangienne* de ces équations, en les reliant à la dynamique *caractéristique* d'un système de particules évoluant sur la droite réelle ? Et que peut-on alors déduire d'une telle interprétation probabiliste ?

La motivation de nos travaux réside précisément dans la possibilité d'obtenir des résultats d'existence, éventuellement accompagnés de schémas numériques, ainsi que des estimations de stabilité ou de convergence à l'équilibre pour les solutions de ces équations aux dérivées partielles, à partir de leur représentation probabiliste.

Distances de Wasserstein

La seconde particularité du cadre unidimensionnel dont nous tirons parti est liée à la théorie du transport optimal. À l'origine de celle-ci se trouve le problème des déblais et des remblais de Monge : imaginons un tas de terre (un déblai) distribué dans une région du plan selon une mesure μ sur $\mathbb{R}^2$, que nous devons déplacer pour remplir des trous (des remblais) représentés par une mesure ν sur $\mathbb{R}^2$. Nous supposons que la quantité de terre en déblai permet de remplir exactement les remblais, et normalisons cette quantité à 1 de sorte que μ et ν sont des mesures de probabilité sur $\mathbb{R}^2$. Un *transport* de μ vers ν est ainsi encodé par un *couplage* de μ et ν, c'est-à-dire une mesure de probabilité π sur $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ de distributions marginales μ et ν : pour un tel couplage, la quantité de terre à déplacer du point x vers le point y est formellement mesurée par $\pi(\mathrm{d}x\mathrm{d}y)$. Si nous notons $c(x,y)$ le coût du déplacement d'une unité élémentaire de masse du point x vers le point y, alors le problème de Monge, également développé par Kantorovitch, revient à

minimiser la quantité

$$c_\pi = \int_{(x,y)\in\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2} c(x,y)\pi(\mathrm{d}x\mathrm{d}y), \tag{6}$$

parmi tous les couplages π de μ et ν.
Il est assez intuitif que si la fonction de coût est bien choisie, alors plus μ et ν se ressemblent, et moins le coût minimal du transport est élevé : en quelque sorte, celui-ci mesure une distance entre μ et ν. Cette idée peut être formalisée en introduisant les distances de Wasserstein, associées aux fonctions de coût $c(x,y) = |x-y|^p$, $p \in [1,+\infty[$, sur un espace vectoriel muni d'une norme $|\cdot|$. En termes probabilistes, la distance de Wasserstein d'ordre p entre deux mesures de probabilité μ et ν est définie par

$$W_p(\mu,\nu) := \left(\inf_{(X,Y)\in\Pi(\mu,\nu)} \mathbb{E}[|X-Y|^p]\right)^{1/p}, \tag{7}$$

où $\Pi(\mu,\nu)$ désigne l'ensemble des couples de variables aléatoires (X,Y) de lois marginales μ et ν.
Puisque nous nous attendons à ce que les solutions des équations auxquelles nous nous intéressons soient les fonctions de répartition de mesures de probabilité, les distances de Wasserstein fournissent un cadre adapté à notre étude. Une partie importante des développements de la théorie du transport optimal au cours des deux dernières décennies, en particulier avec les travaux de Brenier, Otto, Villani entre autres, est d'ailleurs due à ses liens avec les équations d'évolution. Or, lorsque nous nous restreignons au cas où μ et ν sont des mesures de probabilité sur $\mathbb{R}$, un couplage optimal est fourni par

$$(X,Y) = (F^{-1}(U), G^{-1}(U)), \tag{8}$$

où U est une variable aléatoire uniformément distribuée sur $[0,1]$, et F^{-1}, G^{-1} sont les pseudo-inverses des fonctions de répartition F et G de μ et ν. Cette remarque classique fournit une expression explicite de la distance de Wasserstein,

$$W_p(\mu,\nu) = \left(\int_{u=0}^{1} |F^{-1}(u) - G^{-1}(u)|^p \mathrm{d}u\right)^{1/p}, \tag{9}$$

qui dépend directement des fonctions de répartition de μ et ν. Pour cette raison, nous écrivons dans la suite indifféremment $W_p(\mu,\nu)$ ou $W_p(F,G)$.
Au long de cet article, nous exploiterons constamment cette identité pour quantifier le comportement des solutions des équations (3), (4) ou (5) que nous allons construire. À titre d'exemple, nous pouvons déjà remarquer, au prix d'une petite

gymnastique mentale nous faisant passer des graphes de F^{-1} et G^{-1} à ceux de F et G, que $W_1(\mu,\nu)$ n'est autre que la distance L^1 entre F et G ! Ainsi, un résultat sur les solutions de nos équations exprimé en distance L^1 se traduira-t-il immédiatement dans le langage probabiliste *via* la distance de Wasserstein d'ordre 1.

1 Équation de Fokker-Planck non-linéaire dans le cas scalaire visqueux

Cette première section est consacrée à l'étude du problème de Cauchy

$$\begin{cases} \partial_t u + \partial_x(\Lambda(u)) = \dfrac{1}{2}\partial_{xx}(A(u)), \\ u(0,x) = u_0(x), \end{cases} \tag{10}$$

qui correspond à la loi de conservation scalaire avec viscosité non-linéaire (4). La condition initiale u_0 est la fonction de répartition d'une mesure de probabilité m sur $\mathbb{R}$, les fonctions de flux Λ et de viscosité A sont de classe C^1 sur $[0,1]$ et nous notons $\Lambda'(u) = \lambda(u)$, $A'(u) = \sigma^2(u)$. Nous travaillons dans cette section sous l'hypothèse d'uniforme ellipticité $\sigma^2(u) > 0$ pour tout $u \in [0,1]$.
Nous commençons par décrire l'interprétation probabiliste de ce problème, puis nous nous intéressons au comportement en temps long et aux propriétés de contraction de ses solutions.

1.1 Le processus de diffusion non-linéaire et le système de particules associé

En prenant la dérivée en espace de (10), nous constatons que $p_t := \partial_x u(t,\cdot)$ vérifie formellement le problème

$$\begin{cases} \partial_t p_t = \dfrac{1}{2}\partial_{xx}(\sigma^2(u)p_t) - \partial_x(\lambda(u)p_t), \\ p_0 = m. \end{cases} \tag{11}$$

La formule d'Itô, qui est un outil classique de la théorie des probabilités, montre que cette équation décrit l'évolution de la loi p_t de la variable aléatoire X_t, définie par l'équation différentielle stochastique

$$\begin{cases} \mathrm{d}X_t = \lambda(u(t,X_t))\mathrm{d}t + \sigma(u(t,X_t))\mathrm{d}W_t, \\ X_0 \sim m. \end{cases} \tag{12}$$

L'équation (11) est appelée *équation de Fokker-Planck* associée à (12). En raison de la non-linéarité de celle-ci, les coefficients de l'équation différentielle stochastique

ci-dessus dépendent de la fonction de répartition $u(t,\cdot)$ du processus X_t, qui est alors dit *non-linéaire au sens de McKean*.
Afin de construire une solution à l'équation différentielle stochastique (12), suivons une procédure due à McKean [20] qui consiste à introduire n copies $X_t^{1,n},\dots,X_t^{n,n}$ du processus X_t, dirigées par des mouvements browniens indépendants, et dans l'évolution desquelles la fonction de répartition $u(t,\cdot)$ de X_t est remplacée par la fonction de répartition empirique de l'ensemble des points $X_t^{1,n},\dots,X_t^{n,n}$, vus comme les positions d'un système de n particules évoluant sur la droite réelle. En remplaçant ainsi la non-linéarité par de l'interaction, nous obtenons l'équation différentielle stochastique dans $\mathbb{R}^n$ classique

$$\mathrm{d}X_t^{i,n} = \lambda(u_n(t,X_t^{i,n}))\mathrm{d}t + \sigma(u_n(t,X_t^{i,n}))\mathrm{d}W_t^i, \qquad u_n(t,x) := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1_{\{X_t^{i,n}\le x\}}, \tag{13}$$

dont la dynamique est extrêmement simple à décrire : la particule située au k-ème rang dans l'ordre croissant des positions possède un coefficient de dérive constant $\lambda(k/n)$ et un coefficient de diffusion constant $\sigma(k/n)$. Lorsque deux particules se croisent, elles échangent ces coefficients ; ainsi le mouvement instantané d'une particule ne dépend-il que de son rang au sein du système.
Nous pouvons par exemple imaginer que $X_t^{1,n},\dots,X_t^{n,n}$ représentent la taille des files d'attente aux n caisses d'un supermarché — ou plutôt, pour éviter les files d'attente négatives, les logarithmes de ces tailles. Il est raisonnable de penser qu'un client terminant ses courses choisira en priorité la caisse avec la file d'attente la plus courte, de sorte qu'en première approximation, la dynamique de croissance de chaque file ne dépend effectivement que de son rang. Au-delà de ce petit exemple, de tels systèmes de particules *interagissant à travers leur rang* possèdent des applications dans l'étude des verres de spins en mécanique statistique et dans certains modèles de marchés financiers, et leur analyse constitue un domaine de recherche très actuel.
Pour ce qui nous concerne, l'approximation de l'équation (12) par le système (13) est légitimée par le résultat de *propagation du chaos* suivant, dont les premières versions sont dues à Bossy et Talay [3, 4] : lorsque n tend vers l'infini, la mesure empirique

$$\mu^n := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \delta_{(X_t^{i,n})_{t\ge 0}} \tag{14}$$

vérifie une loi des grands nombres dans l'espace des trajectoires continues, et converge vers une mesure déterministe P qui vérifie le problème de martingale associé à (12). Ce procédé permet ainsi de construire un processus qui vérifie l'équation différentielle stochastique (12) et fournit une solution u du problème

de Cauchy original (10) naturellement accompagnée de sa représentation probabiliste. Alternativement, ce résultat de propagation du chaos peut être compris comme le fait que, dans un système de grande taille, les particules se comportent approximativement comme des copies indépendantes du processus nonlinéaire (12).

1.2 Interprétation probabiliste des ondes de choc

Dans les années 1950, Hopf aux États-Unis [13] et Il'in et Oleĭnik en Union Soviétique [14] ont mis en évidence l'existence de solutions de l'équation (4) qui s'écrivent sous la forme d'ondes progressives, appelées *ondes de choc visqueuses* et qui décrivent le passage d'un état $u \equiv 0$ en $-\infty$ à un état $u \equiv 1$ en $+\infty$ selon un certain profil continu $\phi(x)$. De telles solutions apparaissent physiquement dans des modèles de combustion, de cinétique chimique ou de mécanique des fluides. En injectant l'ansatz $u(t,x) = \phi(x - st)$ dans (4) avec les conditions aux limites $\phi(-\infty) = 0$, $\phi(+\infty) = 1$, il est aisé de constater que la célérité s d'une onde de choc visqueuse doit vérifier la relation de Rankine-Hugoniot

$$s = \Lambda(1) - \Lambda(0) = \int_{u=0}^{1} \lambda(u)\mathrm{d}u, \tag{15}$$

et qu'un tel profil ϕ existe si et seulement si la fonction de flux Λ vérifie la condition

$$\forall u \in]0,1[, \qquad \frac{\Lambda(u) - \Lambda(0)}{u} > \frac{\Lambda(1) - \Lambda(u)}{1-u}, \tag{16}$$

appelée *condition d'Oleĭnik*, ce qui revient à demander que le graphe de Λ soit situé strictement au-dessus de sa corde entre 0 et 1. Sous cette condition, tous les profils visqueux s'obtiennent par translation les uns des autres.
Une question naturelle, posée par Gel'fand à la fin des années 1950 [11], concerne alors la stabilité de ces ondes de choc : si la condition initiale u_0 du problème de Cauchy (10) est une perturbation d'un profil visqueux ϕ, cette perturbation s'atténue-t-elle au cours du temps ; autrement dit, la solution $u(t,x)$ se rapproche-t-elle de l'onde progressive $\phi(x - st)$? La réponse est génériquement positive, à condition que la perturbation $u_0 - \phi$ soit intégrable et de masse nulle, c'est-à-dire

$$\int_{x\in\mathbb{R}} (u_0(x) - \phi(x))\mathrm{d}x = 0. \tag{17}$$

Cette dernière condition est liée au fait que l'équation (4) est invariante par translation de la variable d'espace, et qu'il est donc nécessaire de sélectionner le "bon" profil visqueux ϕ en fixant le paramètre de translation correspondant. L'énoncé de cette convergence sous sa forme la plus générale, en distance L^1 et lorsque la

viscosité $A(u)$ est linéaire, est dû à Freistühler et Serre en 1998 [10] — un demi-siècle après l'article de Gel'fand ! De nombreux résultats similaires, pour d'autres distances et sous des hypothèses variées, font partie du folklore de l'analyse des équations d'évolution en une dimension.

Donnons maintenant une interprétation de la stabilité des ondes de choc visqueuses en termes probabilistes, qui repose sur le processus non-linéaire introduit au paragraphe précédent. Commençons par remarquer que, pour tout $t \geq 0$,

$$\mathbb{E}[X_t] = \mathbb{E}[X_0] + \int_{\tau=0}^{t} \mathbb{E}[\lambda(u(\tau, X_\tau))]\mathrm{d}\tau. \tag{18}$$

Or, il est possible de montrer qu'au moins $\mathrm{d}\tau$-presque partout, la fonction de répartition $u(\tau, \cdot)$ de X_τ est continue, de sorte que la variable aléatoire $u(\tau, X_\tau)$ est uniformément distribuée sur $[0, 1]$ et donc $\mathbb{E}[\lambda(u(\tau, X_\tau))] = \Lambda(1) - \Lambda(0) = s$. Ainsi, n'importe quelle solution $u(t, x)$ de (4) voit son "centre de masse" transporté à la vitesse s donnée par la relation de Rankine-Hugoniot.

À l'échelle du système de particules se produit le même phénomène de dérive du centre de masse, à la vitesse moyenne

$$s_n := \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \lambda(k/n), \tag{19}$$

qu'il est naturel d'interpréter comme une version discrète de la relation de Rankine-Hugoniot. De même, la version discrète de la condition d'Oleĭnik s'écrit

$$\forall k \in \{1, \dots, n-1\}, \qquad \frac{1}{k} \sum_{k'=1}^{k} \lambda(k'/n) > \frac{1}{n-k} \sum_{k'=k+1}^{n} \lambda(k'/n), \tag{20}$$

et signifie que, pour tout $k \in \{1, \dots, n-1\}$, le groupe des k premières particules (dans l'ordre croissant des positions) possède une vitesse moyenne plus grande que celui des $n - k$ dernières, ce qui se comprend comme une condition de rappel du nuage de particules vers de son centre de masse. Par des arguments classiques dans l'étude du comportement en temps long des processus de diffusion, il est alors possible de montrer que la condition (20) est nécessaire et suffisante pour assurer l'ergodicité du système recentré $(\widetilde{X}_t^{1,n}, \dots, \widetilde{X}_t^{n,n})$, où $\widetilde{X}_t^{i,n} := X_t^{i,n} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_t^{j,n}$. Dans le cas où σ^2 est constant, ce résultat a été obtenu par Pal et Pitman [22] et Jourdain et Malrieu [17].

Nous pouvons alors chercher à établir une version non-linéaire de ce résultat : sous la condition d'Oleĭnik (16), le processus $\widetilde{X}_t := X_t - st$ converge-t-il vers une mesure invariante ? Commençons par chercher les mesures invariantes candidates à décrire la limite de ce processus. Il est bien sûr immédiat que celles-ci

s'identifient aux profils visqueux ϕ de (4). De plus, d'après (18), la quantité $\mathbb{E}[\widetilde{X}_t]$ est constante, de sorte que si $\widetilde{X}_t$ converge en temps long vers une mesure invariante, celle-ci doit posséder la même espérance que la mesure initiale m, ce qui permet de choisir le profil visqueux adéquat et donne un sens probabiliste clair à la condition (17). Maintenant que nous avons sélectionné la "bonne" mesure invariante, il nous reste à enrichir la littérature d'un nouveau résultat de stabilité (plus précisément, notre énoncé complète un résultat précédent de Jourdain et Malrieu [17]), de nature probabiliste, en établissant que $\widetilde{X}_t$ converge effectivement vers cette mesure.

1.3 L'énergie libre des lois de conservation

[2]Dans les années 1990, Jordan, Kinderlehrer et Otto [15] ont introduit l'idée qu'une équation de Fokker-Planck décrit le flot du gradient d'une fonctionnelle, appelée *énergie libre*, définie sur l'espace des mesures de probabilité muni de la distance de Wasserstein quadratique W_2. Par exemple, l'équation de la chaleur

$$\partial_t p_t = \frac{1}{2}\Delta p_t \tag{21}$$

qui est l'équation de Fokker-Planck associée au mouvement brownien, s'écrit formellement

$$\dot{p}_t = -\operatorname{grad}\, \mathcal{E}[p_t], \qquad \mathcal{E}[p] := \frac{1}{2}\int p(x)\log(p(x))\mathrm{d}x, \tag{22}$$

où grad désigne une sorte de gradient pour la distance W_2. Ce formalisme s'est révélé particulièrement bien adapté pour étudier le comportement en temps long des équations de Fokker-Planck, linéaires et non-linéaires, puisqu'il met en évidence le rôle naturel de la courbure (c'est-à-dire des propriétés locales de convexité) de la fonctionnelle d'énergie libre. Dans le cadre linéaire, il donne en particulier une interprétation relativement simple du célèbre critère de Bakry-Émery. Dans le cadre non-linéaire, Carrillo, McCann et Villani [6, 7] ont employé ce formalisme au début des années 2000 pour obtenir des estimations de convergence à l'équilibre nouvelles sur l'équation de McKean-Vlasov.
Nous reprenons cette méthode à notre compte en observant d'abord que la fonction de répartition $\widetilde{u}(t,x) = u(t, x+st)$ du processus de fluctuation $\widetilde{X}_t$ vérifie

$$\partial_t \widetilde{u} + \partial_x(\widetilde{\Lambda}(\widetilde{u})) = \frac{1}{2}\partial_{xx}(A(\widetilde{u})), \qquad \widetilde{\Lambda}(u) := \Lambda(u) - su. \tag{23}$$

[2]Les résultats de convergence en distance de Wasserstein présentés dans ce paragraphe sont contenus dans le manuscrit [23], mais l'interprétation "flot de gradient" n'y est pas explicitement décrite. Celle-ci, ainsi que les propriétés qui en découlent, font l'objet d'un article en cours de préparation.

Sans perte de généralité, nous supposons que $\Lambda(0) = \widetilde{\Lambda}(0) = 0$. Alors la dérivée en espace de (23) est encore une équation de Fokker-Planck non-linéaire, qui décrit le flot du gradient de la fonctionnelle

$$\mathcal{F}[p] := \frac{1}{2}\int_{x\in\mathbb{R}} \sigma^2(F(x))p(x)\log(p(x))\mathrm{d}x + \int_{x\in\mathbb{R}} \widetilde{\Lambda}(F(x))\mathrm{d}x, \tag{24}$$

où F est la fonction de répartition de p, que nous appelons *l'énergie libre* de la loi de conservation (23). Une conséquence immédiate de cette interprétation est que l'énergie libre est une fonction de Lyapounov pour le système, de sorte que $\widetilde{u}(t,\cdot)$ converge vers des profils qui correspondent à des minimiseurs locaux de $\mathcal{F}$.
Nous montrons alors que $\mathcal{F}$ est convexe le long des lignes géodésiques pour la distance de Wasserstein quadratique, et que sous la condition d'Oleĭnik (16), le profil visqueux ϕ vérifiant (17) est l'unique minimiseur de $\mathcal{F}$ parmi les mesures de probabilité de même espérance que m. Nous concluons ainsi, *via* cette "méthode d'énergie libre", que $\widetilde{u}(t,\cdot)$ converge vers ϕ pour la distance W_2 et établissons donc une nouvelle version du résultat de stabilité des ondes visqueuses, d'influence très probabiliste. Notons qu'en appliquant l'inégalité de Cauchy-Schwarz dans la définition (7) des distances de Wasserstein, nous obtenons $W_1 \leq W_2$ et retrouvons en particulier la stabilité L^1 énoncée par Freistühler et Serre.

1.4 Système de particules réordonné et contraction en distance de Wasserstein

Fixons deux fonctions de répartition u_0 et v_0, et notons u et v les solutions du problème de Cauchy (10) correspondantes. Nous souhaitons maintenant étudier l'évolution de la distance de Wasserstein $W_p(u(t,\cdot),v(t,\cdot))$ au cours du temps, sans se préoccuper de savoir si le comportement en temps long de ces solutions est décrit par des ondes progressives ou non. Dans ce but, notons $(X_t^{1,n},\dots,X_t^{n,n})$ et $(Y_t^{1,n},\dots,Y_t^{n,n})$ deux populations de particules interagissant à travers leur rang, dont les mesures empiriques

$$\mu_t^n := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \delta_{X_t^{i,n}}, \qquad \nu_t^n := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \delta_{Y_t^{i,n}}, \tag{25}$$

permettent d'approcher respectivement $u(t,\cdot)$ et $v(t,\cdot)$. Afin d'étudier $W_p(u(t,\cdot),v(t,\cdot))$, nous commençons par décrire l'évolution de $W_p(\mu_t^n,\nu_t^n)$. Pour cela nous notons, pour tout $t \geq 0$,

$$X_t^{(1),n} \leq \dots \leq X_t^{(n),n}, \qquad Y_t^{(1),n} \leq \dots \leq Y_t^{(n),n}, \tag{26}$$

les *statistiques d'ordre* des vecteurs $(X_t^{1,n},\dots,X_t^{n,n})$ et $(Y_t^{1,n},\dots,Y_t^{n,n})$. Pour tout $k \in \{1,\dots,n\}$, pour tout $u \in]\frac{k-1}{n},\frac{k}{n}[$, il est immédiat que les quantiles d'ordre u

de μ_t^n et ν_t^n sont respectivement $X_t^{(k),n}$ et $Y_t^{(k),n}$, de sorte que (9) implique ici

$$W_p(\mu_t^n, \nu_t^n) = \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} |X_t^{(k),n} - Y_t^{(k),n}|^p \right)^{1/p}. \tag{27}$$

Il est donc naturel de s'intéresser à la dynamique du système *réordonné* $(X_t^{(1),n}, \dots, X_t^{(n),n})_{t\geq 0}$ (et de manière similaire $(Y_t^{(1),n}, \dots, Y_t^{(n),n})_{t\geq 0}$). Or, celle-ci est très simple : par construction, $X_t^{(k),n}$ possède un coefficient de dérive constant $\lambda(k/n)$ et un coefficient de diffusion constant $\sigma(k/n)$. La condition que le système doit rester ordonné induit de plus un terme de *réflexion* entre $X_t^{(k),n}$ et $X_t^{(k+1),n}$ qui agit à l'échelle du temps local de $X_t^{(k+1),n} - X_t^{(k),n}$ en 0. Ainsi est-il possible d'écrire

$$\forall k \in \{1, \dots, n\}, \qquad \mathrm{d}X_t^{(k),n} = \lambda(k/n)\mathrm{d}t + \sigma(k/n)\mathrm{d}\beta_t^k + \mathrm{d}V_t^{k,n}, \tag{28}$$

où $\beta_t = (\beta_t^1, \dots, \beta_t^n)$ est un mouvement brownien standard et $V_t^{1,n}, \dots, V_t^{n,n}$ représentent les termes de réflexion décrits ci-dessus. Cette équation est celle du mouvement brownien *normalement réfléchi*, au sens de Tanaka [25], au bord du polyèdre

$$D_n := \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_1 \leq \dots \leq x_n\}, \tag{29}$$

avec un vecteur de dérive et une matrice de diffusion constants. Or, la convexité du domaine D_n implique la propriété de contraction ℓ^p suivante pour le couplage *synchrone* de ces processus : si deux solutions (fortes) $(X_t^{(1),n}, \dots, X_t^{(n),n})_{t\geq 0}$ et $(Y_t^{(1),n}, \dots, Y_t^{(n),n})_{t\geq 0}$ de (28) sont dirigées par le *même* mouvement brownien β, alors presque sûrement,

$$\forall s \leq t, \qquad \sum_{k=1}^{n} |X_t^{(k),n} - Y_t^{(k),n}|^p \leq \sum_{k=1}^{n} |X_s^{(k),n} - Y_s^{(k),n}|^p. \tag{30}$$

Nous en déduisons immédiatement que $W_p(\mu_t^n, \nu_t^n)$ décroît, puis en passant à la limite lorsque le nombre de particules tend vers l'infini, nous obtenons la propriété de contraction suivante :

$$\forall s \leq t, \qquad W_p(u(t,\cdot), v(t,\cdot)) \leq W_p(u(s,\cdot), v(s,\cdot)). \tag{31}$$

2 Approximation des problèmes hyperboliques par les dynamiques de particules collantes

Cette seconde section est consacrée à l'étude des problèmes hyperboliques (3) et (5). Nous y établissons des résultats de deux natures :

– *approximation* : nous construisons des systèmes de particules qui convergent, en un sens adéquat, vers des solutions des équations étudiées, ce qui peut en particulier fournir des résultats d'existence nouveaux, accompagnés de schémas exploitables à des fins de simulation numérique ;
– *stabilité* : nous montrons que les solutions que nous construisons dépendent assez régulièrement des conditions initiales, en utilisant des estimations de stabilité sur les systèmes de particules sous-jacents, uniformes en le nombre de particules.

2.1 La dynamique des particules collantes

Dans ce paragraphe, nous construisons un système de particules qui permet d'approcher la solution du problème scalaire

$$\begin{cases} \partial_t u + \partial_x(\Lambda(u)) = 0, \\ u(0,x) = u_0(x), \end{cases} \tag{32}$$

où u_0 est la fonction de répartition d'une mesure de probabilité m sur $\mathbb{R}$.
Il est bien sûr naturel de voir ce problème comme la limite de celui étudié dans la première section, lorsque la viscosité $A(u)$ dans l'équation (10) est égale à $2\epsilon u$ et ϵ tend vers 0. Il est cependant nécessaire d'être prudent dans cette interprétation, car le problème sans viscosité (32) possède en général plusieurs solutions au sens des distributions. Afin de "séparer le bon grain de l'ivraie" (pour reprendre une citation de Serre [24]), c'est-à-dire de retrouver une notion de solution physiquement pertinente, nous imposons la condition supplémentaire que l'inégalité

$$\partial_t(E(u)) + \partial_x(F(u)) \leq 0 \tag{33}$$

soit vérifiée au sens des distributions, pour tout couple de fonctions (E, F) telles que E est convexe et dérivable sur $[0,1]$ et F satisfait $F' = \Lambda' E'$. La fonction E est appelée *entropie*, et F est le *flux* d'entropie associé. Une solution u vérifiant ces conditions est dite *entropique*, et Kružkhov [19] a montré que celle-ci est unique et décrit la limite, lorsque ϵ tend vers 0, de la solution u^ϵ de la loi de conservation (32) à laquelle le terme $\epsilon \partial_{xx} u^\epsilon$ a été ajouté au membre de droite.

2.1.1 Limite de petit bruit du système de particules

Pour construire un système de particules approchant (32), nous imitons l'approche par viscosité évanescente de Kružkhov, mais pour le système de particules : nous fixons ici n et étudions le comportement, lorsque ϵ tend vers 0, du processus $(X_t^{1,n}, \ldots, X_t^{n,n})_{t\geq 0}$ défini par (13) avec $\sigma(k/n) = \sqrt{2\epsilon}$ pour tout $k \in \{1, \ldots, n\}$.

Afin de donner une intuition de la situation, considérons le cas de seulement deux particules : la particule en première position possède le coefficient de dérive λ_1, celle en seconde position possède le coefficient de dérive λ_2, et chacune des deux subit une petite agitation brownienne d'intensité ϵ. Si $\lambda_1 < \lambda_2$, les particules ont tendance à s'éloigner l'une de l'autre, en effectuant des petites fluctuations autour des droites de pentes respectives λ_1 et λ_2. Si au contraire $\lambda_1 > \lambda_2$, les particules ont tendance à s'approcher l'une de l'autre, et après la première collision, demeurent inlassablement attirées l'une par l'autre sous l'effet de l'échange des coefficients de dérive. Elles restent donc confinées autour de leur centre de masse, qui voyage par ailleurs à la vitesse moyenne $(\lambda_1 + \lambda_2)/2$. Dans la limite de bruit nul, les fluctuations autour du centre de masse disparaissent et les particules voyagent collées l'une à l'autre, à la vitesse $(\lambda_1 + \lambda_2)/2$.

Nous étendons ces observations au cas général de n particules et concluons que dans la limite de bruit nul, celles-ci évoluent selon la dynamique *des particules collantes* suivante :

– à l'instant initial, la particule en k-ème position se déplace sur la droite réelle à vitesse constante $\lambda(k/n)$;
– aux collisions, les particules se collent et forment un amas, qui se déplace ensuite à une vitesse donnée par la moyenne des vitesses initiales des particules incidentes.

Puisque des particules collées ne se décollent jamais, cette dynamique préserve l'ordre et définit donc un processus (déterministe), noté $(x_1(t), \dots, x_n(t))_{t\geq 0}$, à valeurs dans le polyèdre D_n dont nous rappelons la définition (29).

Si nous convenons d'attribuer la même masse $1/n$ à chaque particule, alors nous observons que l'évolution décrite ci-dessus conserve la masse et la quantité de mouvement totales, mais dissipe de l'énergie cinétique aux collisions. De telles dynamiques d'adhésion ont ainsi été introduites comme modèles simples dans des situations physiques où ce comportement phénoménologique est observé, notamment en astrophysique et dans l'étude de la turbulence.

Le comportement de cette dynamique dans la limite du grand nombre de particules a été étudié par Brenier et Grenier [5], qui ont montré que, si la suite de conditions initiales $(x_1(0), \dots, x_n(0)) \in D_n$, $n \geq 1$ est choisie de sorte que la mesure empirique $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^n \delta_{x_k(0)}$ converge étroitement vers m, alors pour tout $t \geq 0$, $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^n \delta_{x_k(t)}$ converge étroitement vers la mesure de probabilité dont la fonction de répartition $u(t,\cdot)$ est la solution entropique de (32). Cette propriété d'approximation est l'équivalent hyperbolique du résultat de propagation du chaos énoncé dans la première section de cet article.

2.1.2 Stabilité de la dynamique des particules collantes

Par la construction que nous en avons donnée ci-dessus, la dynamique des particules collantes peut être vue comme un mouvement brownien réfléchi dans le polyèdre D_n, évidemment très dégénéré puisque le terme de diffusion a totalement disparu. Cette dégénérescence n'empêche cependant pas la dynamique des particules collantes d'hériter de la même propriété de contraction des distances ℓ^p que les systèmes de diffusions réordonnées que nous avons étudiés dans la première partie, de sorte que deux réalisations $(x_1(t), \dots, x_n(t))_{t\geq 0}$ et $(y_1(t), \dots, y_n(t))_{t\geq 0}$ de celle-ci, partant de deux configurations différentes dans D_n, vérifient

$$\forall s \leq t, \qquad \sum_{k=1}^{n} |x_k(t) - y_k(t)|^p \leq \sum_{k=1}^{n} |x_k(s) - y_k(s)|^p. \tag{34}$$

En traduisant cette inégalité en termes de distance de Wasserstein entre les mesures empiriques des deux réalisations, puis en utilisant le résultat de Brenier et Grenier pour passer à la limite du grand nombre de particules, nous concluons ainsi que si u et v désignent la solution entropique de (32) pour deux conditions initiales différentes, alors pour tout $p \in [1, +\infty[$, $W_p(u(t,\cdot), v(t,\cdot))$ décroît au cours du temps. Alternativement, il est possible d'obtenir ce résultat de contraction en partant de sa version visqueuse (31), puis en utilisant le Théorème de Kružkhov pour passer à la limite de viscosité évanescente. Il en existe même une troisième preuve, due à Bolley, Brenier et Loeper [2] et antérieure aux deux stratégies esquissées ci-dessus.

2.2 Système hyperbolique diagonal et dynamique des particules collantes multitype

Nous étendons enfin l'approche par système de particules, développée dans le cas scalaire au paragraphe précédent, au cadre du système de lois de conservation (5). Sous forme non-conservative, celui-ci se réécrit

$$\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{A}(\mathbf{u})\partial_x \mathbf{u} = 0, \tag{35}$$

où $\mathbf{A}(\mathbf{u})$ est la matrice jacobienne de $\mathbf{f}$. Ce système est dit *hyperbolique* lorsque $\mathbf{A}(\mathbf{u})$ possède d valeurs propres réelles $\lambda^1(\mathbf{u}) \geq \cdots \geq \lambda^d(\mathbf{u})$, appelées *champs caractéristiques*, et *strictement hyperbolique* lorsque les champs caractéristiques sont deux-à-deux distincts. Après diagonalisation et changement éventuel des variables $\mathbf{u} = (u^1, \dots, u^d)$, nous obtenons

$$\forall \gamma \in \{1, \dots, d\}, \qquad \partial_t u^\gamma + \lambda^\gamma(\mathbf{u})\partial_x u^\gamma = 0. \tag{36}$$

Nous passons sous silence les conditions sous lesquelles cette procédure de diagonalisation est valide et considérons le système (36) sous forme diagonale comme la donnée de notre problème, complétée par les conditions initiales

$$\forall \gamma \in \{1, \dots, d\}, \qquad u^\gamma(0,x) = u_0^\gamma(x), \tag{37}$$

où u_0^γ est la fonction de répartition d'une mesure de probabilité m^γ sur la droite réelle. Des problèmes écrits sous cette forme apparaissent dans l'étude des dynamiques de dislocation ou dans celle des gaz isentropiques ; dans ce cadre, des premiers résultats d'existence et d'unicité ont été obtenus par El Hajj et Monneau [8, 9], et une méthode numérique a été proposée par Monasse et Monneau [21].
Nous notons toujours en gras les objets de taille d et repérons leurs coordonnées par des lettres grecques placées en exposant, typiquement u^γ dans les énoncés (36), (37).

2.2.1 Systèmes hyperboliques

Les premiers résultats d'existence de solutions faibles pour le problème de Cauchy associé au système de lois de conservation (5) remontent à Glimm en 1965 [12], qui a proposé un schéma numérique incorporant, de manière assez inattendue, une part d'aléa. D'autres méthodes, en particulier le *Wave Front Tracking* et l'approche par viscosité évanescente, ont ensuite permis d'étendre ces résultats d'existence aux systèmes directement écrits sous forme non-conservative (35). Sauf pour quelques cas particuliers, les théories d'existence sont généralement développées dans le cadre de systèmes strictement hyperboliques munis de conditions initiales $\mathbf{u}_0 = (u_0^1, \dots, u_0^d)$ à variation bornée sur $\mathbb{R}$, de variation totale suffisamment petite.
En l'absence d'une théorie d'unicité similaire à celle de Kružkhov pour les systèmes de lois de conservation, la question de la définition d'une "bonne" notion de solution pour ces systèmes est restée ouverte jusqu'aux travaux de Bianchini et Bressan au début des années 2000. Dans l'article [1], ceux-ci ont introduit la notion de *solution de viscosité* et montré qu'une telle solution est unique et décrit la limite de la solution $\mathbf{u}^\epsilon$ du système (35) lorsque le terme $\epsilon \partial_{xx} \mathbf{u}^\epsilon$ est ajouté au membre de droite. Là encore, cette théorie se place dans le cadre strictement hyperbolique et pour des données initiales de petite variation totale.

2.2.2 La dynamique des particules collantes multitype

Nous souhaitons maintenant généraliser la dynamique des particules collantes décrite au paragraphe précédent afin d'approcher des solutions du système dia-

gonal (36) muni des conditions initiales (37). Notons qu'en comparaison avec les théories brièvement décrites au paragraphe précédent, nos conditions initiales sont à variation bornée mais n'ont pas une variation totale petite. Cela nous contraint à renforcer, en contrepartie, l'hypothèse de stricte hyperbolicité en supposant qu'elle a lieu *uniformément*, c'est-à-dire

$$\forall \gamma \in \{1, \dots, d-1\}, \qquad \inf_{\mathbf{u} \in [0,1]^d} \lambda^\gamma(\mathbf{u}) > \sup_{\mathbf{u} \in [0,1]^d} \lambda^{\gamma+1}(\mathbf{u}). \tag{38}$$

Sous cette hypothèse, nous pouvons décrire notre système de particules. Puisque nous devons approcher d fonctions de répartition $u^1, \dots, u^d$, introduisons d systèmes de n particules : chacun de ces systèmes est associé à un *type* de particules γ, et la coordonnée u^γ sera approchée par la fonction de répartition empirique des particules de ce type. Dans le cas scalaire, la vitesse $\lambda(k/n)$ de la particule en k-ème position dans le système se lit sur l'équation de transport

$$\partial_t u + \lambda(u) \partial_x u = 0, \tag{39}$$

qui représente la forme non-conservative de la loi de conservation (3). En interprétant (36) comme la généralisation multitype de cette équation, nous déduisons que la vitesse de la k-ème particule de type γ doit être donnée par

$$\lambda_k^\gamma = \lambda^\gamma \left(\frac{k^1}{n}, \dots, \frac{k^d}{n} \right), \tag{40}$$

où k^δ représente le rang de la particule dans le système de type δ. Afin de reproduire le comportement entropique du cas scalaire, nous convenons des règles d'évolution suivantes :

- chaque système évolue selon la dynamique des particules collantes type par type avec des vitesses initiales données par les coefficients λ_k^γ définis ci-dessus ;
- lorsque deux amas de types différents se croisent, les coefficients de vitesse λ_k^γ des particules impliquées dans la collision sont mis à jour suivant l'ordre post-collisionnel, et chaque système repart selon la dynamique des particules collantes type par type avec ces nouveaux coefficients de vitesse.

L'hypothèse d'uniforme stricte hyperbolicité (38) se révèle ici cruciale, car elle permet de prescrire un unique ordre post-collisionnel et assure que ces règles d'évolution définissent de manière non-ambiguë une dynamique à valeurs dans l'espace $D_n^d = D_n \times \cdots \times D_n$. Celle-ci est appelée *dynamique des particules collantes multitype*, et ses trajectoires sont notées

$$\mathbf{x}(t) = (x_k^\gamma(t))_{1 \le \gamma \le d, 1 \le k \le n} \in D_n^d, \qquad t \ge 0. \tag{41}$$

Un exemple de trajectoires de la dynamique des particules collantes est présenté sur la Figure 1.

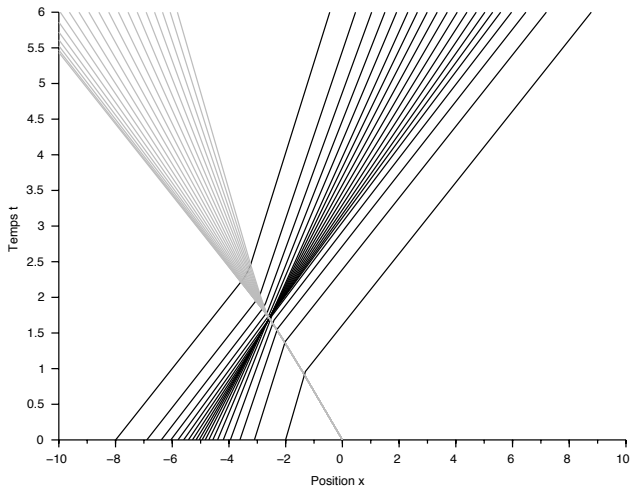


FIG. 1: Un exemple de trajectoires dans le demi-plan espace-temps pour la dynamique des particules collantes multitype, avec deux types : particules noires et particules grises. Les particules grises sont initialement regroupées en un seul amas. Les trajectoires des particules noires sont déviées par les collisions avec l'amas gris, et ce dernier finit par éclater sous l'effet des collisions.

2.2.3 Quelques résultats

Le premier résultat attendu est un principe d'approximation : si la suite de configurations initiales $\mathbf{x}(0) \in D_n^d$, $n \geq 1$, est choisie de sorte que pour tout $\gamma \in \{1, \ldots, d\}$, la mesure empirique initiale $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \delta_{x_k^\gamma(0)}$ des particules de type γ converge étroitement vers m^γ, alors la suite $\mathbf{u}_n(t,\cdot)$ des fonctions de répartition empiriques correspondant aux configurations $\mathbf{x}(t)$, définie par

$$\mathbf{u}_n(t,\cdot) = (u_n^1(t,\cdot), \ldots, u_n^d(t,\cdot)), \qquad u_n^\gamma(t,x) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} 1_{\{x_k^\gamma(t)\leq x\}}, \tag{42}$$

devrait converger vers une solution du problème de Cauchy (36)-(37). Par un argument de compacité, nous obtenons d'abord une telle convergence le long de suites extraites.

Afin d'identifier les limites possibles et d'obtenir un résultat complet de convergence, nous devons maintenant utiliser un principe d'unicité des solutions de ce problème. Nous nous appuyons sur la théorie d'unicité de Bianchini et Bressan. Un ingrédient important pour celle-ci est la *stabilité* des solutions : il nous faut

établir une estimation sur nos solutions du type

$$\forall t \geq 0, \qquad \|\mathbf{u}(t,\cdot) - \mathbf{v}(t,\cdot)\| \leq \mathcal{L}\|\mathbf{u}_0 - \mathbf{v}_0\|, \tag{43}$$

où $\mathcal{L} \in [1, +\infty[$ et $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ désignent les solutions que nous construisons à partir des conditions initiales $\mathbf{u}_0$, $\mathbf{v}_0$. La norme $\|\cdot\|$ ici employée est la norme L^1 de chaque coordonnée, que nous transcrivons en termes probabilistes

$$\|\mathbf{u}_0 - \mathbf{v}_0\| := \sum_{\gamma=1}^{d} W_1(u_0^\gamma, v_0^\gamma). \tag{44}$$

Afin d'établir cette estimation, nous raisonnons comme dans le cas scalaire et en prouvons une version *discrète*, sur la dynamique des particules collantes multitype, avec une constante uniforme en le nombre de particules n. Plus précisément, nous montrons que pour tout $p \in [1, +\infty[$, il existe une constante $\mathcal{L}_p \in [1, +\infty[$, qui ne dépend pas de n, telle que, pour toutes configurations initiales $\mathbf{x}(0), \mathbf{y}(0) \in D_n^d$,

$$\forall t \geq 0, \qquad \sum_{\gamma=1}^{d}\sum_{k=1}^{n} |x_k^\gamma(t) - y_k^\gamma(t)|^p \leq \mathcal{L}_p^p \sum_{\gamma=1}^{d}\sum_{k=1}^{n} |x_k^\gamma(0) - y_k^\gamma(0)|^p, \tag{45}$$

ce qui donne les estimations attendues lorsque n tend vers l'infini, pour toutes les distances W_p. Pour obtenir cette estimation, nous reprenons l'argument, établi à la fin du paragraphe précédent, que la dynamique des particules collantes type par type contracte toutes les distances ℓ^p, et le couplons à une étude combinatoire des collisions entre amas de types différents afin d'aboutir à la constante $\mathcal{L}_p$.
Nous pouvons alors conclure que la dynamique des particules collantes multitype converge vers l'unique solution, au sens de Bianchini et Bressan, du problème (36)-(37), et que ces solutions vérifient de plus les estimations de stabilité

$$\forall t \geq 0, \qquad \sum_{\gamma=1}^{d} W_p(u^\gamma(t,\cdot), v^\gamma(t,\cdot))^p \leq \mathcal{L}_p^p \sum_{\gamma=1}^{d} W_p(u_0^\gamma, v_0^\gamma)^p \tag{46}$$

pour tout $p \in [1, +\infty[$.
Ces résultats de convergence justifient l'utilisation de la dynamique des particules collantes multitype pour construire des schémas numériques d'approximation pour le système (36), pour lesquels des estimations d'erreur quantitatives ont récemment été obtenues [18]. Par ailleurs, les estimations de stabilité en distance de Wasserstein constituent une généralisation directe des résultats de Bolley, Brenier et Loeper [2] au cadre des systèmes.

Une restriction importante de nos résultats, qui tient à l'interprétation probabiliste que nous développons, est l'hypothèse de monotonie sur les conditions initiales. Dans le cas scalaire, Jourdain [16] a montré que le comportement entropique de la loi de conservation (3), avec une condition initiale u_0 bornée et à variation bornée sur $\mathbb{R}$, est reproduit par un système de particules collantes *signées*, telles que deux particules de signes opposés s'annihilent lorsqu'elles entrent en collision. Si la généralisation de cette dynamique au cadre multitype est sans doute immédiate, établir des estimations de stabilité équivalentes à (45) nous semble être un programme particulièrement excitant pour de futures recherches.

Remerciements

Merci à Pierre Calka, Benjamin Jourdain, Cyril Labbé et Laurent Monasse pour leur relecture attentive du manuscrit de cet article. J'adresse également une pensée amicale à Régis Monneau, qui nous a apporté une aide précieuse dans l'étude des systèmes hyperboliques diagonaux.

Bibliographie

[1] S. Bianchini et A. Bressan. Vanishing viscosity solutions of nonlinear hyperbolic systems. *Ann. of Math. (2)* 161(1), pages 223–342, 2005.

[2] F. Bolley, Y. Brenier et G. Loeper. Contractive metrics for scalar conservation laws. *J. Hyperbolic Differ. Equ.* 2(1), pages 91–107, 2005.

[3] M. Bossy et D. Talay. Convergence rate for the approximation of the limit law of weakly interacting particles : application to the Burgers equation. *Ann. Appl. Probab.* 6(3), pages 818–861, 1996.

[4] M. Bossy et D. Talay. A stochastic particle method for the McKean-Vlasov and the Burgers equation. *Math. Comp.* 66(217), pages 157–192, 1997.

[5] Y. Brenier et E. Grenier. Sticky particles and scalar conservation laws. *SIAM J. Numer. Anal.* 35(6), pages 2317–2328, 1998.

[6] J. A. Carrillo, R. J. McCann et C. Villani. Kinetic equilibration rates for granular media and related equations : entropy dissipation and mass transportation estimates. *Rev. Mat. Iberoamericana* 19(3), pages 971–1018, 2003.

[7] J. A. Carrillo, R. J. McCann et C. Villani. Contractions in the 2-Wasserstein length space and thermalization of granular media. *Arch. Ration. Mech. Anal.* 179(2), pages 217–263, 2006.

[8] A. El Hajj et R. Monneau. Global continuous solutions for diagonal hyperbolic systems with large and monotone data. *J. Hyperbolic Differ. Equ.* 7(1), pages 139–164, 2010.

[9] A. El Hajj et R. Monneau. Uniqueness results for diagonal hyperbolic systems with large and monotone data. *J. Hyperbolic Differ. Equ.* 10(3), pages 461–494, 2013.

[10] H. Freistühler et D. Serre. L^1 stability of shock waves in scalar viscous conservation laws. *Comm. Pure Appl. Math.* 51(3), pages 291–301, 1998.

[11] I. M. Gel'fand. Some problems in the theory of quasi-linear equations. *Uspehi Mat. Nauk.* 14(2(86)), pages 87–158, 1959.

[12] J. Glimm. Solutions in the large for nonlinear hyperbolic systems of equations. *Comm. Pure Appl. Math.* 18(4), pages 697–715, 1965.

[13] E. Hopf. The partial differential equation $u_t+uu_x = \mu u_{xx}$. *Comm. Pure Appl. Math.* 3, pages 201–230, 1950.

[14] A. M. Il'in et O. A. Oleĭnik. Asymptotic behavior of solutions of the Cauchy problem for some quasi-linear equations for large values of the time. *Mat. Sb. (N.S.)* 51(93), pages 191–216, 1960.

[15] R. Jordan, D. Kinderlehrer et F. Otto. The variational formulation of the Fokker-Planck equation. *SIAM J. Math. Anal.* 29(1), pages 1–17, 1998.

[16] B. Jourdain. Signed sticky particles and 1D scalar conservation laws. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris* 334(3), pages 233–238, 2002.

[17] B. Jourdain et F. Malrieu. Propagation of chaos and Poincaré inequalities for a system of particles interacting through their CDF. *Ann. Appl. Probab.* 18(5), pages 1706–1736, 2008.

[18] B. Jourdain et J. Reygner. Optimal convergence rate of the multitype sticky particle approximation of one-dimensional diagonal hyperbolic systems with monotonic initial data. Disponible à l'adresse `http://arxiv.org/abs/1507.01085`.

[19] S. N. Kružkhov. First order quasilinear equations with several independent variables. *Mat. Sb. (N.S.)* 81(123), pages 228–255, 1970.

[20] H. P. McKean Jr. Propagation of chaos for a class of non-linear parabolic equations. *Stochastic Differential Equations (Lecture Series in Differential Equations, Session 7, Catholic Univ., 1967)*, pages 41–57, 1967.

[21] L. Monasse et R. Monneau. Gradient entropy estimate and convergence of a semi-explicit scheme for diagonal hyperbolic systems. *SIAM J. Numer. Anal.* 52(6), pages 2792–2814, 2014.

[22] S. Pal et J. Pitman. One-dimensional Brownian particle systems with rank-dependent drifts. *Ann. Appl. Probab.* 18(6), pages 2179–2207, 2008.

[23] J. Reygner. Comportements en temps long et à grande échelle de quelques dynamiques de collision. Thèse de doctorat, université Pierre et Marie Curie, 2014. Disponible à l'adresse `https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01087575`.

[24] D. Serre. Systèmes de lois de conservation. I. Diderot Editeur, Paris, 1996.

[25] H. Tanaka. Stochastic differential equations with reflecting boundary condition in convex regions. *Hiroshima Math. J.* 9(1), pages 163–177, 1979.

Analyse asymptotique en électrophysiologie cardiaque. Applications à la modélisation et à l'assimilation de données

par Annabelle Collin [1]

Ma thèse s'inscrit dans un vaste et ambitieux projet de modélisation du cœur humain entrepris par les équipes M3DISIM (anciennement MACS) et REO chez Inria depuis une dizaine d'années environ. Ma thèse s'est effectuée sous la direction de Dominique Chapelle, M3DISIM et de Jean-Frédéric Gerbeau, REO. La dernière année, j'ai aussi été encadrée par Philippe Moireau, M3DISIM. J'étais inscrite à l'Université Pierre et Marie Curie (UPMC) et ma thèse a été financée sur une bourse Inria.

1 Contexte de la thèse

L'objectif de cette thèse est de développer des outils mathématiques performants afin d'améliorer la modélisation des phénomènes électriques ayant lieu dans le cœur humain. Ainsi, cette thèse mêle plusieurs disciplines et communautés scientifiques que sont la médecine, la biologie et les mathématiques. La médecine est devenue un champ d'application très présent dans le domaine des mathématiques appliquées. De nombreuses simulations de systèmes biologiques variés sont aujourd'hui proposées aux médecins avec l'idée que ces simulations – adaptées le plus possible à chaque patient – aident les médecins dans leur diagnostic ainsi que dans leur stratégie thérapeutique. L'objectif n'est pas de remplacer les médecins mais de mettre à leur disposition de nouveaux outils innovants qui puissent les aider à planifier une opération, à conseiller ainsi qu'à optimiser les traitements et aussi bien sûr à établir un diagnostic rapidement et de façon non invasive de préférence. Trouver des modèles mathématiques qui permettent une première compréhension de systèmes – même très complexes – est la première étape vers cet objectif. En plus de leur intérêt descriptif, ces modèles – et les méthodes mathématiques développées autour d'eux – peuvent être utilisés dans des situations médicales très diverses. Depuis longtemps, par exemple, ils permettent d'anticiper des événements médicaux. En effet, en épidémiologie des maladies transmissibles, ils peuvent prévoir une épidémie ainsi que sa période d'incubation, comme celle de l'infection par le VIH [3]. Par la suite, ils ont aussi été utilisés dans la modélisation de situations cliniques variées, comme par exemple la prédiction de la rupture d'un anévrisme cérébral [63] ou le taux de survie après un cancer [62].

[1] Prix GAMNI, INRIA Bordeaux Sud Ouest

Dans cette thèse nous nous sommes intéressés à la modélisation de l'électrophysiologie cardiaque qui étudie les phénomènes électrochimiques qui se produisent dans le tissu cardiaque. Il y a un réel enjeu économique et sociétal autour des maladies cardio-vasculaires (MCV) qui sont une des principales causes de mortalité en Europe [55], étant à l'origine de 47% des décès en Europe (40% dans l'Union Européenne). Les MCV ont aussi un coût économique majeur estimé à près de 196 milliards d'euros par an dans l'Union Européenne. Dans la plupart des pays européens, les chiffres s'améliorent. Cependant, certains facteurs favorisant ces maladies continuent d'augmenter, comme par exemple le tabagisme, les mauvaises habitudes alimentaires ou encore le manque d'activité physique. Ces facteurs sont communs à d'autres pays développés ou en voie de développement qui connaissent donc les mêmes problématiques [28, 44]. Un nombre important de phénomènes physiques complexes a lieu dans le cœur, ce qui est en fait un véritable trésor pour la modélisation. Cet organe a pour rôle d'assurer la circulation du sang en le pompant par des contractions rythmées. Une onde électrique, mesurée par les cardiologues à l'aide d'un électrocardiogramme, est à l'origine de chacun de ses battements. Les cellules cardiaques qui sont impactées par cette onde de dépolarisation répondent en se contractant. L'analyse mathématique des phénomènes biologiques qui ont lieu dans le cœur couplent alors trois domaines d'étude : l'électrophysiologie, la mécanique tissulaire ainsi que la mécanique des fluides. Afin d'obtenir une simulation complète du cœur, une étude approfondie de ces 3 phénomènes est nécessaire ainsi qu'une étude de leur impact les uns sur les autres. La littérature à ce sujet est abondante. Nous pouvons citer par exemple les travaux pionniers de *Peskin* [59] en 1977 et plus récemment *Watanabe et al.* [71] sur la modélisation de l'écoulement du sang dans le cœur avec un couplage fluide-structure. Des méthodes complexes d'interaction fluide-structure pour l'écoulement sanguin en général ont été développées, comme par exemple dans [25] où un couplage de l'équation de Navier-Stokes incompressible sur la partie fluide avec des équations mécaniques régissant la dynamique de la structure est proposé. En ce qui concerne la mécanique cardiaque, nous pouvons citer les travaux de [35] (côté mécanique du solide) et [60] (côté fluide) à qui nous devons les premières contributions majeures. Plus récemment, un modèle électro-mécanique du cœur a été proposé par [67]. Dans cette étude, la loi de comportement du matériau est décomposée en une partie passive (propriétés visco-élastiques du myocarde) et une partie active (réactive à l'activation électrique). Des premiers modèles cellulaires apparaissent dès le début des années 50 avec les travaux de *Hodgkin* et *Huxley* [33, 34] (prix Nobel de médecine en 1963) qui proposent la première modélisation du potentiel d'action pour l'axone géant. Ces travaux seront ensuite appliqués en électrophysiologie cardiaque par *Noble* [56] et de nombreux modèles de plus en plus complexes suivront. Nous pouvons citer entre autres le modèle *Luo-Rudy* [47] adapté aux ventricules, les deux chambres inférieures du cœur, et le modèle *Courtemanche-Ramirez-Nattel* [21] pour les oreillettes, les deux chambres supérieures du cœur.

Se couplant à ces modèles de l'échelle cellulaire représentés par des équations différentielles ordinaires (EDOs), des modèles de propagation du signal dans le tissu se sont développés. Ces équations aux dérivées partielles (EDPs) qui modélisent la propagation de l'onde électrique sont basées sur des modèles de réaction diffusion comme le très classique modèle bidomaine proposé par *Tung* en 1978 [68]. Une fois ces modèles bien établis, la communauté mathématique de l'analyse numérique s'est intéressée de près à ces modèles d'électrophysiologie. On peut citer par exemple les travaux précurseurs de *Colli-Franzone* à partir de 1979 [14, 13] ainsi que ceux de *Panfilov* et *Winfree* [58] en 1985. La littérature autour des études d'existence, d'unicité ainsi que sur le développement de schémas numériques adaptés est abondante. De nombreux progrès ont été faits que ce soit au niveau de la modélisation et de l'étude mathématique et numérique des EDOs et des EDPs qui apparaissent. Cependant, la production de simulations – dans un temps raisonnable et adaptées à chaque patient – pouvant aider les médecins par exemple dans leur diagnostic ainsi qu'à prédire les effets d'un traitement, reste encore un défi. Comme de nombreuses pathologies cardio-vasculaires sont dues à des troubles électro-physiologiques qui perturbent le rythme cardiaque, il y a un véritable enjeu à cet objectif. Cette thèse apporte des contributions sur ce sujet et permet de s'en rapprocher.

2 Objectifs de la thèse et enjeux théoriques

De nombreuses questions se posent encore en modélisation sur la nature et l'impact des divers mécanismes de couplage entre phénomènes mécaniques et électriques. Nous nous sommes intéressés ici au modèle bidomaine, un modèle d'électrophysiologie très connu et très utilisé par la communauté. L'étude de l'impact des déformations du cœur par exemple sur la convection des charges ioniques demande une excellente compréhension de ce modèle. La compréhension des hypothèses qui sont utilisées pour l'établir sur un domaine supposé fixe est primordiale afin de vérifier si elles sont toujours acceptables en domaine mobile.
C'est une des contributions de cette thèse qui peut se résumer par :

Étudier l'impact des déformations mécaniques sur les lois de conservation du modèle bidomaine.

Dans un second temps, nous nous sommes intéressés à l'étude des structures cardiaques fines, comme par exemple les oreillettes. La réduction dimensionnelle d'un modèle décrit par des EDPs dans une couche mince à une formulation posée sur la surface associée présente des enjeux importants en termes d'efficacité de calcul et prend un éclairage particulier dans les applications cliniques, avec par exemple la perspective de réaliser des simulations au cours d'une intervention afin de guider celle-ci (comme l'ablation par radio-fréquences en cardiologie). Dans ce contexte, nous souhaitons proposer un modèle surfacique d'électrophysiologie – sous des hypothèses de gradient d'anisotropie fort à travers l'épaisseur

du domaine mince considéré – à l'aide d'une analyse asymptotique. Cette situation de forte anisotropie dans l'épaisseur malgré des parois très fines se rencontre dans les oreillettes, les deux chambres supérieures du cœur. Il s'agit de la principale contribution de cette thèse :

Établir un modèle réduit du modèle bidomaine mathématiquement justifié par une analyse asymptotique et permettant de prendre en compte des fortes anisotropies dans l'épaisseur.

Enfin, une méthodologie de personnalisation des modèles d'électrophysiologie sera proposée. Les nombreuses données médicales non-invasives qui sont à notre disposition peuvent être utilisées afin de produire des simulations prédictives d'un patient donné et/ou de retrouver les paramètres d'un modèle. Les données que nous souhaiterons intégrer dans notre modèle – à l'aide de méthodes séquentielles développées initialement par *Kalman* (filtre optimal) [38] et *Luenberger* (observateurs) [46] – sont les cartes d'activation électrique. Ces problématiques apparaissent aussi dans d'autres domaines où les modèles (modèles de réaction-diffusion) et les données (position du front) sont très similaires. On peut citer par exemple l'étude de propagation de feux de forêt ou de croissance tumorale. Cette dernière contribution peut se résumer par :

Proposer un estimateur d'état d'un modèle de réaction-diffusion assimilant des observations de type propagation de front.

Tous ces objectifs sont l'occasion de déployer de nombreux outils mathématiques performants dont le rôle est de construire et de justifier par une analyse mathématique les résultats. Un outil revient très régulièrement dans cette thèse et sert de fil conducteur à celle-ci. Il s'agit de l'analyse asymptotique. Elle peut être vue comme un outil de modélisation mathématique car elle permet de déduire des modèles plus simples à partir d'autres et de hiérarchiser les modèles décrivant un phénomène donné. L'analyse asymptotique joue aussi un rôle fondamental dans la réduction du temps de calcul permettant d'utiliser des modèles ayant des temps de simulation raisonnables et qui sont justifiés dans un certain cadre à l'aide de théorèmes de convergence. L'analyse asymptotique est aussi utilisée ici dans le cadre des problèmes inverses.

3 Analyse asymptotique

3.1 Modélisation

Pour modéliser le signal électrique se propageant dans le cœur, on utilise classiquement le modèle bidomaine [68, 61], un système d'équations de réaction diffusion couplé à un modèle ionique cellulaire modélisé par une ou plusieurs équations différentielles. Si nous considérons le modèle ionique de *Mitchell-Schaeffer*

[49], un modèle phénoménologique très apprécié pour sa performance et surtout sa simplicité, le modèle bidomaine s'écrit :

$$\begin{cases} A_m\Big(C_m\dfrac{\partial V_m}{\partial t}+I_{ion}(V_m,w)\Big)-\vec{\nabla}\cdot\big(\vec{\vec{\sigma}}_i\cdot\vec{\nabla}V_m\big) \\ \qquad =\vec{\nabla}\cdot\big(\vec{\vec{\sigma}}_i\cdot\vec{\nabla}u_e\big)+A_mI_{app}, & \text{sur } \Omega\times(0,T), \\ \vec{\nabla}\cdot\Big(\big(\vec{\vec{\sigma}}_i+\vec{\vec{\sigma}}_e\big)\cdot\vec{\nabla}u_e\Big)=-\vec{\nabla}\cdot\big(\vec{\vec{\sigma}}_i\cdot\vec{\nabla}V_m\big), & \text{sur } \Omega\times(0,T), \\ (\vec{\vec{\sigma}}_i\cdot\vec{\nabla}V_m)\cdot\vec{n}_{\partial\Omega}=-(\vec{\vec{\sigma}}_i\cdot\vec{\nabla}u_e)\cdot\vec{n}_{\partial\Omega}, & \text{sur } \partial\Omega\times(0,T), \\ (\vec{\vec{\sigma}}_e\cdot\vec{\nabla}u_e)\cdot\vec{n}_{\partial\Omega}=0, & \text{sur } \partial\Omega\times(0,T), \\ \partial_t w+g(V_m,w)=0, & \text{sur } \Omega\times(0,T), \end{cases} \tag{1}$$

où

$$I_{ion}(V_m,w) = -\frac{w(V_m-V_{min})^2(V_{max}-V_m)}{\tau_{in}(V_{max}-V_{min})}+\frac{V_m-V_{min}}{\tau_{out}(V_{max}-V_{min})}, \tag{2}$$

$$g(V_m,w) = \begin{cases} \dfrac{w}{\tau_{open}}-\dfrac{1}{\tau_{open}(V_{max}-V_{min})^2} & \text{if } V_m<V_{gate}, \\ \dfrac{w}{\tau_{close}} & \text{if } V_m\geq V_{gate}, \end{cases} \tag{3}$$

Les paramètres sont présentés dans la thèse [16] et dans les articles associés [10, 19, 20, 17] mais on peut rapidement donner quelques éléments pour la lecture de ces équations. Les deux inconnues sont le potentiel extra-cellulaire u_e et le potentiel transmembranaire $V_m = u_i - u_e$ où u_i est le potentiel intra-cellulaire. Nous pouvons remarquer qu'il s'agit d'un système réaction-diffusion couplé avec une ODE qui représente le modèle ionique choisi, ici le modèle de *Mitchell-Schaeffer*. La Figure 1 présente une simulation du modèle bidomaine avec la dépolarisation et la repolarisation ventriculaire lors d'un cycle cardiaque. Ce modèle ne prend pas en compte les déformations mécaniques du cœur. Pour pouvoir intégrer l'impact de ces déformations, il faut avoir une vision très précise de la mise en équation du modèle bidomaine afin de comprendre ce qui doit être adapté.
Nous proposons donc dans cette thèse une étude détaillée des différents phénomènes qui mènent aux équations bidomaines. Utilisant la littérature abondante sur ce sujet, nous avons regroupé l'ensemble des étapes et apporté une justification mathématique à certaines parties. Tout d'abord un modèle microscopique de l'activité électrique peut être écrit [43, 52] à l'aide des lois de conservation et de l'équation de Nernst-Planck. À l'aide d'une analyse asymptotique présentée dans [51, 65], une hypothèse d'électroneutralité est validée. Un modèle bidomaine microscopique couplant les phénomènes intra-cellulaires et extra-cellulaires – d'où l'origine du nom *bidomaine* – est alors écrit. Pour obtenir le modèle bidomaine, une homogénéisation est nécessaire et a été initialement présentée dans [54]. La méthode pour obtenir la convergence n'est pas explicitée, mais dans l'appendice

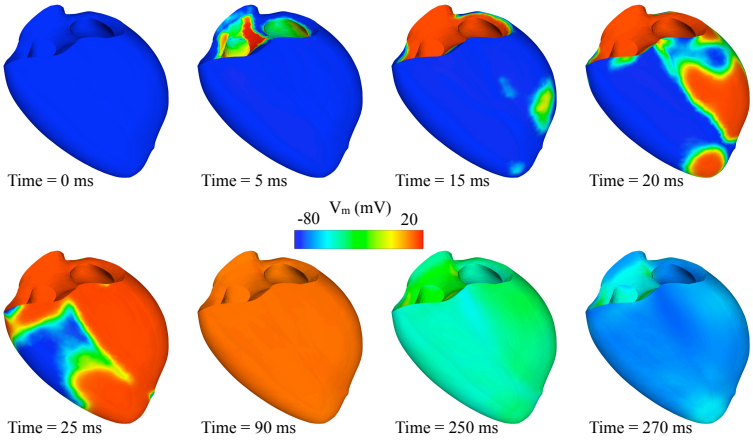


FIG. 1: Cycle cardiaque des ventricules (partie inférieure du cœur).

de [15], une justification formelle en est donnée. Cependant des hypothèses sur la cellule semblent nécessaires et la convergence du terme surfacique n'est pas explicitée. Une justification mathématique de l'homogénéisation, un processus asymptotique, en utilisant la convergence à 2 échelles proposée par [1, 5], permettant d'obtenir à un modèle bidomaine macroscopique est donnée. En particulier le passage du terme surfacique écrit sur la membrane du domaine à un terme volumique sur tout le cœur est étudié dans un cas régulier. Ce travail a été réalisé en collaboration avec Sébastien Impériale, chercheur chez Inria Saclay Île-de-France. Une homogénéisation sur un cas d'étude proche a été proposée très récemment dans [2].

Dans un second temps, les questions qui se posent en modélisation à propos de l'impact des déformations mécaniques sur les phénomènes électriques ainsi qu'électrochimiques ayant lieu dans la cellule sont étudiées. L'influence des déformations sur la propagation de l'onde électrique dans le tissu cardiaque – connue dans la littérature sous le nom de *mechano-electrical feedback* [53, 40] – est aujourd'hui acceptée. Cependant, à notre connaissance, les modèles proposés dans la littérature modifient uniquement les lois de comportement. L'objectif de notre travail est de prendre en compte les phénomènes mécaniques directement dans les lois de conservation. Afin d'éviter l'étape d'homogénéisation, précédemment évoquée, la théorie des mélanges, dans laquelle on suppose qu'à tout instant toutes les phases sont présentes en chaque point matériel, est utilisée. Cette théorie des mélanges – où le milieu considéré n'a pas besoin d'avoir de structure cellulaire – est comparée avec le processus d'homogénéisation. Des lois de comportement viennent fermer le système. Nous nous sommes attachés dans ce travail à mettre en évidence les phénomènes prépondérants. Le modèle que nous

proposons s'écrit sous forme variationnelle : $\forall \vec{v}_1^*,\ v_2^*,\ v_3^*$,

$$\begin{cases} \displaystyle\int_{\Omega(t)} \big(\vec{\vec{\lambda}} : \vec{\vec{\varepsilon}}(\vec{v}_1^*) - \rho_s(\vec{f} - \vec{\gamma}_s)\cdot \vec{v}_1^*\big) d\Omega - \int_{\partial\Omega(t)} \vec{t}\cdot \vec{v}_1^*\, dS = 0, \\ \displaystyle\int_{\Omega(t)} \Big(\frac{\partial(\phi_i\rho_i^0 + \phi_e\rho_e^0)}{\partial t} \\ -\vec{\nabla}_{\vec{x}}\cdot(\phi_i\rho_i^0 + \phi_e\rho_e^0)\vec{v}_s - \vec{\nabla}_{\vec{x}}\cdot(\sigma_i\vec{\nabla}_{\vec{x}}\, u_i + \sigma_e\vec{\nabla}_{\vec{x}}\, u_e)\Big) v_2^*\, d\Omega = 0, \\ \displaystyle\int_{\Omega(t)} \Big(\phi_i\frac{\partial\rho_i^0}{\partial t} - \phi_i\vec{\nabla}_{\vec{x}}\cdot\rho_i^0\vec{v}_s - \vec{\nabla}_{\vec{x}}\cdot\sigma_i\vec{\nabla}_{\vec{x}}\, u_i\Big) v_3^*\, d\Omega \\ + \int_{\Omega(t)} A_m C_m \Big(\frac{\partial V_m}{\partial t}\Big|_{\vec{\xi}} + I_{ion}^{tot}\Big) v_3^*\, d\Omega = 0. \end{cases} \tag{4}$$

De nouveaux termes apparaissent, comme par exemple les termes prenant en compte la vitesse du solide $\vec{v}_s$, et les équations sont écrites sur des domaines mobiles. Une discussion sur ce nouveau modèle et des simulations numériques dans le cas où le cœur est considéré comme incompressible sont proposées. Ce travail sera la seule partie dans cette thèse où les phénomènes mécaniques seront pris en compte. Dans le reste, le tissu cardiaque sera considéré comme un tissu non contractile isolé mécaniquement et électriquement du reste du corps. Bien que ces hypothèses de modélisation puissent paraître restrictives, elles sont justifiées dans un certain cadre. Ces travaux sont présentés dans le Chapitre 2 de la thèse et feront l'objet prochainement d'une publication dans Archives of Computational Methods in Engineering (ARCME).

3.2 Modèles asymptotiques

Origine du problème de l'utilisation d'un modèle 3D en électrophysiologie atriale Une grande partie de cette thèse a pour but d'établir un modèle d'électrophysiologie réduit obtenu par une analyse asymptotique, de le valider et de l'utiliser dans des cas réalistes. Les oreillettes qui forment la partie haute du cœur sont très fines. De plus, elles apparaissent comme des surfaces dans la plupart des données d'imagerie médicale. Même dans le cas où un maillage 3D des oreillettes est accessible, les temps de calcul d'un modèle bidomaine sur ce domaine mince sont prohibitifs. Le contexte asymptotique – permettant de proposer un modèle dont les équations sont posées sur la surface moyenne – semble alors tout à fait adapté. La principale difficulté réside dans la forte anisotropie présente à travers l'épaisseur des oreillettes. Afin de prendre en compte – dans les équations du modèle bidomaine (1) – les directions privilégiées que sont les fibres musculaires pour le signal électrique, les tenseurs de diffusion $\vec{\vec{\sigma}}^{i,e}$ sont décomposés comme suit

$$\vec{\vec{\sigma}}^{i,e} = \sigma_{i,e}^t \vec{\vec{I}} + (\sigma_{i,e}^l - \sigma_{i,e}^t)\, \vec{\tau}\otimes\vec{\tau}, \tag{5}$$

où le vecteur unitaire $\vec{\tau}$ est parallèle à la direction locale de la fibre. La propagation du signal se fait donc pour une partie de façon homogène et pour une autre en suivant les directions des fibres musculaires qui composent le coeur. Dans les oreillettes, les directions des fibres ne restent pas constantes dans l'épaisseur. Dans la littérature, les directions principales des fibres à l'endocarde (surface interne) ainsi qu'à l'épicarde (surface externe) sont décrites [32, 31]. Les changements d'orientation angulaire des fibres dans les parois des oreillettes sont mal connus et nous avons fait le choix d'une modélisation par une variation linéaire des fibres dans l'épaisseur. Une autre hypothèse de modélisation peut être faite comme par exemple les modèles double-couche proposés par [36, 69, 42] qui semblent bien adaptés aux zones proches des veines pulmonaires. Notre analyse asymptotique peut s'adapter à une autre hypothèse. Dans notre cas où l'angle des fibres est supposé varier linéairement dans l'épaisseur, un vecteur $\vec{\tau}$ de l'épaisseur se décompose sous la forme suivante :

$$\vec{\tau}(\xi^1,\xi^2,\xi^3) = \underline{\tau}_0(\xi^1,\xi^2)\cos\left(\frac{2\theta(\xi^1,\xi^2)\xi^3}{d}\right) + \underline{\tau}_0^{\perp}(\xi^1,\xi^2)\sin\left(\frac{2\theta(\xi^1,\xi^2)\xi^3}{d}\right), \quad (6)$$

où $\underline{\tau}_0$ et $\underline{\tau}_0^{\perp}$ sont des vecteurs unitaires tels que
- $\underline{\tau}_0$ appartient au plan tangent de la surface en chaque point
- $\underline{\tau}_0^{\perp}$ est un vecteur unitaire orthogonal à $\underline{\tau}_0$ qui appartient au plan tangent,

et 2θ correspond à l'angle total de rotation. La Figure 2 illustre cette variation des fibres dans l'épaisseur des oreillettes.

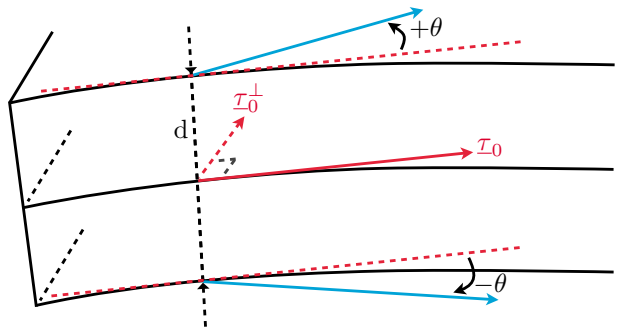


FIG. 2: Rotations des fibres à travers l'épaisseur

Convergences faible et forte du modèle de diffusion Comme la difficulté réside dans l'anisotropie des tenseurs de diffusion, l'analyse asymptotique a été effectuée sur le modèle de diffusion. Afin de considérer le cas général d'une surface fine dans l'espace, nous nous sommes placés dans un nouveau système de coordonnées dans lequel l'épaisseur correspond à la troisième variable notée ξ^3. Nous avons suivi les stratégies utilisées en modélisation mécanique des coques [11, 8].

Nous considérons alors une approximation de Galerkin du modèle de diffusion posé sur un sous-espace formé par des variations polynomiales – quadratiques dans notre cas – dans la variable correspondant à l'épaisseur de la grandeur qui nous intéresse. Nous définissons ε comme le ratio entre l'épaisseur et le diamètre de la surface moyenne. Pour chaque ε, une unique solution au problème posé dans le sous-espace existe et on la note $u^\varepsilon = u_0^\varepsilon + \xi^3 u_1^\varepsilon + (\xi^3)^2 u_2^\varepsilon$. En ne gardant que les premiers termes du développement asymptotique, nous trouvons un problème limite

$$\sigma^t \underline{\nabla} \cdot (\underline{\nabla} u_0^l) + (\sigma^l - \sigma^t)\, \underline{\nabla} \cdot \Big(\big(I_0(\theta)\, \underline{\tau}_0 \otimes \underline{\tau}_0 + J_0(\theta)\, \underline{\tau}_0^\perp \otimes \underline{\tau}_0^\perp\big) \cdot \underline{\nabla} u_0^l \Big) = f_0, \quad (7)$$

avec $I_0(\theta) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4\theta}\sin(2\theta)$ et $J_0(\theta) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{4\theta}\sin(2\theta) = 1 - I_0(\theta)$. Ce problème admet une unique solution que nous notons u_0^l. La convergence faible ainsi que la convergence forte ont été prouvées en deux étapes différentes qui sont résumées dans le théorème suivant.

Proposition 1 *Les suites $(u_0^\varepsilon, u_1^\varepsilon)$ convergent fortement vers $(u_0^l, 0)$ dans $H^1(\mathcal{S}) \times L^2(\mathcal{S})$ quand ε tend vers 0. Les suites $\varepsilon u_1^\varepsilon$ et $\varepsilon^2 u_2^\varepsilon$ convergent fortement vers 0 dans $H^1(\mathcal{S})$ quand ε tend vers 0. De plus $\varepsilon u_2^\varepsilon$ converge fortement vers 0 dans $L^2(\mathcal{S})$ quand ε tend vers 0.*

Ce travail a fait l'objet d'une publication [10].

Application pour la convergence forte dans les modèles de coques-3D La preuve de la Proposition 1 se fait en 2 temps. La démonstration d'une version faible s'inspire fortement de ce qui est fait dans [11, 8] sur des modèles dits de coques-3D. Cependant, pour montrer la convergence forte, de nouvelles méthodes sont introduites. Nous les avons ensuite appliquées sur les modèles de coques-3D dont la convergence forte n'avait pas encore été établie. Dans ce même travail, nous proposons aussi une preuve simplifiée de la convergence faible pour les modèles de coques [9]. La formulation variationnelle des modèles de coques s'écrit : chercher $\vec{U} \in \mathcal{V}_{\mathrm{m}}^{3D}$ tel que

$$A^{3D}(\vec{U}, \vec{V}) = F^{3D}(\vec{V}), \forall \vec{V} \in \mathcal{V}^{3D}. \quad (8)$$

Les définitions de A^{3D} et F^{3D} sont données dans [9]. Nous utilisons les mêmes approximations de Galerkin, c'est-à -dire des variations polynomiales quadratiques, et le problème dans le nouvel espace devient : trouver $(\vec{u}^\varepsilon, \vec{\theta}^\varepsilon, \vec{\varrho}^\varepsilon) \in \mathcal{V}^{3Ds}$ tel que

$$A^{3Ds}(\vec{u}^\varepsilon, \vec{\theta}^\varepsilon, \vec{\varrho}^\varepsilon; \vec{v}, \vec{\eta}, \vec{\varsigma}) = F^{3Ds}(\vec{v}, \vec{\eta}, \vec{\varsigma}), \quad \forall (\vec{v}, \vec{\eta}, \vec{\varsigma}) \in \mathcal{V}^{3Ds}. \quad (9)$$

Nous isolons les deux premiers termes du développement asymptotique avec lesquels nous définissons les deux formes linéaires suivantes

$$A_{\mathrm{m}}^{3Ds} \text{ et } A_{\mathrm{b}}^{3Ds}.$$

La première est de degré 1 dans l'épaisseur et la seconde de degré 3. Les termes pairs s'annulent lors de l'intégration. Contrairement au cas du modèle de diffusion, la semi-norme $\|\cdot\|_m$ construite à partir du premier terme A_{m}^{3Ds} n'est pas nécessairement une norme, puisque des éléments non nuls peuvent l'annuler. Le cas où $\|\cdot\|_m$ n'est pas une norme correspond à de la *flexion pure non-inhibée*. Deux espaces $\mathcal{V}_{\mathrm{b}}^{3Ds}$ et $\mathcal{V}_{0\mathrm{b}}^{3Ds}$ complets pour la norme $\|\cdot\|_b$ (construite à partir de A_{b}^{3Ds}) sont construits. Le second contient les éléments qui annulent la semi-norme $\|\cdot\|_m$. Avec des hypothèses de modélisation sur le terme source, le problème limite dans le cas non-inhibé est défini par : trouver $\vec{u}^0, \vec{\theta}^0, \vec{\varrho}^{\,0} \in \mathcal{V}_{0\mathrm{b}}^{3Ds}$,

$$A_{\mathrm{b}}^{3Ds}(\vec{u}^0, \vec{\theta}^0, \vec{\varrho}^{\,0}; \vec{v}, \vec{\eta}, \vec{\varsigma}) = G^{3Ds}(\vec{v}), \qquad \forall (\vec{v}, \vec{\eta}, \vec{\varsigma}) \in \mathcal{V}_{0\mathrm{b}}^{3Ds}, \tag{10}$$

où $G^{3Ds} = \varepsilon^2 F^{3Ds}$. La preuve du théorème de convergence forte qui suit est donnée dans [9].

Proposition 2 *La solution* $(\vec{u}^\varepsilon, \vec{\theta}^\varepsilon, \vec{\varrho}^{\,\varepsilon})$ *du problème* (9) *converge fortement dans* $\mathcal{V}_{\mathrm{b}}^{3Ds}$ *vers* $(\vec{u}^0, \vec{\theta}^0, \vec{\varrho}^{\,0})$ *solution de* (10) *quand* ε *tend vers* 0*. De plus, la suite* $\frac{1}{\varepsilon}\|\vec{u}^\varepsilon, \vec{\theta}^\varepsilon\|_{\mathrm{m}}$ *tend vers 0.*

Le second cas correspond à une situation de *flexion pure inhibée* et avec $G^{3Ds} = F^{3Ds}$ le problème limite devient

$$A_{\mathrm{m}}^{3Ds}(\vec{u}^{\mathrm{m}}, \vec{\theta}^{\mathrm{m}}; \vec{v}, \vec{\eta}) = G^{3Ds}(\vec{v}), \qquad \forall (\vec{v}, \vec{\eta}) \in \mathcal{V}_{\mathrm{m}}^{3Ds}. \tag{11}$$

Sous certaines hypothèses, le résultat suivant a été démontré

Proposition 3 *La suite* $\left(\vec{u}^\varepsilon, \vec{\theta}^\varepsilon\right)$ *converge fortement dans* $\mathcal{V}_{\mathrm{m}}^{3Ds}$ *quand* ε *tend vers* 0 *vers* $(\vec{u}^{\mathrm{m}}, \vec{\theta}^{\mathrm{m}})$ *la solution de* (11)*. De plus, la suite* $\varepsilon\|\vec{u}^\varepsilon, \vec{\theta}^\varepsilon, \vec{\varrho}^{\,\varepsilon}\|_{\mathrm{b}}$ *tend vers 0.*

Modèle asymptotique bidomaine Nous revenons à présent à l'électrophysiologie cardiaque. Utilisant la Proposition 1, nous sommes en mesure de proposer un modèle bidomaine asymptotique dont les équations sont posées sur la surface moyenne du domaine d'étude. Sous forme variationnelle, ce modèle s'écrit : pour tout $t > 0$, on cherche $V_m(\cdot, t) \in H^1(\mathcal{S})$, $u_e(\cdot, t) \in H^1(\mathcal{S})$ et $w(\cdot, t) \in L^\infty(\mathcal{S})$ tels que $\int_{\mathcal{S}} u_e \, dS = 0$ vérifiant

$$\begin{cases} A_m \displaystyle\int_{\mathcal{S}} \Big(C_m \frac{\partial V_m}{\partial t} + I_{ion}(V_m, w) \Big) \phi \, dS + \int_{\mathcal{S}} \Big(\underline{\underline{\sigma}}_i \cdot \big(\underline{\nabla} V_m + \underline{\nabla} u_e \big) \Big) \cdot \underline{\nabla} \phi \, dS \\ \qquad\qquad = A_m \displaystyle\int_{\mathcal{S}} I_{app}(V_m, w) \phi \, dS, \\ \displaystyle\int_{\mathcal{S}} \Big((\underline{\underline{\sigma}}_i + \underline{\underline{\sigma}}_e) \cdot \underline{\nabla} u_e \Big) \cdot \underline{\nabla} \psi \, dS + \int_{\mathcal{S}} \Big(\underline{\underline{\sigma}}_i \cdot \underline{\nabla} V_m \Big) \cdot \underline{\nabla} \psi \, dS = 0, \\ \partial_t w + g(V_m, w) = 0, \ \text{in } \mathcal{S} \times (0, T), \end{cases} \tag{12}$$

pour tout $\phi, \psi \in H^1(\mathcal{S})$ tels que $\int_{\mathcal{S}} \psi \, dS = 0$. Les tenseurs surfaciques sont définis par

$$\underline{\underline{\sigma}}_{i,e} = \sigma_{i,e}^t \, \underline{\underline{I}} + (\sigma_{i,e}^l - \sigma_{i,e}^t)(I_0(\theta) \underline{\tau}_0 \otimes \underline{\tau}_0 + J_0(\theta) \underline{\tau}_0^\perp \otimes \underline{\tau}_0^\perp),$$

avec

$$I_0(\theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4\theta}\sin(2\theta) \text{ et } J_0(\theta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4\theta}\sin(2\theta).$$

Nous pouvons remarquer que le cas $\theta = 0$ correspond à l'absence de variation des fibres dans l'épaisseur, et toute la partie anisotrope des tenseurs surfaciques est alors portée par $\underline{\tau}_0$. Plus θ est important, plus la direction orthogonale à la direction moyenne des fibres intervient. Des comparaisons de simulations par éléments finis entre ce modèle bidomaine asymptotique et le modèle bidomaine classique sont réalisées dans des cas de forte anisotropie dans l'épaisseur. Les résultats obtenus sont excellents, avec moins de 2% d'erreur en norme l^2. De plus, les temps de simulation sont très réduits avec le modèle asymptotique (432 min. avec un modèle 3D contre 26 min. avec un modèle surfacique pour 1500 ms de simulation – i.e. 2 cycles cardiaques – avec 15,000 pas de temps). Un résultat de simulation de comparaison surfacique/3D est présenté dans la Figure 3. Les maillages surfacique et 3D considérés sont des demi-cylindres. Les directions de fibres dans la géométrie 3D varient dans l'épaisseur d'un angle $\frac{\pi}{2}$ autour de la direction moyenne

$$\underline{\tau}_0 = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Les fibres pour le maillage 2D sont alors caractérisées par $\underline{\tau}_0$ et $\theta = \frac{\pi}{4}$. Une comparaison avec un modèle naif prenant en compte seulement la direction moyenne $\underline{\tau}_0$ est aussi faite. Ces excellents résultats montrent la capacité du modèle bidomaine surfacique à représenter avec précision des comportements complexes. D'autres simulations numériques sont présentées dans [10].

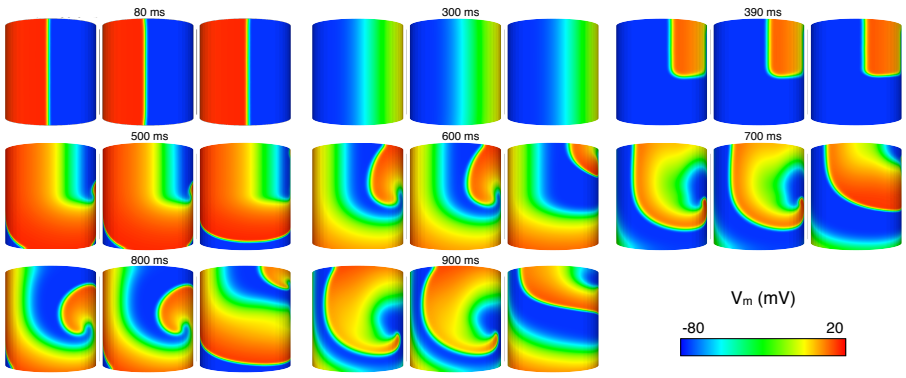


FIG. 3: Comparaison 2D-3D dans un cas complexe (apparition d'ondes spirales). À gauche : le modèle bidomaine surfacique asymptotique, au milieu : le modèle bidomaine 3D (cible) et à droite un modèle bidomaine surfacique naif (prise en compte seulement de la direction moyenne).

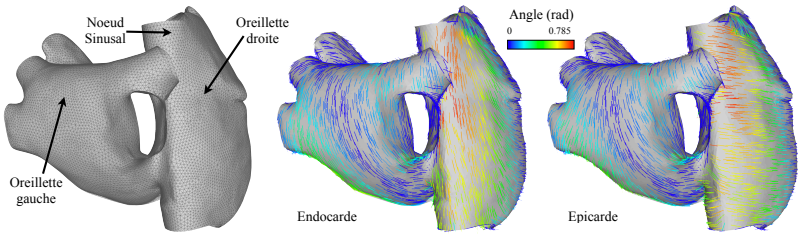


FIG. 4: Maillage des 2 oreillettes cardiaques (gauche), position des fibres à l'endocarde (milieu) et à l'épicarde (droite) avec l'angle θ correspondant.

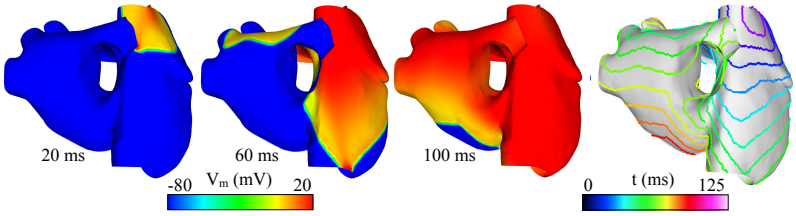


FIG. 5: Simulation de la dépolarisation des oreillettes et temps d'activation (gauche).

Simulations Afin de valider ce modèle surfacique, nous avons proposé des simulations réalistes en électrophysiologie atriale. À partir du Zygote[2] – un modèle de cœur basé sur des données anatomiques réelles – et en utilisant les logiciels de maillage `3-matic`[3] et `Yams` [27], un maillage surfacique valide pour des calculs de type éléments finis des deux oreillettes a été obtenu. En utilisant la littérature [32, 31], des directions de fibres réalistes ont été identifiées et prescrites. Le maillage et la position des fibres à l'endocarde (surface interne) et à l'épicarde (surface externe) sont présentés en Figure 4. Nous avons ensuite implémenté le modèle ionique complexe car spécialement adapté pour les oreillettes, développé par Courtemanche, Ramirez et Nattel [21], pour le coupler au modèle bidomaine surfacique. La simulation obtenue, présentée dans la Figure 5, est très réaliste et pourrait être réalisée – grâce à ces temps de simulation raisonnables (3-4 minutes pour un cycle cardiaque) – dans le cadre d'une consultation médicale par exemple. Ces résultats validés dans le cadre d'une collaboration avec des cardiologues sont présentés dans [19]. Ils sont comparés avec des simulations 3D trouvées dans la littérature [23, 29, 41].
Un électrocardiogramme (ECG) est un examen médical non invasif qui donne une représentation graphique de l'activité électrique du cœur en mesurant le potentiel par différentes électrodes posées sur la surface du corps [70]. La simulation

[2] `www.3dscience.com`
[3] `www.materialise.com`

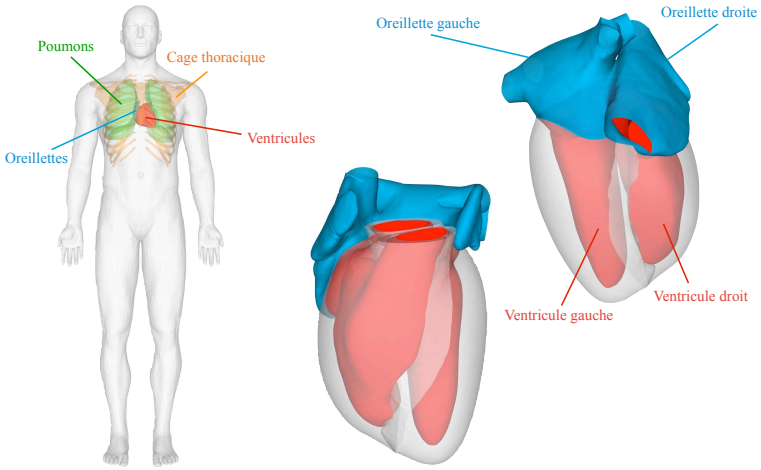


FIG. 6: Maillage du corps humain (410 000 tétrahèdres) à gauche. Deux vues du maillage du cœur avec les oreillettes surfaciques (43 810 triangles) et les ventricules volumiques (230 000 tétrahèdres).

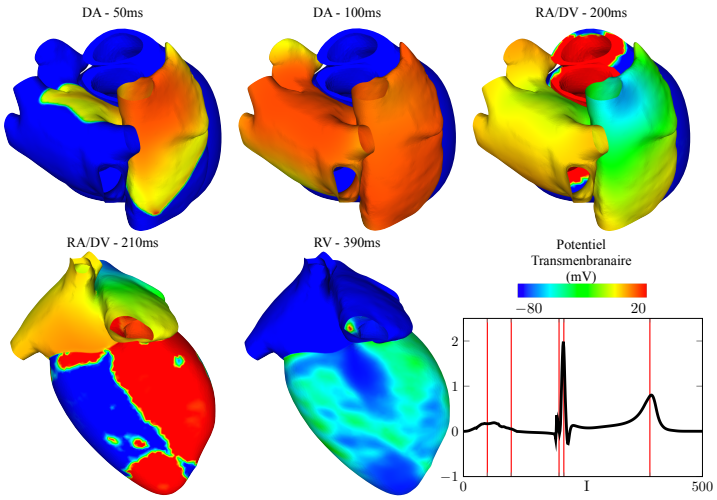


FIG. 7: Simulations du cœur complet dans un cas sain avec la première dérivation de l'électrocardiogramme correspondant.

d'ECGs est un véritable enjeu puisque c'est l'outil médical le plus utilisé par les médecins pour la détection de pathologies cardiaques. L'article [6] est le point de départ de ce travail. Des simulations du complexe QRST d'un ECG correspondant à la dépolarisation et à la repolarisation des ventricules sont données dans

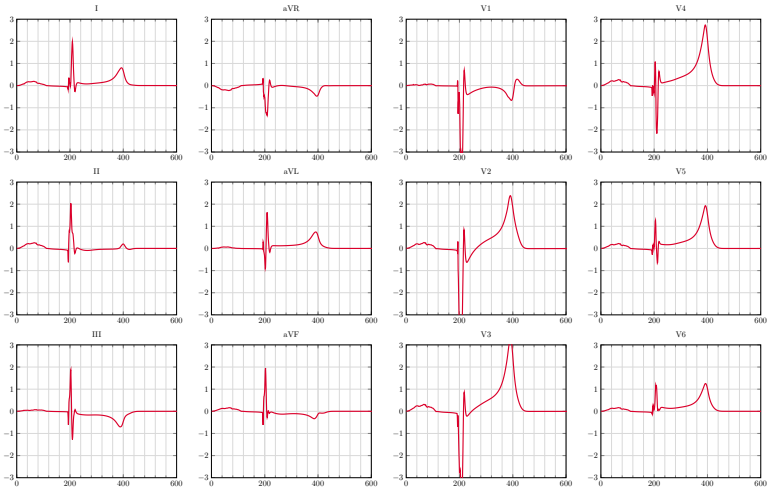


FIG. 8: Électrocardiogramme simulé dans un cas sain.

cet article. Notre objectif est d'obtenir des simulations d'électrocardiogrammes complets c'est-à -dire qui prennent aussi en compte les oreillettes. Nous avons pour cela proposé un modèle bidomaine couplé, avec une partie volumique pour les ventricules et une partie asymptotique pour les oreillettes [20]. Ce modèle a été couplé avec deux modèles ioniques complexes. Sur la surface des oreillettes, le modèle physiologique présenté par Courtemanche, Ramirez et Nattel [21] est utilisé. Dans la partie ventriculaire, le *Minimal model for human ventricular action potentials* (MMV), un modèle phénoménologique efficace, est appliqué (voir [7]) alors que pour les simulations de [6] le modèle plus simple de Mitchell-Schaeffer [49] a été utilisé. Ces modèles complexes nous permettent de proposer des électrocardiogrammes très réalistes dans des cas sains et pathologiques. Ce travail a été effectué en collaboration avec E. Schenone (doctorante dans l'équipe REO chez Inria et à l'UPMC). Les maillages (corps, oreillettes, ventricules) que nous avons développés et utilisés sont présentés dans la Figure 6. La Figure 7 donne les résultats de la simulation réaliste d'un cycle cardiaque complet dans un cas sain. Et enfin, l'ECG associé à cette simulation est donné dans la Figure 8. Nous avons aussi proposé différents ECGs pathologiques. Les ECGs que nous obtenons satisfont de nombreux critères qualitatifs et quantitatifs présentés dans la littérature médicale. Cela donne confiance dans les choix de modélisation qui ont été faits pour les obtenir.

3.3 Assimilation de données

Ces modèles complexes doivent alors être adaptés à chaque état physiologique afin de produire des simulations prédictives d'un patient donné. Dans cette optique, on peut s'appuyer naturellement sur les nombreuses données médicales disponibles, en particulier les cartes d'activation électrique d'un patient, [64]. Ces cartes donnent la position des fronts de dépolarisation à différents instants. Dans cette dernière partie, nous proposons d'assimiler ces données médicales à l'aide d'un observateur [46], fondé sur un modèle bidomaine et corrigeant sa dynamique en fonction des écarts aux mesures observées. Pour des questions de simplicité – la théorie reste cependant valide pour le modèle bidomaine – mais aussi de généralisation, nous considérons dans cette partie le modèle de réaction diffusion suivant

$$\left\{\begin{array}{rcll} \partial_t u - \vec{\nabla}\cdot(\vec{\vec{\sigma}}\cdot\vec{\nabla}u) & = & kf(u), & \mathcal{B}\times(0,T), \\ (\vec{\vec{\sigma}}\cdot\vec{\nabla}u)\cdot\vec{n} & = & 0, & \partial\mathcal{B}\times(0,T), \\ u(\vec{x},0) & = & u_0(\vec{x}), & \mathcal{B}. \end{array}\right. \tag{13}$$

Il peut par exemple s'agir d'un modèle monodomaine, un cas simplifié du modèle bidomaine avec $u = V_m$. Nous avons pris cette notation plus générale car ces travaux peuvent être utilisés dans d'autres domaines – comme par exemple les feux de forêt ou encore les propagations de tumeur – où des modèles similaires sont utilisés [4, 26]. Des données de même type sont disponibles – comme par exemple la position d'un feu de forêt à différents instants – et des méthodes d'assimilation existent dans la littérature [48, 66] basées sur des filtres de type Kalman non linéaires qui permettent de prédire la position du feu. L'idée ici est de proposer un observateur de type Luenberger [46] qui sera tout aussi efficace qu'un filtre de type Kalman [38, 37, 24, 50] tout en étant moins cher à calculer.
Les cartes d'activation sont des données de type ensembles de niveaux. Or des *level sets* similaires apparaissent naturellement en traitement d'images, notamment dans la détection d'objets (*i.e.* la segmentation) où l'on résout une équation dite eikonale caractérisant l'évolution du contour de l'objet poursuivant celui qui est observé [72, 57]. De plus, par une analyse asymptotique exploitant la *raideur* du front, le modèle bidomaine peut être lui-même relié à une équation eikonale [39]. La méthode consiste à se placer dans un nouveau système de coordonnées dans lequel la première direction ξ_1 correspond à la direction normale au front. ``A l'aide d'une analyse asymptotique dans les autres coordonnées, on obtient l'équation eikonale de courbure :

$$\partial_t\phi_u = |\vec{\nabla}\,\phi_u|\Big(\mathrm{D}\vec{\nabla}\cdot\Big(\frac{\vec{\nabla}\,\phi_u}{|\vec{\nabla}\,\phi_u|}\Big) + \sqrt{\mathrm{D}k}\,c_0\Big),\ \mathcal{B}\times(0,T), \tag{14}$$

où ϕ_u est une ligne de niveau associée à u. Elle est définie telle que

$$\phi_u > 0 \text{ si } u > c_{\text{th}},\ \phi_u < 0 \text{ si } u < c_{\text{th}} \text{ et } \phi_u = 0 \text{ si } u = c_{\text{th}},$$

où c_{th} est la valeur du potentiel à partir de laquelle une zone est considérée comme dépolarisée.

Nous définissons donc notre observateur d'état du modèle bidomaine de telle sorte qu'il corresponde asymptotiquement à un observateur de l'équation eikonale résultante, s'inspirant alors des propriétés de suivi de contours obtenues en traitement d'images. Nous utilisons des méthodes séquentielles d'assimilation de données de type Luenberger [45, 46]. On suppose alors que la solution cible vérifie le modèle considéré (13) mais que la condition initiale $u_0 = \widehat{u}_0 + \zeta^u$ est mal connue, c'est-à -dire que l'on a un *a priori* $\widehat{u}_0$ sur celle-ci mais aussi une incertitude représentée par ζ^u. La solution du modèle cible ne peut donc pas être connue mais des données obtenues grâce à des observations sont disponibles. Les données considérées ici correspondent aux cartes d'activation qui nous donnent la position du contour correspondant à la position du front. A partir du contour à chaque instant, un objet $z_u(t)$ est défini avec une valeur à l'intérieur du contour et une autre à l'extérieur.

En assimilation de données séquentielle, on définit une nouvelle dynamique pour l'observateur $\widehat{u}$ de telle sorte qu'asymptotiquement (en temps)

$$\widehat{u} \underset{t\to+\infty}{\longrightarrow} u,$$

même si $\widehat{u}(0) \neq u(0)$. La Figure 9 expose dans un cas 2D la situation à un instant t. L'objet $z_u(t)$ défini à partir de l'observation du front de la cible u à l'instant t est représenté en rouge. En bleu, il s'agit de la position du front au même instant de la solution de l'observateur $\widehat{u}$. L'objectif est de modifier le modèle vérifié par l'observateur afin que le contour bleu $\Gamma_{\widehat{u}}$ converge vers le contour rouge.

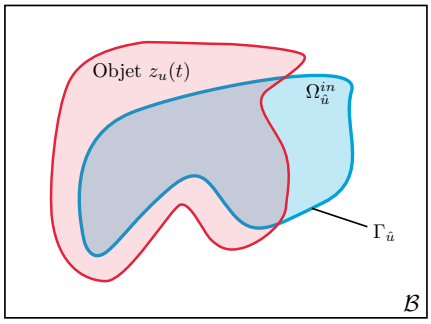


FIG. 9: Observation et observateur à un instant t dans un cas 2D

Pour ce faire, nous proposons dans [17] l'observateur de dynamique suivant

$$\left\{\begin{array}{rcll} \partial_t \widehat{u} - \vec{\nabla}\cdot(\vec{\widehat{\sigma}}\cdot\vec{\nabla}\,\widehat{u}) &=& kf(\widehat{u}) & \\ \quad + \lambda\widehat{\delta}(\Gamma_{\widehat{u}},\,\vec{x})\alpha(|\vec{\nabla}\,\widehat{u}|)\Big(-\big(z_u - C_1(\Omega^{\text{in}}_{\widehat{u}})\big)^2 + \big(z_u - C_2(\Omega^{\text{in}}_{\widehat{u}})\big)^2\Big), & & \mathcal{B}\times(0,T), \\ (\vec{\widehat{\sigma}}\cdot\vec{\nabla}\,\widehat{u})\cdot\vec{n} &=& 0, & \partial\mathcal{B}\times(0,T), \\ \widehat{u}(\vec{x},0) &=& \widehat{u}_0(\vec{x}), & \mathcal{B}, \end{array}\right. \tag{15}$$

avec $\Omega^{\text{in}}_{\widehat{u}}$, un espace – évoluant en temps – qui correspond à la zone déjà dépolarisée de l'observateur à chaque instant. Les constantes C_1 et C_2 correspondent à la moyenne de l'objet z_u à l'intérieur et à l'extérieur de $\Omega^{\text{in}}_{\widehat{u}}$:

$$C_1(\Omega^{\text{in}}_{\widehat{u}}) = \frac{\int_{\Omega^{\text{in}}_{\widehat{u}}} z_u d\vec{x}}{\int_{\Omega^{\text{in}}_{\widehat{u}}} d\vec{x}} \text{ et } C_2(\Omega^{\text{in}}_{\widehat{u}}) = \frac{\int_{\mathcal{B}\setminus\Omega^{\text{in}}_{\widehat{u}}} z_u d\vec{x}}{\int_{\mathcal{B}\setminus\Omega^{\text{in}}_{\widehat{u}}} d\vec{x}}.$$

À noter que dans [17] le terme de *feedback* s'inspire des stratégies de comparaison de front avec l'introduction de la fonctionnelle de Mumford–Shah [72, 57].
Nous justifions alors mathématiquement cet observateur pour des petites erreurs d'observation. En effet à l'aide de la théorie des dérivées de forme [22, 30], le terme de gain de l'observateur est linéarisé et le théorème suivant est alors montré.

Proposition 4 *Si la raideur du front de l'objet z_u est suffisamment élevée (la condition exacte est donnée dans [17])*

$$\lambda\widehat{\delta}(\Gamma_{\widehat{u}},\,\vec{x})\alpha(|\vec{\nabla}\,\widehat{u}|)\Big(-\big(z_u - C_1(\Omega^{in}_{\widehat{u}})\big)^2 + \big(z_u - C_2(\Omega^{in}_{\widehat{u}})\big)^2\Big)$$

est un terme stabilisant pour le modèle de l'erreur définie par $\widetilde{u} = u - \widehat{u}$.

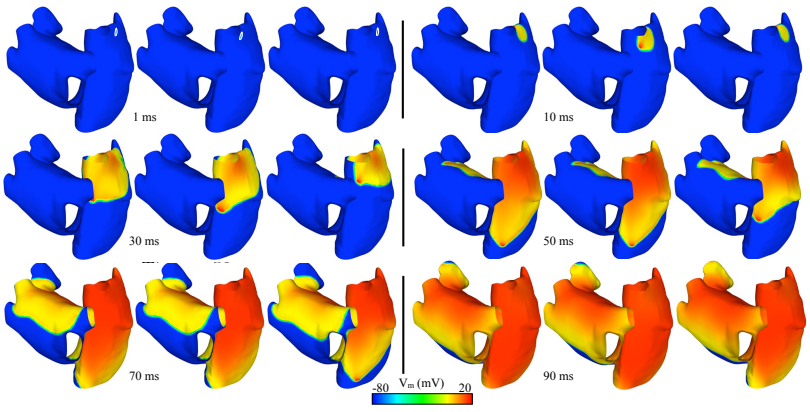
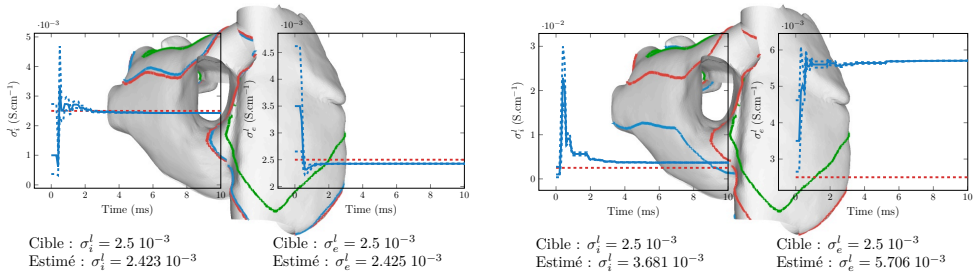


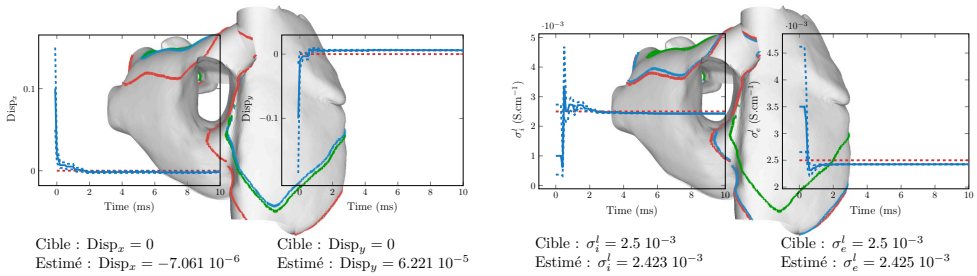
FIG. 10: Solution de l'observateur (gauche), solution cible (milieu) et solution sans observations (droite)



Cible : $\sigma_i^l = 2.5\ 10^{-3}$ Cible : $\sigma_e^l = 2.5\ 10^{-3}$ Cible : $\sigma_i^l = 2.5\ 10^{-3}$ Cible : $\sigma_e^l = 2.5\ 10^{-3}$
Estimé : $\sigma_i^l = 2.423\ 10^{-3}$ Estimé : $\sigma_e^l = 2.425\ 10^{-3}$ Estimé : $\sigma_i^l = 3.681\ 10^{-3}$ Estimé : $\sigma_e^l = 5.706\ 10^{-3}$

FIG. 11: Estimation de deux paramètres de conduction avec (gauche) et sans (droite) erreur de condition initiale. Les valeurs des paramètres de référence sont en trait rouge pointillé et les bornes de l'intervalle de l'écart type estimé en pointillé bleu. Les fronts de propagation sont montrés en arrière plan à $t = 70$ms (rouge, bleu et vert pour la cible, l'observateur et la simulation directe respectivement).

Les résultats numériques sur données synthétiques sont très encourageants. La Figure 10 en donne un exemple. Le modèle de l'observateur est initialisé avec une erreur de condition initiale (décalage dans la position) par rapport au modèle cible. Nous pouvons voir que le modèle de l'observateur se corrige très bien avec les données issues du modèle cible. En revanche, la simulation partant de la même condition initiale que le modèle de l'observateur sans être corrigée reste significativement différente de la simulation cible.
Cet observateur d'état se couple naturellement avec un observateur paramétrique afin d'identifier par exemple la vitesse du front électrique à partir des cartes d'activation en utilisant les principes des estimations conjointes état-paramètre proposés dans [12]. Plus précisément, nous couplons l'estimateur d'état présenté ici



Cible : $\text{Disp}_x = 0$ Cible : $\text{Disp}_y = 0$ Cible : $\sigma_i^l = 2.5\ 10^{-3}$ Cible : $\sigma_e^l = 2.5\ 10^{-3}$
Estimé : $\text{Disp}_x = -7.061\ 10^{-6}$ Estimé : $\text{Disp}_y = 6.221\ 10^{-5}$ Estimé : $\sigma_i^l = 2.423\ 10^{-3}$ Estimé : $\sigma_e^l = 2.425\ 10^{-3}$

FIG. 12: Premier cycle cardiaque : estimation de la position de la condition initiale (gauche) puis deuxième cycle cardiaque : estimation des paramètres de conductivité (droite).

avec un filtre UKF réduit à l'état paramétrique comme imaginé dans [50]. Dans la Figure 11 à gauche, les simulations de l'observateur et de la cible démarrent avec des valeurs de paramètres de conductivité différentes, mais avec la même condition initiale. La stratégie d'estimation jointe état-paramètre est très efficace dans ce cas. Dans la Figure 11 à droite, nous rajoutons une erreur dans l'état initial, en plus des erreurs dans les paramètres. Dans ce cas, l'estimation jointe échoue du fait de l'erreur d'état trop importante. Nous avons alors complété notre stratégie comme présenté en Figure 12. Tout d'abord, dans une première simulation correspondant à un premier cycle cardiaque nous estimons la condition initiale paramétrée par un vecteur (correspondant à la translation de condition initiale). Dans un second cycle cardiaque, nous utilisons cette condition initiale estimée afin d'estimer les paramètres de conductivité. Cette stratégie s'avère très efficace.

Ces différents résultats sur données synthétiques réalistes montrent tout le potentiel de cette approche et nous rapprochent de la personnalisation de modèles d'électrophysiologie adaptés à des patients [17]. Une des limitations de cet observateur est qu'il n'a pas la capacité de créer de nouveaux fronts puisqu'il est basé sur des comparaisons de forme. Dans [18], nous avons proposé une nouvelle version de cet observateur qui intègre un *feedback* fondé sur la dérivée topologique de la fonction de Mumford–Shah. Ceci permet d'obtenir d'excellents résultats sur des cas plus complexes, comme par exemple en cas de fibrillation atriale.

4 Conclusion

Des outils innovants s'appuyant sur des théories mathématiques variées ont été développés dans cette thèse. L'approche mathématique a toujours été appréhendée dans le but d'améliorer la modélisation en électrophysiologie cardiaque.

Cette thèse a donc été l'occasion, à partir d'une problématique initiale principalement médicale d'introduire, de développer ou d'utiliser des techniques, des outils ou encore des théories appartenant au domaine mathématique. Nous avons dû aussi nous appuyer sur des modélisations poussées développées dans le domaine biologique et parfois les formaliser du point de vue mathématique.

Cette interdisciplinarité représente une difficulté pour ces sujets aux carrefours de plusieurs sciences puisque cela demande des connaissances dans chacun des domaines. L'enjeu de médiation qui permettra d'améliorer la communication entre spécialistes de domaines différents est aussi très important. Cependant, cela apporte aux mathématiques purement théoriques sous-jacentes un sens concret et un objectif stimulant. Nous espérons avec cette thèse avoir offert des résultats novateurs et des réflexions pertinentes qui trouveront leur place dans l'ensemble des outils médicaux – innovants et prometteurs – développés grâce à la modélisation en médecine.

Bibliographie

[1] G. Allaire. Homogenization and two-scale convergence. *SIAM Journal of Mathematical Analysis*, 23(6) :1482–1518, 1992.

[2] H. Ammari, J. Garnier, L. Giovangigli, W. Jing, and J.-K. Seo. Spectroscopic imaging of a dilute cell suspension. Submitted.

[3] R.M. Anderson. Mathematical models of the potential demographic impact of AIDS in Africa. *AIDS*, 5(Suppl 1) :37–4, 1991.

[4] M.I. Asensio and L. Ferragut. On a wildland fire model with radiation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 54(1) :137–157, 2002.

[5] A. Bensoussan, J.-L. Lions, and G. Papanicolaou. *Asymptotic Analysis for Periodic Structures*. Elsevier, 1978.

[6] M. Boulakia, S. Cazeau, M.A. Fernández, J.-F. Gerbeau, and N. Zemzemi. Mathematical modeling of electrocardiograms : a numerical study. *Annals of Biomedical Engineering*, 38(3) :1071–1097, 2010.

[7] A. Bueno-Orovio, E. M. Cherry, and F. H. Fenton. Minimal model for human ventricular action potentials in tissue. *Journal of Theretical Biology*, 253 :544–560, 2008.

[8] D. Chapelle and K.J. Bathe. The mathematical shell model underlying general shell elements. *Internat. J. Numer. Methods Engrg.*, 48(2) :289–313, 2000.

[9] D. Chapelle and A. Collin. Strong convergence results for the asymptotic behavior of the 3D-shell model. *Journal of Elasticity*, 115(2) :173–192, 2014.

[10] D. Chapelle, A. Collin, and J.-F. Gerbeau. A surface-based electrophysiology model relying on asymptotic analysis and motivated by cardiac atria modeling. *M3AS*, 23(14) :2749–2776, 2013.

[11] D. Chapelle, A. Ferent, and K.J. Bathe. 3D-shell elements and their underlying mathematical model. *M3AS*, 14(1) :105–142, 2004.

[12] D. Chapelle, P. Moireau, and P. Le Tallec. Robust filtering for joint state-parameter estimation in distributed mechanical systems. *Discrete and Continuous Dynamical Systems*, (1–2) :65–84, 2009.

[13] P. Colli Franzone, L. Guerri, C. Viganotti, E. Macchi, S. Baruffi, S. Spaggiari, and B. Taccardi. Potential fields generated by oblique dipole layers modeling excitation wavefronts in the anisotropic myocardium. Comparison with potential fields elicited by paced dog hearts in a volume conductor. *Circulation Research*, 51(3) :330–346, 1982.

[14] P. Colli Franzone and E. Magenes. On the inverse potential problem of electrocardiology. *Calcolo*, 16(4) :459–538, 1979.

[15] P. Colli Franzone and G. Savaré. Degenerate evolution systems modeling the cardiac electric field at micro and macroscopic level. *Progress in Nonlinear Differential Equations and Their Applications*, 50 :49–78, 2002.

[16] A. Collin. *Analyse asymptotique en électrophysiologie cardiaque. Applications à la modélisation et à l'assimilation de données.* PhD thesis, UPMC, France, 2014.

[17] A. Collin, D. Chapelle, and P. Moireau. A Luenberger observer for reaction-diffusion models with front position data. *Journal of Computational Physics*, 300 :288–307, 2015.

[18] A Collin, D Chapelle, and P Moireau. Sequential state estimation for electrophysiology models with front level-set data using topological gradient derivations. *FIMH 2015*, 9126 :402–411, 2015.

[19] A. Collin, J.-F. Gerbeau, M. Hocini, M. Haïssaguerre, and D. Chapelle. Surface-based electrophysiology modeling and assessment of physiological simulations in atria. *FIMH 2013*, 7945 :352–359, 2013.

[20] A. Collin, J.-F. Gerbeau, and E. Schenone. Simulations of full electrocardiogram cycles. 2014. International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering (in press).

[21] M. Courtemanche, R.J. Ramirez, and S. Nattel. Ionic mechanisms underlying human atrial action potential properties : insights from a mathematical model. *American Journal of Physiology*, (275) :H301–H321, 1998.

[22] M.C. Delfour and J.-P. Zolésio. *Shapes and Geometries : Analysis, Differential Calculus, and Optimization (Advances in Design and Control).* SIAM, second edition, 2011.

[23] D. Deng, Y. Gong, G. Shou, and P. Jiao. Simulation of biatrial conduction via different pathways during sinus rhythm with a detailed human atrial model. *Journal of Zheijiang University-SCIENCE B (Biomedicine and Biotechnology)*, pages 1862–1783, 2012.

[24] G. Evensen. *Data Assimilation : The Ensemble Kalman Filter*. Springer, 2009.

[25] M.A. Fernández, J.-F. Gerbeau, and C. Grandmont. A projection semi-implicit scheme for the coupling of an elastic structure with an incompressible fluid. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 69(4) :794–821, 2007.

[26] S.C. Ferreira, Jr. M. L. Martins, and M. J. Vilela. Reaction-diffusion model for the growth of avascular tumor. *Physical Review E*, 65 :021907 (8pp), 2002.

[27] P. Frey. Yams : A fully automatic adaptive isotropic surface remeshing procedure. Technical report 0252, Inria, Rocquencourt, France, Nov. 2001.

[28] A.S. Go, D. Mozaffarian, V. L. Roger, E. J. Benjamin, J. D Berry, M. J. Blaha, S. Dai, E. S. Ford, C. S. Fox, S. Franco, et al. Heart disease and stroke statistics—2014 update a report from the American Heart Association. *Circulation*, 129(3) :e28–e292, 2014.

[29] D.M. Harrild and S.H. Craig. A computer model of normal conduction in the human atria. *Circulation Research*, (87) :e25–e36, 2000.

[30] M. Hintermüller and W. Ring. An inexact Newton-C-G-type active contour approach for the minimization of the Mumford-Shah functional. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 20 :19–42, 2004.

[31] S.Y. Ho, R.H. Anderson, and D. Sánchez-Quintana. Atrial structure and fibres : morphologic bases of atrial conduction. *Cardiovascular Research*, (54) :325–336, 2002.

[32] S.Y. Ho and D. Sanchez-Quintana. The Importance of Atrial Structure and Fibers. *Clinical Anatomy*, 22(1) :52–63, 2009.

[33] A.L. Hodgkin and A. F. Huxley. Currents carried by sodium and potassium ions through the membrane of the giant axon of loligo. *Journal of Physiology*, 116(4) :449–472, 1952.

[34] A.L. Hodgkin and A. F. Huxley. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *Journal of Physiology*, 117(4) :500–544, 1952.

[35] P.J. Hunter. *Finite element analysis of cardiac muscle mechanics.* PhD thesis, University of Oxford, 1975.

[36] V. Jacquemet. *A biophysical model of atrial fibrillation and electrograms : formulation, validation and applications*. PhD thesis, EPFL, 2004.

[37] S.J. Julier and J.K. Uhlmann. A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems. In *Proc. of AeroSense : The 11th Int. Symp. on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls*, 1997.

[38] R. Kalman and R. Bucy. New results in linear filtering and prediction theory. *Trans. ASME J. Basic. Eng.*, 83 :95—108, 1961.

[39] J.P. Keener. An eikonal-curvature equation for action potential propagation in myocardium. *Journal of Mathematical Biology*, 29 :629–651, 1991.

[40] R.H. Keldermann, M.P. Nash, and A.V. Panfilov. Modeling cardiac mechano-electrical feedback using reaction-diffusion-mechanics systems. *Physica D*, 238 :1000–1007, 2008.

[41] M. Krueger, V. Schmidt, C. Tobón, F. Weber, C. Lorenz, D. Keller, H. Barschdorf, M. Burdumy, P. Neher, G. Plank, K. Rhode, G. Seemann, D. Sanchez-Quintana, J. Saiz, R. Razavi, and O. Dössel. Modeling atrial fiber orientation in patient-specific geometries : a semi-automatic rule-based approach. *Functional Imaging and Modeling of the Heart*, pages 223–232, 2011.

[42] S. Labarthe, E. Vigmond, Y. Coudière, J. Henry, H. Cochet, and P. Jais. A computational bilayer surface model of human atria. *FIMH 2013 - 7th International Conference on Fonctional Imaging and Modeling of the Heart*, pages 1530s–1533, 2013.

[43] C. Liu, J.M. Zachara, A. Felmy, and Y. Gorby. An electrodynamics-based model for ion diffusion in microbial polysaccharides. *Colloids and Surfaces B : Biointerfaces*, 38 :55–65, 2004.

[44] L. Liu. Cardiovascular diseases in China. *Biochemistry and cell biology*, 85(2) :157–163, 2007.

[45] D.G. Luenberger. *Determining the State of a Linear with Observers of Low Dynamic Order*. PhD thesis, Stanford University, 1963.

[46] D.G. Luenberger. An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16 :596–602, 1971.

[47] C.H. Luo and Y. Rudy. A dynamic model of the cardiac ventricular action potential. I. Simulations of ionic currents and concentration changes. *Circulation Research*, 74 :1071–1096, 1994.

[48] J. Mandel, L.S. Bennethum, J.D. Beezley, J.L. Coen, C.C Douglas, L.P. Franca, M. Kim, and A. Vodacek. A wildland fire model with data assimilation. *Mathematics and Computers in Simulation*, 79(3) :584–606, 2008.

[49] C.C. Mitchell and D.G. Schaeffer. A two-current model for the dynamics of cardiac membrane. *Bulletin Math. Bio.*, 65 :767–793, 2003.

[50] P. Moireau and D. Chapelle. Reduced-order Unscented Kalman Filtering with application to parameter identification in large-dimensional systems. *ESAIM : Control, Optimisation and Calculus of Variations*, 17(2) :380–405, 2011.

[51] Y. Mori. From three-dimensional electrophysiology to the cable model : an asymptotic study. *arXiv preprint arXiv :0901.3914*, 2009.

[52] Y. Mori, J.W. Jerome, and C.S. Peskin. A three-dimensional model of cellular electrical activity. *Bulletin of the Institute of Mathematics, Academia Sinica*, 2(2) :367–390, 2007.

[53] M.P. Nash and A.V. Panfilov. Electromechanical model of excitable tissue to study reentrant cardiac arrhythmias. *Progress in Biophysics and Molecular Biology*, 85(2-3) :501–522, 2004.

[54] J.C. Neu and W. Krassowska. Homogenization of syncytial tissues. *Critical Reviews in Biomedical Engineering*, 21(2) :137–199, 1993.

[55] M. Nichols, N. Townsend, R. Luengo-Fernandez, J. Leal, A. Gray, P. Scarborough, and M. Rayner. European cardiovascular disease statistics. *European Heart Neatwork, Brussels, European Society of Cardiology, Sophia Antipolis*, 2012.

[56] D. Noble. A modification of the Hodgkin-Huxley equation applicable to Purkinje fiber action and pacemaker potentials. *Journal of Physiology*, 160 :317–352, 1962.

[57] S. Osher and R. Fedkiw. *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*. Applied Mathematical Sciences, 2002.

[58] A.V. Panfilov and A.T. Winfree. Dynamical simulations of twisted scroll rings in three-dimensional excitable media. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 17(3) :323–330, 1985.

[59] C. S. Peskin. Numerical analysis of blood flow in the heart. *Journal of Computational Physics*, 25(3) :220–252, 1977.

[60] C.S. Peskin. The fluid dynamics of heart valves : experimental, theoretical, and computational methods. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 14 :235–259, 1982.

[61] A.J. Pullan, M.L. Buist, and L.K. Cheng. *Mathematically Modeling the Electrical Activity of the Heart*. World Scientific, 2005.

[62] V. Quaranta, A.M. Weaver, P.T. Cummings, and A.R. Anderson. Mathematical modeling of cancer : the future of prognosis and treatment. *Clin Chim Acta*, 357(2) :137–139, 2005.

[63] Berguer R., J.L. Bull, and Khanafer K. Refinements in mathematical models to predict aneurysm growth and rupture. *Ann N Y Acad Sci.*, 1085 :110–116, 2006.

[64] C. Ramanathan, R.J. Ghanem, P. Jia, K. Ryu, and Y. Rudy. Noninvasive electrocardiographic imaging for cardiac electrophysiology and arrhythmia. *Nature Medicine*, 10 :422–428, 2004.

[65] G. Richardson. A multiscale approach to modelling electrochemical processes occurring across the cell membrane with application to transmission of action potentials. *Mathematical Medicine and Biology*, 26(3) :201–224, 2009.

[66] C.M. Rochoux, B. Cuenot, S. Ricci, A. Trouvé, B. Delmotte, Se. Massart, R Paoli, and R. Paugam. Data assimilation applied to combustion. *Comptes Rendus Mécanique*, 341 :266–276, 2013.

[67] J. Sainte-Marie, D. Chapelle, R. Cimrman, and M. Sorine. Modeling and estimation of the cardiac electromechanical activity. *Computers and Structures*, 84 :1743–1759, 2006.

[68] L. Tung. *A bi-domain model for describing ischemic myocardial d-c potentials.* PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology. Dept. of Elec. Eng. and Comp. Sc., 1978.

[69] E. Vigmond, S. Labarthe, H. Cochet, Y Coudière, J. Henry, and P. Jais. A bilayer representation of the human atria. *EMBC - 35th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, pages 1530s–1533, 2013.

[70] F. Wartak. *Electrocardiogram interpretation*. Medical Education Systems, 1975.

[71] H. Watanabe, S. Sugiura, H. Kafuku, and T. Hisada. Multiphysics simulation of left ventricular filling dynamics using fluid–structure interaction finite element method. *Biophys. J.*, 87(3) :2074–2085, 2004.

[72] H.K. Zhao, T. Chan, B. Merriman, and S. Osher. A variational level set approach to multiphase motion. *Journal of Computational Physics*, 127(1) :179–195, 1996.

Résumés de thèses

par Cécile LOUCHET

Il est rappelé aux personnes qui souhaitent faire apparaître un résumé de leur thèse ou de leur HDR que celui-ci ne doit pas dépasser une trentaine de lignes. Le non-respect de cette contrainte conduira à une réduction du résumé (pas forcément pertinente) par le rédacteur en chef, voire à un refus de publication.

HABILITATIONS À DIRIGER DES RECHERCHES

Christian PAROISSIN

Étude probabiliste et statistique de quelques modèles principalement issus d'applications industrielles

Soutenue le 24 septembre 2015
Université de Pau et des Pays de l'Adour

La première partie de ce mémoire porte sur l'étude de modèles en fiabilité, essentiellement des modèles de dégradation pour un composant ou un système, mais également des modèles de durées de vie. On s'intéresse tant à l'étude des propriétés probabilistes de ces modèles qu'à des problèmes d'estimation et qu'à l'optimisation d'une politique de remplacement ou de maintenance. Les mesures de dégradation peuvent être soit qualitatives soit quantitatives. Dans le premier cas, on utilise alors des modèles multi-états. Différents modèles de ce type sont étudiés au chapitre 2 de ce mémoire. Dans le second cas, la dégradation est modélisée à l'aide de processus de Lévy (homogène ou non). Des questions de nature probabiliste ou statistique sont étudiées au chapitre 3 pour quelques modèles de ce type. Aux chapitres 4 et 5, on étudie des problèmes connexes. D'abord, on s'intéresse à la prise en compte des incertitudes pour un modèle de dégradation ou pour un modèle de durée de vie. Ensuite, des problèmes de comparaison de deux échantillons de durée de vie sont étudiés, l'un avec sous l'angle de la détection de rupture, l'autre sous l'angle des cartes de contrôles. Le chapitre 6 présente quelques perspectives liés aux travaux précédemment menés.
La deuxième partie de ce mémoire est articulée autour des lois discrètes aléatoires (c'est-à-dire l'ensemble des lois de probabilités à valeurs dans un simplexe). Ce type de lois, en particulier la loi de Dirichlet, trouvent des applications dans divers domaines. Au chapitre 8, on les a utilisées pour étudier le coût de recherche asymptotique pour deux heuristiques auto-organisatrices pour lesquels les popularités des objets sont inconnues et aléatoires. Le chapitre 9 est consacré à des problèmes d'inférence statistique pour la loi de Dirichlet, avec des applications en écologie (estimation du nombre d'espèces à partir d'un échantillon).

Enfin, la troisième et dernière partie de ce mémoire est consacrée à un aperçu de travaux plus appliquées, en collaboration avec des biologistes, des médecins, etc.

THÈSES DE DOCTORAT D'UNIVERSITÉ

Adil AHIDAR-COUTRIX
Directeurs de thèse : Philippe Berthet (université Paul Sabatier), Thierry Klein (université Paul Sabatier).

Surfaces quantile : propriétés, convergences et applications

Soutenue le 3 juillet 2015
Institut de Mathématiques de Toulouse

Dans la thèse on introduit et on étudie une généralisation spatiale sur $\mathbb{R}^d$ du quantile réel usuel sous la forme d'une surface quantile via des formes ϕ et d'un point d'observation O. Notre point de départ est de simplement admettre la subjectivité due à l'absence de relation d'ordre totale dans $\mathbb{R}^d$ et donc de développer une vision locale et directionnelle des données. Ainsi, les observations seront ordonnées du point de vue d'un observateur se trouvant à un point $O \in \mathbb{R}^d$.
Dans le chapitre 2, on introduit la notion du quantile vue d'un observateur O dans la direction $u \in \mathbb{S}^d$ et de niveau α via des des demi-espaces orthogonaux à chaque direction d'observation. Ce choix de classe implique que les résultats de convergence ne dépendent pas du choix de O. Sous des hypothèses minimales de régularité, l'ensemble des points quantile vue de O définit une surface fermée. Sous hypothèses minimales, on établit pour les surfaces quantile empiriques associées les théorèmes limites uniformément en le niveau de quantile et la direction d'observation, avec vitesses asymptotiques et bornes d'approximation non-asymptotiques. Principalement la LGNU, la LLI, le TCLU, le principe d'invariance fort uniforme puis enfin l'approximation du type Bahadur-Kiefer uniforme, et avec vitesse d'approximation.
Dans le chapitre 3, on étend les résultats du chapitre précédent au cas où les formes ϕ sont prises dans une classe plus générale (fonctions, surfaces, projections géodésiques, etc) que des demi-espaces qui correspondent à des projections orthogonales par direction. Dans ce cadre plus général, les résultats dépendent fortement du choix de O, et c'est ce qui permet de tirer des interprétations statistiques.
Dans le chapitre 4, des conséquences méthodologiques en statistique inférentielle sont tirées. Tout d'abord on introduit une nouvelle notion de champ de profondeurs directionnelles baptisée champ d'altitude. Ensuite, on définit une notion de distance entre lois de probabilité, basée sur la comparaison des deux collections de surfaces quantile du type Gini-Lorrentz. La convergence avec vitesse des mesures empiriques pour cette distance quantile, permet de construire différents tests en contrôlant leurs niveaux et leurs puissances. Enfin, on donne une version

des résultats dans le cas où une information auxiliaire est disponible sur une ou plusieurs coordonnées sous la forme de la connaissance exacte de la loi sur une partition finie.

Noé BIHENG
Directeur de thèse : Jean-Marc Bonnisseau (université Paris I Panthéon Sorbonne).

Contributions à la théorie de l'équilibre général économique : économies régulières et ambiguïté

Soutenue le 10 juillet 2015
Université Paris I Panthéon Sorbonne

La prise en compte de l'incertitude dans les modèles théoriques d'économie constitue l'une des avancées majeures des dernières décennies. Toutefois, l'essentiel des contributions concerne uniquement les décisions individuelles des agents non l'effet de l'incertitude, aussi appelée ambiguïté, sur l'équilibre économique. Cette thèse étudie notamment l'effet de l'ambiguïté sur l'équilibre général économique.
Dans le premier chapitre, nous avons établi que la structure des équilibres pour des agents ayant des préférences de type *multiprior* ne diffère pas de celle d'agents disposant d'une loi de probabilités sur les aléas. À l'aide de techniques d'analyse non-lisse, nous avons également établi que, dans ce modèle théorique, la statique comparée est possible. De ce fait, bien que les fonctions d'utilité ne soient pas différentiables, nous avons pu établir les résultats classiques de l'approche différentiable de la théorie de l'équilibre général. En particulier, la généricité des économies régulières est établie. De plus, ces dernières jouissent des propriétés usuelles : nombres fini de prix d'équilibre, sélections locales de prix d'équilibre continûment différentiables...
Le deuxième chapitre présente des résultats du même ordre. La différence majeure réside dans le paramètre économique considéré. Dans le premier chapitre, le paramètre économique est la donnée des dotations initiales tandis que dans le deuxième, le niveau d'ambiguïté ε est également variable.
Le troisième chapitre présente une généralisation au cas multi-critère de la fonction de dépense et du problème de minimisation du consommateur. Différentes propriétés de la demande hicksienne généralisée sont obtenues et plusieurs applications économiques sont présentées. Enfin, le dernier chapitre concerne l'optimisation paramétrique et présente une application économique en lien avec l'ambiguïté.

Mots-clés : Équilibre général économique, ambiguïté, optimisation.

Mélanie BLAZÈRE
Directeurs de thèse : Jean-Michel Loubes et Fabrice Gamboa (université Paul Sabatier).

Inférence statistique en grande dimension pour des modèles structurels. Modèles linéaires généralisés parcimonieux, méthode PLS, polynômes orthogonaux et détection de communautés dans des graphes

Soutenue le 1er juillet 2015
Institut de Mathématiques de Toulouse

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de l'analyse statistique en grande dimension et porte sur des méthodes d'estimation de structures de dépendance de données en grande dimension. La première partie de la thèse est consacrée à l'étude de modèles parcimonieux et aux méthodes de type Lasso. Nous généralisons le cas gaussien à des modèles exponentiels généraux. La contribution majeure à cette partie consiste en l'établissement d'inégalités oracles pour une procédure Group Lasso appliquée aux modèles linéaires généralisés. Ces résultats montrent les bonnes performances de cet estimateur, sous certaines conditions sur le modèle, et sont illustrés dans le cas du modèle Poissonien. Dans la deuxième partie de la thèse, nous revenons au modèle de régression linéaire, toujours en grande dimension, mais l'hypothèse de parcimonie est cette fois remplacée par l'existence d'une structure latente de faible dimension sous-jacente aux données. La contribution majeure à cette partie consiste en l'établissement pour la méthode PLS d'une expression analytique explicite de la structure de dépendance liant les prédicteurs à la réponse. Nous illustrons la puissance de cette formule aux travers de nouveaux résultats théoriques sur la PLS . Dans une troisième et dernière partie, nous nous intéressons plus particulièrement à la détection de communautés dans de grands graphes. Nous proposons dans cette thèse une alternative à la méthode Spectral clustering basée sur l'utilisation d'une pénalité de type ℓ^1. Nous illustrons notre méthode sur des simulations.

Samy BLUSSEAU
Directeur de thèse : Jean-Michel Morel (CMLA, ENS Cachan).

On salience and non-accidentalness : comparing human vision to a-contrario algorithms

Soutenue le 22 septembre 2015
CMLA, ENS Cachan

The present dissertation compares the human visual perception to computer vision algorithms based on a mathematical model called a-contrario theory. To this aim, it focuses on two visual tasks that are at the same time easy to model and convenient to test in psychophysical experiments. Both tasks consist in the perceptual grouping of oriented elements, namely Gabor patches. The first one is the

detection of alignments and the second one extends to curves, that is to say to more general arrangements of elements in good continuation. In both cases, alignments and curves, psychophysical experiments were set up to collect data on the human visual perception in a masking context.
The non-accidentalness principle states that spatial relations are perceptually relevant when their accidental occurrence is unlikely. The a-contrario theory is a formalization of this principle, and is used in computer vision to set detection thresholds accordingly. In this thesis, the a-contrario framework is applied in two practical algorithms designed to detect non-accidental alignments and curves respectively. These algorithms play the part of artificial subjects for our experiments. The experimental data of human subjects is then compared to the detection algorithms on the very same tasks, yielding two main results. First, this procedure shows that the Number of False Alarms (NFA), which is the scalar measure of non-accidentalness in the a-contrario theory, strongly correlates with the detection rates achieved by human subjects on a large variety of stimuli. Secondly, the algorithms' responses match very well the average behavior of human observers. The contribution of this thesis is therefore two-sided. On the one hand, it provides a rigorous validation of the a-contrario theory's relevance to estimate visual thresholds and implement visual tasks in computer vision. On the other hand, it reinforces the importance of the non-accidentalness principle in human vision.
Aiming at reproducible research, all the methods are submitted to IPOL journal, including detailed descriptions of the algorithms, commented reference source codes, and online demonstrations for each one.

Thibault BOURGERON
Directeur de thèse : Marie Doumic (INRIA Paris) et Benoît Perthame (université Pierre et Marie Curie).

Problèmes direct et inverses pour quelques équations intégro-différentielles de la biologie

Soutenue le 29 juin 2015
Université Pierre et Marie Curie

Les phénomènes de croissance et de fragmentation jouent un rôle central dans de nombreux phénomènes biologiques. La première partie de ce manuscrit concerne un modèle de l'activité électrique d'un réseau de neurones. Il s'agit d'une équation de croissance-fragmentation non linéaire. Grâce à une technique introduite par B. Perthame et L. Ryzhik, dans un cas particulier, nous quantifions des régimes dans lequels cette équation se relaxe avec un taux exponentiel. La deuxième et la troisième parties traitent de problèmes inverses. Le premier concerne l'équation de croissance-fragmentation ayant un noyau auto-similaire et le second un modèle de transduction olfactive. Après des régularisations adéquates, ces deux problèmes reviennent à inverser des opérateurs intégraux dont les noyaux ont une structure auto-similaire. Grâce à la transformée de Mellin, des inégalités de continuité et contrôlabilité de l'opérateur intégral sont établies. À partir de données expérimentales, ces études permettent d'estimer des paramètres importants

des équations pour lesquels aucune mesure expérimentale directe n'est possible. La quatrième partie traite d'un modèle probabiliste de sénescence réplicative d'une lignée aléatoire de levures. En se basant sur des données expérimentales et des simulations numériques, le signal de sénescence est identifié et quantifié, et les sources de l'hétérogénéité des tailles des télomères sont analysées. Le modèle permet de mener une analyse complète de l'évolution des tailles des télomères.

Claire BOYER

Directeurs de thèse : Jérémie Bigot (université de Bordeaux) et Pierre Weiss (université Paul Sabatier).

Block-constrained compressed sensing

Soutenue le 23 juin 2015
Institut de Mathématiques de Toulouse

Dans cette thèse, nous visons à combiner les théories d'échantillonnage compressé (CS) avec une structure d'acquisition par blocs de mesures. D'une part, nous obtenons des résultats théoriques de CS avec contraintes d'acquisition par blocs, pour la reconstruction de tout vecteur s-parcimonieux et pour la reconstruction d'un vecteur x de support S fixé. Nous montrons que l'acquisition structurée peut donner de bons résultats de reconstruction théoriques, à condition que le signal à reconstruire présente une structure de parcimonie, adaptée aux contraintes d'échantillonnage. D'autre part, nous proposons des méthodes numériques pour générer des schémas d'échantillonnage efficaces reposant sur des blocs de mesures. Ces méthodes s'appuient sur des techniques de projection de mesure de probabilité.

Olivier CHABIRON

Directeurs de thèse : Jean-Yves Tourneret (ENSEEIHT) et François Malgouyres (université Paul Sabatier).

Apprentissage d'arbres de convolutions pour la représentation

Soutenue le 8 octobre 2015
ENSEEIHT

Le domaine de l'apprentissage de dictionnaire est le sujet d'attentions croissantes durant cette dernière décennie. L'apprentissage de dictionnaire est une approche adaptative de la représentation parcimonieuse de données. Les méthodes qui constituent l'état de l'art en apprentissage de dictionnaire donnent d'excellentes performances en approximation et débruitage. Cependant, la complexité calculatoire associée à ces méthodes restreint leur utilisation à de toutes petites images ou "patchs". Par conséquent, il n'est pas possible d'utiliser l'apprentissage de dictionnaire pour des applications impliquant de grandes images, telles que des images de télédétection. Dans cette thèse, nous proposons et étudions un modèle

original d'apprentissage de dictionnaire, combinant une méthode de décomposition des images par convolution et des structures d'arbres de convolution pour les dictionnaires. Ce modèle a pour but de fournir des algorithmes efficaces pour traiter de grandes images, sans les décomposer en patchs.

Malika CHASSAN
Directeur de thèse : Jean-Marc Azaïs (université Paul Sabatier).

Développements statistiques sur la précision et l'intégrité en positionnement par des systèmes de navigation par satellites

Soutenue le 9 octobre 2015
Institut de Mathématiques de Toulouse

Le thème global de cette thèse est de fournir de nouveaux outils statistiques permettant d'améliorer les services de positionnement par satellites ou l'évaluation de leur performance. La première partie de cette thèse est consacrée à l'étude de la probabilité d'occurrence d'orages magnétiques extrêmes. Le nombre d'orages géomagnétiques au cours d'un cycle solaire est modélisé par un processus de Poisson non homogène. Comme dans les modèles à hasard proportionnel (modèle de Cox) l'intensité de ce processus est le produit d'un risque de base et d'un facteur de risque. Notre méthode s'inspire aussi de la théorie des valeurs extrêmes. Comme dans la méthode des excès (Peaks Over Threshold), les estimations sont faites en considérant des orages de niveau moins élevé que le niveau extrême et les résultats sont extrapolés aux orages de niveau extrême. Cette étude met en évidence la forte corrélation entre l'intensité d'occurrence d'orages extrêmes et la position au cours du cycle solaire. Notre modèle permet aussi d'obtenir des prévisions pour la probabilité d'occurrence d'orages magnétiques extrêmes pour le cycle solaire actuel (24).
Dans la seconde partie de la thèse, nous nous intéressons aux résidus d'estimation pour une donnée de correction ionosphérique pour le système d'augmentation EGNOS. Notre but est de fournir une borne pour l'erreur de discrétisation entre le maximum de ce résidu observé sur une grille de points et le vrai maximum, inconnu, sur la zone couverte par cette grille. Pour cela, nous développons une nouvelle méthode, inspirée des modèles de Slepian dans le sens où le champ est considéré localement, autour du lieu où le maximum global est atteint. Nous donnons un équivalent asymptotique de l'erreur de discrétisation à borner. Nous montrons ensuite que cet équivalent converge en loi vers une distribution uniforme et fournissons ainsi une borne asymptotique pour l'erreur de discrétisation. Notre méthode est testée sur des données simulées et comparée à une méthode classique d'interpolation : le Krigeage. La variable de correction ionosphérique étudiée ici participe aux informations d'intégrité du système et la borne pourrait à terme servir à définir des seuils d'alerte.

Manon COSTA
Directrice de thèse : Sylvie Méléard (École Polytechnique).

Modélisation probabiliste et éco-évolutionnaire des communautés proies-prédateurs

Soutenue le 22 septembre 2015
CMAP, École Polytechnique

Cette thèse porte sur la modélisation mathématique et l'étude rigoureuse de l'impact de la sélection naturelle sur les communautés proies-prédateurs.
Dans une première partie, nous étudions la coévolution de phénotypes des proies et des prédateurs sous les hypothèses des dynamiques adaptatives (grande population, mutations rares et de petite amplitude).
À l'aide de différentes limites d'échelle d'un processus microscopique, nous introduisons successivement un processus de saut pur décrivant les états d'équilibres successifs de la dynamique coévolutive en fonction de l'arrivée des mutations des proies ou des prédateurs, puis un système de deux équations différentielles couplées représentant l'évolution des phénotypes lorsque les mutations sont de faible amplitude. Nous illustrons ces résultats sur un modèle écologique prenant en compte plusieurs types de défenses des proies.
Dans une seconde partie, nous nous intéressons à des communautés dans lesquelles les dynamiques démographiques et évolutionnaires des prédateurs sont plus rapides que celles de leurs proies (e.g. arbres-insectes). Nous modélisons la communauté par un processus déterministe par morceaux (PDMP) dans lequel les proies évoluent selon un processus de naissance et mort et les prédateurs selon une équation différentielle logistique. Ce processus décrit les dynamiques démographiques de la communauté lorsque la population de prédateurs est infinie et nous étudions son comportement stationnaire. Dans une asymptotique de petite masse des prédateurs, le processus lent-rapide converge vers un processus moyenné, dans lequel la population de prédateurs est toujours à son équilibre démographique. Afin de prendre en compte l'évolution phénotypique de la population de prédateurs, nous considérons un processus lent-rapide en dimension infinie constitué d'un processus de naissance et mort couplé avec la solution d'une équation de réaction diffusion. Nous étudions la convergence, dans une limite de petite masse des prédateurs, du processus des proies vers un processus de naissance et mort dépendant uniquement de l'équilibre stationnaire de la population de prédateurs.

Yannick DELEUZE
Directeurs de thèse : Marc Thiriet (université Pierre et Marie Curie) et Tony W.H. Sheu (National Taiwan University).

Modeling and simulation of transport during acupuncture

Soutenue le 22 septembre 2015
National Taiwan University

L'objectif de cette thèse est d'appréhender la complexité des mécanismes biologiques de l'acupuncture afin de construire un modèle mathématique multi-échelle. Ce modèle est étudié théoriquement et numériquement.
L'acupuncture est une des plus vielles pratiques de l'histoire de la médecine et une partie intégrante de la médecine traditionnelle chinoise. Dans sa pratique la plus classique, une ou plusieurs aiguilles sont placées à des endroits spécifiques, nommés points d'acupuncture. L'aiguille est ensuite manipulée en utilisant des mouvements de rotation et de translation de façon à stimuler le point d'acupuncture. Les effets cliniques de l'acupuncture pourraient être le résultat d'effet de cascades de réactions produites par les interactions entre l'hypoderme et les systèmes nerveux, endocrinien et immunitaire.
Le travail présenté s'articule sur la modélisation de l'insertion d'une aiguille dans le tissu conjonctif de l'hypoderme. Un modèle d'écoulement en milieu poreux du liquide interstitiel de l'hypoderme a permis d'étudier numériquement les composantes de contrainte qui agissent sur les récepteurs à la surface des cellules du tissu et notamment des mastocytes.
Un modèle mathématique de la réponse chimiotactique des mastocytes à une contrainte physique créée par le traitement d'acupuncture est développé. Ce modèle prend en compte les mécanismes de signalisation cellulaire. La contrainte physique induit la libération rapide et continue, grâce au recrutement chimotactique de mastocytes, d'attractants et de médiateurs chimiques. Le modèle est basé sur le modèle de chimiotaxie de type Keller-Segel.
Dans sa version la plus simplifiée, la solution du système d'équation aux dérivées partielles devient singulière en un temps fini pour des conditions initiales suffisamment grandes et concentrées autour du point d'acupuncture. Dans ces conditions, l'explosion en temps fini de la solution résulte de l'agrégation des cellules et pourrait mesurer l'efficacité de la manipulation de l'aiguille sur le point d'acupuncture.
L'étude numérique confirme les résultats théoriques. La stimulation en dehors d'un point d'acupuncture n'est que légèrement amplifiée. Selon le modèle proposé, la présence d'un nombre important de mastocytes au point d'acupuncture est impérative pour qu'une réponse appropriée soit observée.

Laurent DIETRICH
Directeurs de thèse : Henri Berestycki (CAMS, EHESS) et Jean-Michel Roquejoffre (université Paul Sabatier).

Accélération de la propagation dans les équations de réaction-diffusion par une ligne de diffusion rapide

Soutenue le 29 juin 2015
Institut des systèmes complexes, Paris

L'objet de cette thèse est l'étude de l'accélération de la propagation dans les équations de réaction-diffusion par un nouveau mécanisme d'échange avec une ligne de diffusion rapide. On répondra à la question de l'influence de ce couplage avec forte diffusivité sur la propagation en généralisant un résultat de Berestycki, Roquejoffre et Rossi de 2013. Le système d'équations étudié a été proposé pour donner une explication mathématique de l'influence des réseaux de transports sur les invasions biologiques. Dans un premier chapitre, on étudiera l'existence et l'unicité de solutions de type ondes progressives via une méthode de continuation. La transition se fait par l'intermédiaire d'une perturbation singulière qui paraît nouvelle dans ce contexte, connectant le système initial à un problème au bord de type Wentzell. Le second chapitre s'intéresse à la vitesse des ondes susmentionnées. On y démontre qu'elle croît comme la racine carrée de la diffusivité de l'espèce sur la route, ce qui généralise et démontre la robustesse du résultat de Berestycki, Roquejoffre et Rossi. De plus, on caractérise précisément le ratio de croissance comme unique vitesse admissible pour les ondes d'un système hypoelliptique a priori dégénéré. Enfin dans une dernière partie on s'intéresse à la dynamique. On y montre que ces ondes attirent une large classe de données initiales. En particulier on met en lumière un nouveau mécanisme d'attraction qui permet aux ondes d'attirer des données dont la taille est indépendante de la diffusivité sur la route ; c'est un résultat nouveau au sens où usuellement, l'accélération de fronts de réaction-diffusion se paie en renforçant les hypothèses nécessaires sur la taille des données initiales attirées.

Sébastien DUTERCQ
Directeur de thèse : Nils Berglund (université d'Orléans).

Métastabilité dans les systèmes avec lois de conservation

Soutenue le 22 juin 2015
Université d'Orléans

Cette thèse porte sur l'étude du phénomène de métastabilité, modélisé par l'équation différentielle stochastique

$$dX_\epsilon(t) = -\nabla V(X_\epsilon(t))dt + \sqrt{2\epsilon}dW(t),$$

sur un domaine régulier $\Omega \subseteq \mathbb{R}^d$, où le gradient ∇V est généré par une fonction potentielle $V : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ et $dW(t)$ est le mouvement Brownien standard de di-

mension d. Ce type d'équation étant déjà très largement étudié dans le cas d'un potentiel sans symétries, cette étude se concentrera alors sur le cas de potentiels avec symétries. On utilise la théorie des représentations des groupes finis pour obtenir des résultats analogues à ceux du cas de potentiels sans symétries sur les temps de transition et les valeurs propres du générateur. Pour illustrer la théorie développée, on considérera le potentiel

$$V_\gamma(x) = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{d} x_i^4 - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{d} x_i^2 + \frac{\gamma}{4}\sum_{i=1}^{d}(x_{i+1} - x_i)^2$$

avec la loi de conservation $\sum_{i=1}^{d} x_i = 0$. Ce système décrit un ensemble de particules bistables en interaction.

Mots-clés : Métastabilité, loi de Kramers, groupe de symétrie, théorie spectrale, processus de saut markoviens et de diffusion, théorie des représentations des groupes finis, théorie du potentiel, temps de premier passage.

Ján ELIAŠ
Directeur de thèse : Jean Clairambault (INRIA Paris), Benoît Perthame (université Pierre et Marie Curie).

Modélisation mathématique du rôle et de la dynamique temporelle de la protéine p53 après dommages à l'ADN induits par les médicaments anticancéreux

Soutenue le 1er septembre 2015
université Pierre et Marie Curie

Plusieurs modèles pharmacocinétiques-pharmacodynamiques moléculaires ont été proposés au cours des dernières décennies afin de représenter et de prédire les effets d'un médicament dans les chimiothérapies anticancéreuses. La plupart de ces modèles ont été développés au niveau de la population de cellules, puisque des effets mesurables peuvent y être observés beaucoup plus facilement que dans les cellules individuelles. Cependant, les véritables cibles moléculaires des médicaments se trouvent au niveau de la cellule isolée.
Cette thèse vise à explorer en détail les voies intracellulaires impliquant la protéine p53, "le gardien du génome", qui sont initiées par des lésions de l'ADN, et donc de fournir un rationnel aux cancérologues pour prédire et optimiser les effets des médicaments anticancéreux en clinique. Elle décrit l'activation et la régulation de la protéine p53 dans les cellules individuelles après leur exposition à des agents causant des dommages à l'ADN. On montre que les comportements dynamiques qui ont été observés dans les cellules individuelles peuvent être reconstruits et prédits par fragmentation des événements cellulaires survenant après lésion de l'ADN, soit dans le noyau, soit dans le cytoplasme. Ceci est mis en œuvre par la description du réseau des protéines à l'aide d'équations différentielles ordinaires (EDO) et partielles (EDP) impliquant plusieurs agents dont les protéines ATM, p53, Mdm2 et Wip1, dans le noyau aussi bien que dans le cytoplasme, et

entre les deux compartiments. Un rôle positif de Mdm2 dans la synthèse de p53, qui a été récemment observé, est exploré et un nouveau mécanisme provoquant les oscillations de p53 est proposé. On pourra noter en particulier que le nouveau modèle rend compte d'observations expérimentales qui n'ont pas pu être entièrement expliquées par les modèles précédents, par exemple, l'excitabilité de p53.
Les interactions protéine–protéine sont considérées comme des réactions enzymatiques. On présente quelques résultats mathématiques pour les réactions enzymatiques, en particulier on étudie le comportement en temps grand du système de réaction-diffusion pour la réaction enzymatique réversible à l'aide d'une approche entropique.

Hussein FAKIH
Directeurs de thèse : Laurence Cherfils (MIA, Université de La Rochelle) et Alain Miranville (LMA, Université de Poitiers).

Étude mathématique et numérique de quelques généralisations de l'équation de Cahn-Hilliard : applications à la retouche d'images et à la biologie

Soutenue le 2 octobre 2015
Université de Poitiers

On s'intéresse dans cette thèse à l'étude de l'équation de Bertozzi-Esedoglu-Gillette-Cahn-Hilliard avec des conditions de type Neumann sur le bord et une nonlinéarité régulière de type polynomial (et ensuite une nonlinéarité singulière de type logarithmique). En outre, on propose un modèle basé sur le système de Cahn-Hilliard pour la retouche d'images colorées. De plus, on étudie la convergence de la solution d'une généralisation de l'équation de Cahn-Hilliard avec un terme de prolifération, associée à des conditions aux limites de type Neumann et une nonlinéarité régulière. Dans ce cas, on démontre que soit la solution explose en temps fini soit elle existe globalement en temps. On termine par l'étude de l'équation de Cahn-Hilliard avec un terme source et une nonlinéarité régulière. Dans cette étude, on considère le modèle à la fois avec des conditions aux limites de type Neumann et de type Dirichlet.

Mots-clés : Équation de Cahn-Hilliard, retouche d'images, croissance tumorale, problème bien posé, explosion en temps fini, attracteur global, attracteur exponentiel, simulations.

Cécile ICHARD
Directeurs de thèse : Pierre Del Moral (University of New South Wales) et Christophe Baehr (Météo-France).

Estimation jointe de milieu et processus aléatoire par des techniques de filtrage non-linéaire : application aux prévisions météorologiques d'ensemble et aux trajectoires avions

Soutenue le 25 septembre 2015
Institut de Mathématiques de Toulouse

Aircraft trajectory prediction error can be explained by different factors. One of them is the weather forecast uncertainties. For example, the wind forecast error has a non negligible impact on the along track accuracy for the predicted aircraft position. From a different perspective, that means that aircrafts can be used as local sensors to estimate the weather forecast error. In this work we describe the estimation problem as several acquisition processes of a same random field. When the field is homogeneous, we prove that they are equivalent to random processes evolving in a random media for which a Feynman-Kac formulation is done. Then we give a particle-based approximation and provide convergence results of the ensuing estimators. When the random field is not homogeneous but can be decomposed in homogeneous sub-domains, a different model is proposed based on the coupling of different acquisition processes. From there, a Feynman-Kac formulation is derived and its particle-based approximation is suggested. Furthermore, we develop an aircraft trajectory prediction model. Finally we demonstrate on a simulation set-up that our algorithms can estimate the wind forecast errors using the aircraft observations delivered along their trajectory.

Clara LANDRY
Directeurs de thèse : Jean Vaillant (université des Antilles), Catherine Abadie (CIRAD-Guadeloupe), François Bonnot (CIRAD-Montpellier).

Modélisation des dynamiques de maladies foliaires de cultures pérennes tropicales à différentes échelles spatiales : cas de la cercosporiose noire du bananier

Soutenue le 18 mai 2015
Université des Antilles et de la Guyane

Cette thèse concerne la modélisation de la dynamique épidémique de la cercosporiose noire du bananier, maladie foliaire causée par le champignon *Mycosphaerella fijiensis*. Il s'agit d'explorer et de déterminer les paramètres environnementaux et de résistance de l'hôte ayant une influence sur la dynamique spatio-temporelle de la cercosporiose et d'accroître les connaissances nécessaires au contrôle de la maladie.

La dynamique à l'échelle de la plante est décrite par un premier modèle couplant un module de représentation simplifiée de l'architecture et de la croissance du bananier et un module épidémiologique décrivant le cycle du pathogène. Le modèle a été calibré et évalué avec deux jeux de données indépendants. Les expérimentations numériques et les analyses de sensibilité du modèle réalisées par les méthodes de Morris et e-FAST ont permis de mieux comprendre le fonctionnement épidémique et d'identifier trois paramètres influant sur sa sévérité : la vitesse d'extension des lésions, la durée d'incubation et l'efficacité d'infection. L'inférence bayésienne a permis d'affiner l'information a priori disponible sur ces trois paramètres.
Un second modèle a été développé à l'échelle d'un territoire à partir d'enquêtes effectuées en Martinique pendant la période d'invasion de la maladie. Le modèle utilise la théorie des processus ponctuels pour décrire la dynamique invasive. Les données récoltées étant observées dans des fenêtres temporelles différentes selon le site géographique exploré, l'inférence des paramètres a été réalisée dans un cadre bayésien utilisant un algorithme d'augmentation de données permettant de reconstruire la dynamique spatio-temporelle de l'invasion.
Les deux modèles de dynamiques spatio-temporelles développés à deux échelles spatiales différentes ont permis d'acquérir des informations importantes pour construire des outils de conception de méthode de contrôle de la cercosporiose noire des bananiers.

Arthur LECLAIRE
Directeurs de thèse : Lionel Moisan et Bruno Galerne (université Paris Descartes).

Champs à phase aléatoire et champs gaussiens pour la mesure de netteté d'images et la synthèse rapide de textures

Soutenue le 26 juin 2015
Université Paris Descartes

Dans cette thèse, on étudie la structuration des phases de la transformée de Fourier d'images naturelles, ce qui, du point de vue applicatif, débouche sur plusieurs mesures de netteté ainsi que sur des algorithmes rapides pour la synthèse de texture par l'exemple.
Le Chapitre 2 présente dans un cadre unifié plusieurs modèles de champs aléatoires, notamment les champs *spot noise* et champs gaussiens, en prêtant une attention particulière aux représentations fréquentielles de ces champs aléatoires.
Le Chapitre 3 détaille l'utilisation des champs à phase aléatoire à la synthèse de textures peu structurées (microtextures). On montre qu'une microtexture peut être résumée en une image de petite taille s'intégrant à un algorithme de synthèse très rapide et flexible via le modèle *spot noise*. Aussi on propose un algorithme de désocclusion de zones texturales uniformes basé sur la simulation gaussienne conditionnelle.
Le Chapitre 4 présente trois mesures de cohérence globale des phases de la transformée de Fourier. Après une étude théorique et pratique établissant leur lien avec la netteté d'image, on propose un algorithme de déflouage aveugle basé sur l'optimisation stochastique de ces indices.

Enfin, dans le Chapitre 5, après une discussion sur l'analyse et la synthèse directe de l'information de phase, on propose deux modèles de textures à phases cohérentes qui permettent la synthèse de textures plus structurées tout en conservant quelques garanties mathématiques simples.

Sarra MAAROUF
Directeur de thèse : Christine Bernardi (université Pierre et Marie Curie).

Discrétisation spectrale du transfert de chaleur et de masse dans un milieu poreux

Soutenue le 6 juillet 2015
Université Pierre et Marie Curie

Cette thèse se donne comme ambition de montrer que la simulation numérique du transfert de chaleur et de masse dans un milieu poreux, peut être traitée de manière efficace par un programme de calcul basé sur une discrétisation spatiale de type *spectral*. La méthode spectrale s'avère optimale en ce sens que l'erreur obtenue n'est limitée que par la régularité de la solution.
Le point de départ de cette étude est le système des équations de Darcy non linéaire et non stationnaire qui modélise l'écoulement instationnaire d'un fluide visqueux dans un milieu poreux quand la perméabilité du milieu dépend de la pression. Le deuxième problème proposé est le transfert de la chaleur dans un milieu poreux décrit par un couplage des équations de Darcy avec l'équation de la chaleur. Dans la dernière partie, la concentration de masse est prise en compte dans le milieu, nous décrivons un problème non linéaire instationnaire qui modélise le transfert de chaleur et de masse dans un milieu poreux.
Dans les trois problèmes proposés, les résultats d'existence et unicité sont établis. Puis les problèmes discrets correspondants sont décrits. Nous avons prouvé des estimations d'erreur a priori et nous avons confirmé l'étude théorique par des résultats numériques.

Thibaud MERCIER
Directeur de thèse : Houssem Haddar (CMAP, INRIA Saclay).

Assimilation de données et mesures primaires REP

Soutenue le 8 septembre 2015
CMAP, École Polytechnique

Le circuit primaire d'un réacteur à eau pressurisée (REP) est un système thermo-hydraulique complexe, présentant des champs hétérogènes de puissances, températures et débits dans des conditions extrêmes : l'instrumentation in situ est limitée en nombre, localisation et précision. De ce fait, la connaissance de ces paramètres de fonctionnement est impactée par des incertitudes de représentativité notamment, prises en compte dans la conception et intégrées dans les protections d'exploitation.

Dans ce contexte, EDF R&D cherche à évaluer les apports potentiels de l'Assimilation de Données, un ensemble d'outils mathématiques très utilisé en géosciences qui permettent de corriger des estimations issus de modèles à l'aide de mesures provenant du système réel modélisé, pour une meilleure caractérisation (justesse, incertitudes) des paramètres du point de fonctionnement primaire nominal.
Dans ce travail (effectué dans le cadre d'une thèse CIFRE avec EDF R&D), nous définissons un modèle semi-empirique 0D adapté au niveau de description usuellement choisi par les exploitants, et développons une méthodologie (de type Monte-Carlo et inspirée des Méthodes d'Ensemble) pour utiliser ce modèle dans un cadre d'Assimilation de Données. L'application de cette méthodologie à des données simulées permet d'évaluer la réduction des incertitudes pesant sur les paramètres-clés : les résultats sont au-delà des espérances initiales mais nécessitent des hypothèses fortes impliquant un prétraitement soigneux des données d'entrée.

Yahya MOHAMED
Directeur de thèse : Mustapha Mokhtar-Kharroubi (université de Franche-Comté).

Théorie spectrales d'opérateurs symétrisables non compacts et modèles cinétiques partiellement élastiques

Soutenue le 2 juillet 2015
Université de Franche-Comté

Cette thèse porte sur la théorie spectrale d'équations neutroniques *partiellement élastiques* introduites en 1974 par les physiciens E. W. Larsen et P. F. Zweifel. L'opérateur de collision est alors la somme d'une partie inélastique (correspondant aux modèles neutroniques classiques) et d'une partie élastique qui induit des phénomènes spectraux nouveaux que l'on veut étudier. L'objectif de cette thèse est l'analyse fine de leur spectre asymptotique (la partie du spectre discret qui détermine le comportement asymptotique en temps des problèmes de Cauchy associés).
L'étude spectrale de ces modèles partiellement élastiques met en jeu des propriétés spectrales d'opérateurs bornés non compacts et symétrisables. *La première partie de la thèse est alors consacrée à la théorie spectrale des opérateurs symétrisables non compacts* sur les espaces de Hilbert. Nous donnons une série de résultats d'analyse fonctionnelle sur ces opérateurs. En particulier nous donnons une méthode qui permet d'obtenir toutes les valeurs propres réelles situées à l'extérieur du disque spectral essentiel (i.e. le plus petit disque fermé contenant le spectre essentiel) ainsi que des caractérisations variationnelles de ces valeurs propres.
La deuxième partie de cette thèse porte sur l'analyse spectrale des modèles cinétiques partiellement élastiques isotropes et homogènes en espace (i.e. les sections efficaces ne dépendent que du module des vitesses). Nous montrons entre autres que le spectre asymptotique est formé au plus de valeurs propres isolées de multiplicité algébrique finie. Nous montrons aussi que ce spectre ponctuel est réel. Nous démontrons que le nombre des valeurs propres réelles de l'opérateur de transport partiellement élastique augmente indéfiniment avec la taille du domaine spatial.

Nous démontrons aussi que toutes ces valeurs propres tendent vers la borne spectrale de l'opérateur partiellement élastique homogène en espace quand la taille du domaine tend vers l'infini. Nous étudions aussi des modèles anisotropes pour lesquels nous étendons la plupart des résultats obtenus pour les modèles isotropes.

Mots-clefs : Opérateurs symétrisables non compacts, principes min-max et max-min, spectre, spectre essentiel, équation de transport, modèle de collision partiellement élastique.

Diane PEURICHARD
Directeurs de thèse : Pierre Degond et Fanny Delebecque (université Paul Sabatier).

Modélisation mathématique de systèmes biologiques et dérivation de modèles macroscopiques

Soutenue le 8 juillet 2015
Institut de Mathématiques de Toulouse

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la modélisation de systèmes biologiques complexes. En premier lieu (travail en collaboration avec l'équipe de biologistes de Louis Casteilla), nous introduisons un modèle individus-centré pour étudier l'émergence de structures cellulaires de forme lobulaire dans un réseau organisé de fibres. Une étude paramétrique sur les résultats numériques ainsi que des méthodes de traitement d'images sur les données biologiques nous permettent de montrer que l'émergence de structures biologiquement cohérentes peut être reproduite par un modèle basé essentiellement sur des règles mécaniques entre les cellules et le réseau de fibres. L'originalité de ce modèle réside dans la modélisation de structures géométriques complexes (réseaux de fibres) par un ensemble d'unités élémentaires connectées interagissant à l'aide de fonctionnelles simples. Cette nouveauté a donné lieu à d'autres types de travaux en cours présentés comme perspectives directes de ce travail.
Les deuxième et troisième parties portent sur la dérivation d'un modèle cinétique puis macroscopique pour étudier la matrice extra-cellulaire dans sa globalité. L'originalité de notre modèle cinétique réside dans l'obtention d'un système d'équations fermé décrivant l'évolution de la distribution des fibres individuelles et des liens de fibres. Dans le cas d'une densité homogène de fibres, nous prouvons l'existence de solutions au modèle macroscopique, et les simulations numériques montrent une bonne correspondance entre les modèles macroscopique et microscopique.
Finalement (travail en collaboration avec S. Motsch), nous nous intéressons à l'influence d'interactions de type répulsion cellules-cellules dans un modèle de croissance tumorale. Nous montrons que le modèle macroscopique dérivé des équations microscopiques fait apparaître une instabilité et proposons une version modifiée de l'équation macroscopique que nous sommes capables de relier à la dynamique cellulaire. Les simulations numériques montrent la bonne correspondance entre les deux modèles.

Sylvain PRIGENT
Directeurs de thèse : Pierre Maréchal et Aude Rondepierre (université Paul Sabatier).

Approche novatrice pour la conception et l'exploitation d'avions écologiques

Soutenue le 17 septembre 2015
INSA de Toulouse

Depuis les années 1950, le trafic aérien est en constante croissance. Les acteurs du transport aérien –les constructeurs de moteur, les avionneurs, et les compagnies aériennes– sont concentrés sur des enjeux propres à leur secteur d'activité, ce qui peut s'avérer restrictif. De plus, des objectifs de réduction de l'impact climatique de l'aviation sont apparus et vont devoir être pris en compte dès la phase préliminaire de conception d'avion. Cette étude est modélisée sous la forme d'un problème d'optimisation multidisciplinaire déterministe sous contraintes. Les critères sont la minimisation de la consommation de fuel, ou le coût global d'opération de l'avion. Les contraintes sont définies par le cahier des charges. Les degrés de liberté de cette optimisation sont la surface de la voilure et la taille du moteur.
Cette thèse introduit une nouvelle approche holistique du problème d'optimisation de la conception d'avion : nous agrégeons aux modèles classiques, des modèles plus précis de la partie propulsive et de la trajectoire. Nous proposons également d'intégrer aux degrés de liberté usuels, des paramètres de conception du moteur et des degrés de liberté de la mission. L'étude des résultats présente les gains apportés par cette nouvelle approche. Nous ajoutons également la minimisation de l'impact climatique aux objectifs de l'optimisation.
Nous proposons ensuite d'appliquer l'approche holistique à un concept d'avion à propulsion hybride électrique-carburant, de manière déterministe dans un premier temps. Dans un deuxième temps, nous introduisons une nouvelle approche qui consiste à prendre en compte consciencieusement les incertitudes liées aux choix de modélisation. Pour cela, nous recensons, comparons et sélectionnons des méthodes de gestion des incertitudes, selon des critères de temps de calcul, de précision, et d'hypothèses sur les modèles. Nous proposons ensuite de résoudre une optimisation sous contraintes en probabilités du concept d'avion hybride.
Enfin, cette thèse présente une nouvelle approche d'optimisation robuste de la conception d'avion, basé sur les techniques de Ben-Tal, El Ghaoui et Nemirovski. Cette approche est complémentaire à l'approche sous contraintes en probabilités.

Zhenjie REN
Directeur de thèse : Nizar Touzi (École Polytechnique).

Path-dependent Partial Differential Equation :
Theory and Applications

Soutenue le 1er octobre 2015
CMAP, École Polytechnique

Dans le travail d'Ekren, Keller, Touzi & Zhang [*Annals of Probability*, 42 (2014), 204-236], les auteurs ont introduit une notion de solutions de viscosité des EDPs dépendantes de la trajectoire (EDP-P) et ils ont montré des résultats d'unicité et d'existence par un argument appelé "trajectoire gelée". Les solutions de viscosité des EDP-Ps généralisent les solutions de viscosité des EDPs, en particulier, elles peuvent être utilisées pour caractériser les fonctions valeur des problèmes de contrôle stochastique non-markovien. Dans cette thèse, nous présentons le développement récent de la nouvelle théorie. Au cas des EDP-Ps semi-linéaires, nous améliorons l'argument pour le résultat de la comparaison et nous proposons une méthode de Perron pour prouver l'existence de solution de viscosité. En outre, comme dans le travail de Barles et Souganidis [*Asymptotic Anal.*, 4 (1991), 271-283] dans le contexte d'EDP, nous montrons qu'une famille de schémas numériques satisfaisant les conditions de monotonie fournit les solutions numériques convergeant vers les solutions de viscosité des EDP-Ps. De plus, nous essayons de développer la notion des EDP-Ps elliptiques et nous arrivons à montrer les résultats d'unicité et d'existence en suivant les arguments dans [preprint, arXiv :1210.0007]. Cette thèse contient aussi certaines applications intéressantes des EDP-Ps. L'une des applications concerne les grandes déviations des diffusions non-markoviennes. Comme Fleming a utilisé la stabilité des solutions de viscosité des EDPs pour montrer le principe de grandes déviations dans le cas markovien, nous utilisons les équations différentielles stochastiques rétrogrades et les EDP-Ps pour généraliser son résultat au cas non-markovien. En plus, on applique ce résultat de grandes déviations à l'étude du comportement asymptotique de la surface de volatilité implicite en mathématiques financières. Enfin, nous présentons un algorithme dual pour des problèmes de contrôle stochastique. Lorsque les simulations de Monte Carlo des problèmes de contrôle stochastique fournissent des estimations biaisées inférieurement, l'algorithme dual donne des bornes supérieures des fonctions valeur. L'idée de "trajectoire gelée" est utilisée pour donner des représentations duales des problèmes de contrôle stochastique non-markovien.

Candia RIGA
Directeurs de thèse : Sara Biagini (université de Pise), Rama Cont (CNRS-université Pierre et Marie Curie).

Calcul fonctionnel non-anticipatif et applications en finance

Soutenue le 26 juin 2015
LPMA, Université Pierre et Marie Curie

Cette thèse développe une approche trajectorielle pour la modélisation des marches financiers en temps continu, sans faire appel à des hypothèses probabilistes ou à des modèles stochastiques. L'outil principal utilisé dans cette thèse est le calcul fonctionnel non-anticipatif développé par Cont & Fournié (2010).
Nous introduisons d'abord une définition trajectorielle de la notion de stratégie auto-finançante, dont le gain peut être calculé trajectoire par trajectoire comme limite de sommes de Riemann. Avec ces outils, nous proposons un cadre analytique pour analyser la performance et la robustesse de stratégies de couverture dynamique de produits dérivés sur en ensemble donné de scénarios. Ce cadre ne fait aucune hypothèse probabiliste sur la dynamique du processus sous-jacent. Nous obtenons une formule explicite pour l'erreur de couverture dans une trajectoire donnée et nous fournissons des conditions suffisantes, vérifiées dans une grande classe de modèles, qui impliquent la robustesse de la couverture delta-neutre. Ces résultats étendent les résultats classiques obtenus dans le cas Markovien des modèles de diffusion à un cadre général qui inclut les actifs contingents avec dépendance trajectorielle.

Ariane TRESCASES
Directeur de thèse : Laurent Desvillettes (université Paris Diderot).

Analyse qualitative de certaines équations aux dérivées partielles singulières issues de la Physique et de la Biologie

Soutenue le 11 septembre 2015
Centre de Mathématiques et de Leurs Applications, ENS Cachan

Ce manuscrit présente des résultats d'analyse mathématique autour de deux exemples de problèmes singuliers d'équations aux dérivées partielles issus de la modélisation.

1. Diffusion croisée en Dynamique des populations.
   En Dynamique des populations, les systèmes de réaction-diffusion croisée modélisent l'évolution de populations d'espèces en compétition avec un effet répulsif entre les individus. Pour ces systèmes fortement couplés, souvent non linéaires, une question aussi fondamentale que l'existence de solutions se révèle extrêmement complexe. Dans ce manuscrit, on introduit une approche basée sur des extensions récentes de lemmes de dualité et sur des méthodes d'entropie. On démontre l'existence de solutions faibles dans un

cadre général de systèmes de réaction-diffusion croisée, ainsi que certaines propriétés qualitatives des solutions.

2. Équation de Boltzmann en domaine borné.
L'équation de Boltzmann, introduite en 1872, modélise la dynamique des gaz raréfiés hors équilibre. Malgré les nombreux résultats autour de la question de l'existence de solutions fortes proches de l'équilibre, très peu concernent le cas d'un domaine borné, situation pourtant fréquente dans les applications. Une raison de la difficulté du problème est l'irruption de singularités le long des trajectoires rasant le bord du domaine. Dans ce manuscrit, on présente une théorie de la régularité de l'équation de Boltzmann en domaine borné. Grâce à l'introduction d'une distance cinétique qui compense les singularités au bord, on montre des résultats de propagation de normes de Sobolev et de propagation C^1 en domaine convexe. En domaine non convexe, on montre un résultat de propagation de régularité BV.

David VICENTE
Directrice de thèse : Maïtine Bergounioux (université d'Orléans).

Modèles de Mumford-Shah pour la détection de structures fines en image

Soutenue le 14 septembre 2015
Université d'Orléans

Cette thèse est une contribution au problème de détection de fines structures tubulaires dans une image 2-D ou 3-D. Nous avons plus précisément en vue le cas des images angiographiques. Celles-ci étant bruitées, les vaisseaux ne se détachent pas nettement du reste de l'image, la question est donc de segmenter avec précision le réseau sanguin. Le cadre théorique de notre travail est le calcul des variations et nous nous focalisons sur plusieurs énergies de type Mumford-Shah. Initialement, ce modèle est adapté à la détection de structures volumiques étendues dans toutes les directions de l'image. Le but de ce travail est donc de construire une énergie qui favorise les ensembles qui ne sont étendus que dans une seule direction, ce qui est le cas de fins tubes. Nous introduisons alors une nouvelle inconnue, une métrique riemannienne, qui a pour but de détecter la structure géométrique de l'image en chaque point et nous reformulons l'énergie initiale de Mumford-Shah avec cette nouvelle métrique. Nous faisons l'analyse complète de ce modèle pour démontrer que la minimisation de l'énergie est un problème bien posé et nous en proposons une approximation par Gamma-convergence plus adaptée à une implémentation numérique. Enfin, nous proposons une méthode de minimisation basée sur cette approximation.

Victor WASIOLEK
Directeur de thèse : Yue Jun Peng (université Blaise Pascal).

Analyse asymptotique de systèmes hyperboliques quasi-linéaires du premier ordre

Soutenue le 29 mai 2015
Université Blaise Pascal (Clermont-Ferrand 2)

Les systèmes hyperboliques interviennent dans de nombreuses branches des sciences : théorie cinétique, mécanique des fluides non visqueux, magnétohydrodynamique, dynamique des gaz non visqueux, trafic routier, flux d'une rivière ou d'un glacier, processus de sédimentation, processus d'échanges chimiques, etc. Et souvent, les systèmes qui régissent ces évènements font intervenir des petits paramètres, dont l'étude asymptotique permet d'envisager des simplifications mathématiques et/ou informatiques notoires. L'existence locale et l'existence globale de solutions, uniformément par rapport à ces paramètres, sont des questions fondamentales. Cette thèse regroupe à la fois des résultats généraux sur l'existence locale uniforme de solutions pour des systèmes hyperboliques quasi-linéaires du premier ordre ; et sur l'existence globale uniforme de solutions autour d'un équilibre constant pour ces mêmes systèmes. Le cas du système d'Euler-Maxwell ne satisfaisant pas les conditions requises pour l'existence uniforme globale, nous le traitons à part.

Annonces de Colloques

par Thomas HABERKORN

Novembre 2015

ATELIER APPRENTISSAGE-BIG DATA-HPC ET EXPÉRIENCES NUMÉRIQUES
le 16 Novembre 2015, à Toulouse
http://www.gdr-mascotnum.fr/bignov15.html

MATHEMATICS AND SOCIAL SCIENCES WORKSHOP
les 16 et 17 Novembre 2015, à Londres
http://www.math.univ-toulouse.fr/MASS/

WORKSHOP ON OPTIMAL CONTROL OF PARTIAL AND ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS
les 16 et 17 Novembre 2015, à Palaiseau
http://commands.saclay.inria.fr/workhop-on-optimal-control-of-partial-and-ordinary-differential-equations

STATISTICAL METHODS FOR MASSIVE GENOMIC DATA
les 19 et 20 Novembre 2015, à Evry
http://www.genopole.fr/spip.php?page=rubrique_event&id_rubrique=969&event=969

Décembre 2015

INFINITE DIMENSIONAL SYSTEMS IN FLUID MECHANICS AND BIOLOGY
du 7 au 10 Décembre 2015, à Pointe-à-Pitre
http://idsfmb.iecl.univ-lorraine.fr/

PRESENT CHALLENGES OF MATHEMATICS IN ONCOLOGY AND BIOLOGY OF CANCER
du 7 au 11 Décembre 2015, à Marseille
http://math-cancer-cirm2015.math.cnrs.fr/

CONFÉRENCE SIMRACE : NUMERICAL METHODS AND HPC FOR INDUSTRIAL FLUID FLOWS
du 8 au 10 Décembre 2015, à Rueil-Malmaison
http://www.rs-simrace.com

Janvier 2016

BAYESCOMP MONTE CARLO METHODS CONGRESS
du 4 au 7 Janvier 2016, à Lenzerheide (Suisse)
http://www.pages.drexel.edu/~mwl25/mcmskiV/index.html

CONFERENCE ON MATHEMATICAL MODELING AND CONTROL OF COMMUNICABLE DISEASES
du 11 au 14 Janvier 2016, à Rio de Janeiro (Brésil)
http://www.fgv.br/emap/math-epidemics/

Février 2016

WINTERSCHOOL ON STOCHASTIC HOMOGENIZATION
du 17 au 19 Février 2016, à Augsbourg (Allemagne)
http://www.math.uni-augsburg.de/de/prof/ana/Tagungen/Winter-School-Stochastic-Homogenization/

Avril 2016

BOCHUMER STOCHASTIK-TAGE
du 1 au 4 Avril 2016, à Bochum (Allemagne)
http://www.gpsd-2016.de/

INTERNATIONAL CONFERENCE ON DIFFERENTIAL GEOMETRY
du 11 au 15 Avril 2016, à Fez (Maroc)
http://www.fsdmfes.ac.ma/ICDGFES/

Mai 2016

EMERGING TRENDS IN APPLIED MATHEMATICS AND MECHANICS
du 30 Mai au 3 Juin 2016, à Perpignan
http://etamm2016.univ-perp.fr/

Juin 2016

CONFÉRENCE "MARCHES ALÉATOIRES ET PROCESSUS DE DUNKL : APPROCHES COMBINATOIRES ET ALGÉBRIQUES"
du 20 au 24 Juin 2016, à Nouan-Le-Fuzelier
http://www.fdpoisson.fr/madaca/conference.html

OPTIMAL AND RANDOM POINT CONFIGURATIONS - FROM STATISTICAL PHYSICS TO APPROXIMATION THEORY
du 27 Juin au 1 Juillet 2016, à Paris
http://djalil.chafai.net/wiki/ihp2016:start

Juillet 2016

INTERNATIONAL WORKSHOP ON STATISTICAL MODELLING
du 4 au 8 Juillet 2016, à Rennes
http://www.lebesgue.fr/content/sem2016-iwsm2016

Août 2016

CONFERENCE ON HYPERBOLIC PROBLEMS : THEORY, NUMERICS, APPLICATIONS
du 1 au 5 Août 2016, à Aix-la-Chapelle (Allemagne)
http://www.hyp2016.de

Octobre 2016

CONFERENCE ON COMPLEX DYNAMICAL SYSTEMS IN LIFE SCIENCES : MODELING AND ANALYSIS
du 26 au 28 Octobre 2016, à Agadir (Maroc)
http://www.cosylis.org/iccds2016/

CORRESPONDANTS LOCAUX

Amiens *Serge Dumont*
LAMFA
Univ. de Picardie Jules Verne
33 rue Saint Leu
80039 Amiens CEDEX
☎ 03 22 82 75 16
Serge.Dumont@u-picardie.fr

Angers *Loïc Chaumont*
LAREMA
Faculté des Sciences
Univ. d'Angers
2 bd Lavoisier
49045 Angers CEDEX 01
☎ 02 41 73 50 28 – 🖷 02 41 73 54 54
loic.chaumont@univ-angers.fr

Antilles-Guyane *Jacques Laminie*
Univ. des Antilles et de la Guyane
Campus de Fouillole - BP 250
97157 Pointe-à-Pitre Cedex
☎ (590) 590 48 30– 🖷 (590) 590 48 20
Jacques.Laminie@univ-ag.fr

Avignon *Alberto Seeger*
Dépt de Mathématiques
Univ. d'Avignon
33 rue Louis Pasteur
84000 Avignon
☎ 04 90 14 44 93 – 🖷 04 9014 44 19
alberto.seeger@univ-avignon.fr

Belfort *Michel Lenczner*
Lab. Mécatronique 3M
Univ. de Technologie de Belfort-Montbelliard
90010 Belfort CEDEX
☎ 03 84 58 35 34 – 🖷 03 84 58 31 46
Michel.Lenczner@utbm.fr

Besançon *Nabile Boussaid*
Lab. de mathématiques
UFR Sciences et Techniques
16 route de Gray
25030 Besançon CEDEX
☎ 03 81 66 63 37 – 🖷 03 81 66 66 23
boussaid.nabile@gmail.com

Bordeaux *Lisl Weynans*
Institut de Mathématiques
Univ. Bordeaux I
351 cours de la Libération - Bât. A33
33405 Talence CEDEX
☎ 05 40 00 35 36
lisl.weynans@math.u-bordeaux1.fr

Brest *Piernicola Bettiol*
Dép. de Mathématiques
UFR Sciences et Techniques
Université de Bretagne Occidentale
6 av. Victor Le Gorgeu
CS 93837
29238 Brest Cedex 3
☎ 02 98 01 73 86 - 🖷02 98 01 61 75
Piernicola.Bettiol@univ-brest.fr

Cachan ENS *Laure Quivy*
CMLA
ENS Cachan
61 av. du Président Wilson
94235 Cachan CEDEX
☎ 01 47 40 59 12
quivy@clma.ens-cachan.fr

Caen *Alain Campbell*
Groupe de Mécanique, Modélisation Mathématique et Numérique
Lab. Nicolas Oresme
Univ. de Caen
BP 5186
14032 Caen CEDEX
☎ 02 31 56 74 80 – 🖷 02 31 56 73 20
alain.campbell@unicaen.fr

Cergy *Mathieu Lewin*
Dép. de Mathématiques,
Univ. de Cergy-Pontoise / Saint-Martin
2 av. Adolphe Chauvin
95302 Cergy-Pontoise CEDEX
☎ 01 34 25 66 15 – 🖷 01 34 25 66 45
mathieu.lewin@math.cnrs.fr

Chine *Claude-Michel Brauner*
IMB, Université de Bordeaux I
351 cours de la Libération
Bât. A33
33405 Talence CEDEX
☎ 05 40 00 60 50
brauner@math.u-bordeaux.fr

Clermont-Ferrand *Olivier Bodart*
Lab. de Mathématiques Appliquées
Univ. Blaise Pascal
BP 45
63177 Aubière CEDEX
☎ 04 73 40 79 65 – 🖷 04 73 40 70 64
Olivier.Bodart@math.univ-bpclermont.fr

Compiègne *Véronique Hédou*
Équipe de Mathématiques Appliquées
Dept Génie Informatique
Univ. de Technologie
BP 20529
60205 Compiègne CEDEX
☎ 03 44 23 49 02 – 🖷 03 44 23 44 77
Veronique.Hedou@utc.fr

Dijon *Alexandre Cabot*
Institut de Mathématiques
Univ. de Bourgogne
BP 47870
21078 Dijon CEDEX
alexandre.cabot@u-bourgogne.fr

École Centrale de Paris
Anna Rozanova-Pierrat
École Centrale de Paris
Lab. Mathématiques Appliquées aux Systèmes,
Grande Voie des Vignes,
92295 Châtenay-Malabry CEDEX
☎ 01 41 13 17 19 – 🖷 01 41 13 14 36
anna.rozanova-pierrat@ecp.fr

ENS Paris *Virginie Bonnaillie-Noel*
DMA, Ecole Normale Supérieure
45 rue d'Ulm,
75230 Paris CEDEX
☎ 01 44 32 20 58 – 🖷 01 44 32 20 80
bonnaillie@math.cnrs.fr

États-Unis *Rama Cont*
IEOR, Columbia University
316 S. W. Mudd Building
500 W. 120th Street, New York,
New York 10027 – Etats-Unis
☎ + 1 212-854-1477
Rama.Cont@columbia.edu

Evry *Stéphane Menozzi*
Laboratoire d'Analyse et Probabilités
Univ. Paris VI
4, Place Jussieu
75252 Paris cedex 5
stephane.menozzi@
math.univ-paris-diderot.fr

Evry la Génopole *Laurent Denis*
Dpt de Math.
Univ. du Maine
72085 Le Mans
☎ 01 64 85 34 98
ldenis@univ-lemans.fr

Grenoble *Brigitte Bidegaray*
Lab. de Modélisation et Calcul, IMAG
Univ. Joseph Fourier
BP 53
38041 Grenoble CEDEX 9
☎ 04 76 57 46 10 – 🖷 04 76 63 12 63
Brigitte.Bidegaray@imag.fr

Israël *Ely Merzbach*
Dept of Mathematics and Computer Science
Bar Ilan University Ramat Gan.
Israel 52900
☎ + 972 3 5318407/8 – 🖷 + 972 3 5353325
merzbach@macs.biu.ac.il

La Réunion *Philippe Charton*
Dép. de Mathématiques et Informatique IREMIA
Univ. de La Réunion
BP 7151
97715 Saint-Denis Messag CEDEX 9
☎ 02 62 93 82 81 – 🖷 02 62 93 82 60
Philippe.Charton@univ-reunion.fr

Le Havre *Adnan Yassine*
IUT du Havre
Place Robert Schuman
BP 4006
76610 Le Havre.
☎ 02 32 74 46 42 – 🖷 02 32 74 46 71
adnan.yassine@iut.univ-lehavre.fr

Le Mans *Alexandre Popier*
Dép. de Mathématiques
Univ. du Maine
Av. Olivier Messiaen
72085 Le Mans CEDEX 9
☎ 02 43 83 37 19 – 🖷 02 43 83 35 79
Alexandre.Popier@univ-lemans.fr

Lille *Caterina Calgaro*
Lab. de Mathematiques Appliquees
Univ. des Sciences et Technologies de Lille
Bat. M2, Cité Scientifique
59655 Villeneuve d'Ascq CEDEX
☎ 03 20 43 47 13 – 🖷 03 20 43 68 69
Caterina.Calgaro@univ-lille1.fr

Limoges *Samir Adly*
LACO
Univ. de Limoges
123 av. A. Thomas
87060 Limoges CEDEX
☎ 05 55 45 73 33 – 🖷 05 55 45 73 22
adly@unilim.fr

Littoral Côte d'Opale *Carole Rosier*
LMPA
Centre Universitaire de la Mi-voix
50 rue F. Buisson
BP 699
62228 Calais CEDEX.
☎ 03 21 46 55 83
Carole.Rosier@lmpa.univ-littoral.fr

Lyon *Morgane Bergot*
Institut Camille Jordan,
Univ. Claude Bernard Lyon 1
43 b^{d} du 11 novembre 1918
69622 Villeurbanne CEDEX
bergot@math.univ-lyon1.fr

Marne la Vallée *Alain Prignet*
Univ. de Marne-la-Vallée, Cité Descartes
5 b^{d} Descartes
77454 Marne-la-Vallée CEDEX
☎ 01 60 95 75 34 – 🖷 01 60 95 75 45
alain.prignet@univ-mlv.fr

Maroc *Khalid Najib*
École Nationale de l'Industrie Minérale
B^{d} Haj A. Cherkaoui, Agdal
BP 753, Rabat Agdal 01000
Rabat
Maroc
☎ 00 212 37 77 13 60 – 🖷 00 212 37 77 10 55
najib@enim.ac.ma

Marseille *Guillemette Chapuisat*
LATP
Université Paul Cézanne
Faculté des Sciences et Techniques de St Jérôme, Case Cour A
avenue Escadrille Normandie-Niemen
13397 Marseille Cedex 20, France ☎ 04 91 28 88 40 – 🖷 01 91 28 87 41
guillemette.chapuisat@univ-cezanne.fr

Metz *Jean-Pierre Croisille*
Dépt de Mathématiques
Univ. de Metz
Ile du Saulcy
57405 Metz CEDEX 01
☎ 03 87 31 54 11 – 🖷 03 87 31 52 73
croisil@poncelet.univ-metz.fr

Montpellier *Matthieu Alfaro*
I3M
Dép. de Mathématiques,
Univ. Montpellier II, CC51
Pl. Eugène Bataillon
34095 Montpellier CEDEX 5
☎ 04 67 14 42 04 – 🖷 04 67 14 35 58
malfaro@math.univ-montp2.fr

Nancy *Takéo Takahashi*
Institut Élie Cartan
BP 239
54506 Vandoeuvre-lès-Nancy
☎ 03 83 68 45 95 – 🖷 03 83 68 45 61
takahash@iecn.u-nancy.fr

Nantes *Hélène Mathis*
Université de Nantes
2, rue de la Houssinière - BP92208
44321 Nantes CEDEX 3
☎ 02 51 12 59 86
helene.mathis@ec-nantes.fr

Nice *Claire Scheid*
Lab. Jean-Alexandre Dieudonné
Univ. de Nice
Parc Valrose
06108 Nice CEDEX 2
☎ 04 92 07 64 95 – 🖷 04 93 51 79 74
claire.scheid@unice.fr

Orléans *Cécile Louchet*
Dépt de Mathématiques
Univ. d'Orléans
BP 6759
45067 Orléans CEDEX 2
☎ 02 38 49 27 57 – 🖷 02 38 41 71 93
Cecile.Louchet@univ-orleans.fr

Paris I *Jean-Marc Bonnisseau*
UFR 27 – Math. et Informatique
Univ. de Paris I, CERMSEM
90 rue de Tolbiac
75634 Paris CEDEX 13
☎ 01 40 77 19 40 – 🖷 01 40 77 19 80
jean-marc.bonnisseau@univ-paris1.fr

Paris V *Ellen Saada*
Lab. MAP 5 - UMR CNRS 8145
Univ. Paris Descartes
45 rue des Saints Pères
75270 Paris cedex 06
☎ 01 42 86 21 14 – 🖷 01 42 86 41 44
ellen.saada@mi.parisdescartes.fr

Paris VI *Nicolas Vauchelet*
Lab. Jacques-Louis Lions
Boîte courrier 187
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu
75252 Paris CEDEX 05
☎ 01 44 27 37 72 – 🖷 01 44 27 72 00
vauchelet@ann.jussieu.fr

Paris VI *Noufel Frikha*
Lab. Probabilités et Modèles Aléatoires
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu
75252 Paris CEDEX 05
☎ 01 57 27 91 33
frikha.noufel@gmail.com

Paris XI *Benjamin Graille*
Mathématiques, Bât. 425
Univ. de Paris-Sud
91405 Orsay CEDEX
☎ 01 69 15 60 32 – 🖷 01 69 14 67 18
Benjamin.Graille@math.u-psud.fr

Paris XII *Yuxin Ge*
UFR de Sciences et Technologie
Univ. Paris 12 - Val de Marne
61 av. du Général de Gaulle
94010 Créteil CEDEX
☎ 01 45 17 16 52
ge@univ-paris12.fr

Paris XIII *Jean-Stéphane Dhersin*
Univ. Paris XIII / Paris Nord
Département de Mathématiques Institut Galilée
Université Paris 13
99, Avenue Jean-Baptiste Clément
93430 Villetaneuse
☎ 01 45 17 16 52
dhersin@math.univ-paris13.fr

Paris IX *Julien Salomon*
CEREMADE
Univ. Paris-Dauphine
Pl du M^{al} de Lattre de Tassigny
75775 Paris CEDEX 16
☎ 01 44 05 47 26 – 🖷 01 44 05 45 99
salomon@ceremade.dauphine.fr

Pau *Brahim Amaziane*
Lab. de Math. Appliquées, IPRA,
Univ. de Pau
av. de l'Université
64000 Pau
☎ 05 59 92 31 68/30 47 – 🖷 05 59 92 32 00
brahim.amaziane@univ-pau.fr

Perpignan *Didier Aussel*
Dépt de Mathématiques
Univ. de Perpignan
52 avenue de Villeneuve
66860 Perpignan CEDEX
☎ 04 68 66 21 48 – 🖷 04 68 06 22 31
aussel@univ-perp.fr

Poitiers *Morgan Pierre*
LMA
Univ. de Poitiers
B^{d} Marie et Pierre Curie
BP 30179
86962 Futuroscope Chasseneuil CEDEX
☎ 05 49 49 68 85
Morgan.Pierre@math.univ-poitiers.fr

Polytechnique *Aline Lefebvre-Lepot*
CMAP, École Polytechnique
91128 Palaiseau
☎ 01 69 33 45 61 – 🖷 01 69 33 46 46
aline.lefebvre@polytechnique.edu

Correspondants locaux

Reims *Stéphanie Salmon*
Lab. de Mathématiques
Univ. Reims
UFR Sciences Exactes et Naturelles
Moulin de la Housse – BP 1039
51687 Reims CEDEX 2
☎ 03 26 91 85 89 – 🖷 03 26 91 83 97
stephanie.salmon@univ-reims.fr

Rennes *Rozenn Texier-Picard*
ENS Rennes
Av. Robert Schumann
35170 Bruz
☎ 02 99 05 93 33 – 🖷 02 99 05 93 28
rozenn.texier@ens-rennes.fr

Rouen *Jean-Baptiste Bardet*
LMRS
Univ. de Rouen
av. de l'Université - BP 12
76801 Saint-Étienne-du-Rouvray
☎ 02 32 95 52 34 – 🖷 02 32 95 52 86
Jean-Baptiste.Bardet@univ-rouen.fr

Rouen (INSA) *Anastasia Zakharova*
Lab. de Mathématiques de l'INSA
INSA Rouen - Av. de l'Université
BP 08
76801 St Etienne du Rouvray CEDEX
☎ 02 32 95 65 38 – 🖷 02 32 95 99 03
anastasia.zakharova@insa-rouen.fr

Savoie *Stéphane Gerbi*
Lab. de Mathématiques
Univ. de Savoie
73376 Le Bourget du Lac CEDEX
☎ 04 79 75 87 27 – 🖷 04 79 75 81 42
stephane.gerbi@univ-savoie.fr

Strasbourg *Michel Mehrenberger*
IRMA
Univ. de Strasbourg
7 rue René Descartes
67084 Strasbourg CEDEX
☎ 03 68 85 02 05
mehrenbe@math.unistra.fr

Toulouse *Sébastien Gerchinovitz*
IMT, Univ. Toulouse 3
118 route de Narbonne 31077 Toulouse
CEDEX 4
sebastien.gerchinovitz@math.univ-toulouse.fr

Tours *Vincent Perrollaz*
Lab. Math. et Physique Théorique
Fac. Sciences et Technique de Tours
7 parc Grandmont
37200 Tours
vincent.perrollaz@lmpt.univ-tours.fr

Valenciennes *Juliette Venel*
LAMAV
Univ. de Valenciennes
Le Mont Houy – ISTV2
59313 Valenciennes CEDEX 9
☎ 03 27 51 19 23 – 🖷 03 27 51 19 00
juliette.venel@univ-valenciennes.fr